H.J.J. BRADDICK

DIE PHYSIK DES EXPERIMENTELLEN ARBEITENS



VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN

H. J. J. BRADDICK

DIE PHYSIK DES EXPERIMENTELLEN ARBEITENS



VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN

H. J. J. BRADDICK · DIE PHYSIK DES EXPERIMENTELLEN ARBEITENS

HOCHSCHULBÜCHER FÜR PHYSIK
HERAUSGEGEBEN VON FRANZ X. EDER UND ROBERT ROMPE
BAND 33

DIE PHYSIK DES EXPERIMENTELLEN ARBEITENS

VON

H. J. J. BRADDICK, PH. D.
SENIOR LECTURER IN UNIVERSITY OF MANCHESTER



VEB DEUTSCHER VERLAG DER WISSENSCHAFTEN
BERLIN 1959

H. J. J. BRADDICK · THE PHYSICS OF EXPERIMENTAL METHOD
Chapman & Hall, London 1954

Die Übersetzung und Bearbeitung lag in den Händen von Dipl.-Ing. H. R. Bachmann
Verantwortlicher Verlagsredakteur: I. Spiegelberg

Printed in Germany
Lizenz-Nr. 206 · 435/37/59
Gesamtherstellung: VEB Leipziger Druckhaus, Leipzig (III/18/203)

VORWORT

von

Nobelpreisträger Prof. P. M. S. BLACKETT,

Mitglied der Royal Society

Es sind viel seltener gute, für fortgeschrittene Studenten geeignete Lehrbücher über die Methoden der experimentellen Physik geschrieben worden als über spezielle Zweige des physikalischen Wissens. „On Laboratory Arts" von THRELFALL, 1898 veröffentlicht, war wohl eines der ersten in englischer Sprache erschienenen Bücher dieser Art, und „Modern Physical Laboratory Practice" von STRONG ist wahrscheinlich das modernste und umfassendste.

Das Buch von Dr. BRADDICK hat zwar vieles mit diesen Büchern gemeinsam, es besitzt aber drei Besonderheiten, die ihm einen ungewöhnlichen Wert für den fortgeschrittenen Studenten verleihen sollten: Der erste Punkt ist, daß das Buch besondere Betonung auf die physikalischen Grundprinzipien des Messens legt, auf die Auswertung von Beobachtungen und auf die statistische Fehleranalyse. Zweitens betont das Buch, daß das physikalische Messen wesentlich von den Eigenschaften verschiedener, eine Schlüsselstellung einnehmender Materialien abhängt und von deren geeigneter Anwendung bei der Konstruktion von Apparaten oder beim Aufbau von Instrumenten. Drittens – und dieser Punkt ist von großer praktischer Bedeutung sowohl für den Lehrenden als auch für den Studierenden – ist der Gesichtskreis des Buches auf solche Gegenstände beschränkt, die für den durchschnittlichen Studenten höherer Semester nicht nur von Nutzen sind, sondern von denen man auch sinnvollerweise annehmen kann, daß sie von einem solchen Studenten gemeistert werden können. Dr. BRADDICKS Buch enthält tatsächlich das, was jeder derartige Student wissen müßte.

Selbstverständlich ist manches in der Auswahl der Themen willkürlich, und das muß auch so sein, denn wie alle guten Bücher – zu denen ich es auf jeden Fall rechne – trägt es den Stempel der Persönlichkeit seines Verfassers. Erzogen in der hohen Schule der experimentellen Atomforschung unter RUTHERFORD und heute auf dem damit eng verwandten Gebiet der kosmischen Strahlung aktiv in der Forschung tätig, ist Dr. BRADDICK ein begabter Gestalter von Apparaten und Instrumenten, der außerdem überragende praktische Erfolge in der Konstruktion von Flugzeuginstrumenten während des Krieges von 1939/45 aufzuweisen hat.

Lange Lehrerfahrung auf dem Gebiete der Experimentalphysik an einer der größeren englischen Physikschulen hat Dr. BRADDICK eine einzig dastehende Gelegenheit gegeben, gerade das zu ermitteln, was der Student lernen muß, um ein unabhängig und selbständig arbeitender Experimental-

physiker zu werden. Ein anderer Verfasser mit unterschiedlicher Erfahrung und anderen Neigungen würde ohne Zweifel dem Buch einen etwas anderen Schwerpunkt gegeben haben; aber die von BRADDICK gewählte Richtung scheint mir den Bedürfnissen eines großen Teiles der jungen Experimentalphysiker von heute ausgezeichnet angepaßt. Und nicht nur der Physiker; denn es stellt schon einen Gemeinplatz dar, zu betonen, daß viele, wenn nicht alle experimentellen Wissenschaften die Tendenz zu wachsender Anwendung dessen zeigen, was man traditionsgemäß „physikalische Messungen" nennt. Ganz gewiß gilt dies für die Chemie, Biologie, Physiologie, die Mineralogie, Petrologie, für die Medizin und selbstverständlich für die Technik. Zweifellos hat Dr. BRADDICK an solche Überlegungen gedacht, als er sein Buch nicht „Die Verfahren der experimentellen Physik" nannte, sondern den umfassenderen und treffenderen Titel „Die Physik der experimentellen Verfahren" wählte. Ich glaube, daß es wenige Experimentalwissenschaftler geben wird, die nicht aus Dr. BRADDICKS experimentellem Wissen Nutzen ziehen können. Denn alle, die Versuche zu planen oder Apparaturen zu entwerfen haben, müssen vieles oder sogar das meiste vom Inhalt dieses Buches kennen, was auch immer der besondere Gegenstand ihrer Untersuchung sein mag.

Nicht nur im wissenschaftlichen Versuchslaboratorium sind genaue physikalische Messungen erforderlich; in steigendem Maße werden sie ein unumgänglicher Bestandteil der modernen industriellen Fertigungsverfahren. Die Regelung der Produktionsprozesse verwendet mehr und mehr Angaben von wissenschaftlichen Meßinstrumenten, die oft sehr feinfühlig und kompliziert sind. Die normalen Instrumente, die laufende Aufzeichnungen von elektrischen Strömen und Spannungen, von Temperaturen und Drücken oder der Gaszusammensetzung (mit Infrarotspektrometer) oder anderer Größen liefern, sind schon ein wesentlicher Bestandteil vieler moderner Fertigungsanlagen; darüber hinaus müssen aber oft für Spezialzwecke besonders entwickelte, vom Normaltyp abweichende Instrumente gebaut werden. Dies ist ein Gebiet, wo die besondere Betonung, die Dr. BRADDICK auf die Konstruktion der Instrumente legt, für den jungen Industriewissenschaftler von unschätzbarem Wert sein kann, der beispielsweise in einem einer Fertigungsanlage angeschlossenen Laboratorium arbeitet. Eine verbesserte instrumentelle Ausrüstung ist zweifellos einer der wichtigsten Wege zu einer leistungsfähigeren Produktion.

In der Einschätzung der gigantischen Leistungen der reinen Wissenschaft durch die Öffentlichkeit besteht – genährt durch die vielen vortrefflichen populären Darstellungen – eine ganz natürliche Neigung dazu, diese Erfolge in erster Linie als die Ergebnisse des spekulativen Genies einiger weniger großer Denker anzusehen. Man ist leicht geneigt, die zahllosen Leistungen auf dem Gebiete der sorgfältigsten Versuchsdurchführung, der Konstruktion subtiler Instrumente und der höchsten Handfertigkeit zu vergessen, die erst die Tatsachen geliefert haben, auf welche diese großen theoretischen Verallgemeinerungen aufgebaut wurden. Die Geschicklichkeit des Experimentalwissenschaftlers, die in ihren Spitzenleistungen wirklich eine Kunst

des wissenschaftlichen Experimentierens darstellt, ist und bleibt die Grundlage der modernen Naturwissenschaft und somit unserer Kenntnis von der Welt, in der wir leben.

Vor rund hundert Jahren hat LIEBIG dies mit wunderbarer Klarheit ausgedrückt[1]:

„Die Entwicklung der Kultur, das heißt die Ausbreitung des geistigen Herrschaftsbereiches der Menschheit, hängt ab von der Vermehrung der Erfindungen, auf die sich der Fortschritt der Zivilisation gründet ... Wie stellen wir etwas über die Welt fest? Doch nicht, indem wir im Lehnstuhl sitzen und über die Welt nachdenken, sondern indem wir die Natur beobachten und Versuche machen. Was wir über die Welt wissen, hängt davon ab, was wir ausführen können, und dies seinerseits hängt von den uns zur Verfügung stehenden Instrumenten ab, von den verfügbaren Materialien zur Herstellung dieser Instrumente und von der Geschicklichkeit unserer Hände, mit der wir die Instrumente benutzen.“

BRADDICKS Buch wird seinen Zweck erfüllen, wenn es dem jungen Forscher dazu hilft, die zauberhafte Kunst des Experimentierens zu meistern.

Im Oktober 1953

P. M. S. BLACKETT

---

[1]) Aus dem englischen Text rückübersetzt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

VORBEMERKUNG DES VERFASSERS

Die bei physikalischen Untersuchungen verwendeten Versuchsverfahren werden um so vielfältiger, je mehr sich unsere Kenntnis von physikalischen Tatsachen und Gesetzmäßigkeiten erweitert. Die Zeit, die einem Studenten zum Erlernen der Physik zur Verfügung steht, wächst indessen nicht entsprechend mit, und es ist unausbleiblich, daß die neuen Tatsachen und Verallgemeinerungen das Übergewicht über die Einzelheiten der Versuchsdurchführung bekommen. Wenn der Student mit eigenen Untersuchungen beginnt, findet er es deshalb immer schwieriger, Verfahren für seine Experimente auszuwählen und die Einzelheiten seiner Versuche zu planen.

In großen Lehr- und Forschungsinstituten begegnet man dieser Schwierigkeit durch Anleitung seitens des Lehrkörpers und durch Diskussion unter den Studenten, aber für einen, der bei der Arbeit mehr auf sich selbst angewiesen ist, kann diese Schwierigkeit sehr ernst werden.

Seit mehreren Jahren haben wir in Manchester eine Vorlesungsreihe über „Die Physik des experimentellen Arbeitens“ als einen Bestandteil der Laboratoriumsübungen für Studenten höherer Semester abgehalten. Sie bezweckt, die Aufmerksamkeit der Studenten auf einige Grundprinzipien des Experimentierens und auf einige der zur Verfügung stehenden Versuchstechniken zu lenken. Dieses Buch hat das gleiche Ziel. Es beabsichtigt nicht, mit Büchern in Wettbewerb zu treten, die ganz ins einzelne gehende Angaben über bestimmte Verfahren machen; Hinweise auf derartige Bücher werden vielfach gegeben. Es enthält eine ziemlich ausführliche Liste von Literaturhinweisen, wobei leicht erreichbare Bücher und Zeitschriften etwas bevorzugt wurden, sowie solche Literaturstellen, die den Schlüssel für ein weiteres Studium des betreffenden Problems bilden.

Einige der mathematischen Verfahren, die Arbeitswerkzeuge des Experimentalphysikers darstellen, sind in einem langen Anhang zum Kapitel II beschrieben, den Herr J. MADDOX von der Abteilung für Theoretische Physik an der Universität Manchester verfaßt hat, der viel Erfahrung in der Ausbildung von Experimentalwissenschaftlern in diesen Fragen besitzt.

Es ist mir eine Freude, Herrn Prof. BLACKETT meinen Dank dafür auszusprechen, daß er mich ermutigt hat, dieses Buch zu schreiben. Ich danke auch einer Reihe meiner Kollegen und Freunde, deren Wissen und deren Zeit ich für Ratschläge und Kritiken in Anspruch genommen habe, und meiner Frau, die nicht nur gefühlsmäßig an meinem Buch Anteil nahm, sondern mir sehr tatkräftig geholfen hat.

H. J. J. BRADDICK

ZUR DEUTSCHEN AUSGABE

Das Buch von Dr. BRADDICK enthält in einer in vieler Hinsicht neuartigen Zusammenstellung einen sehr großen Teil dessen, was jeder wissen muß, der physikalische Versuche durchführen will, was aber in den üblichen Lehrbüchern der Experimentalphysik nur mit Schwierigkeiten oder gar nicht gefunden werden kann. Der Stoff dieses Buches bildet die Grundlage für eine sinnvolle Benutzung von Werken, die sich entweder mit dem Handwerklichen der Experimentierkunst befassen (wie beispielsweise das bekannte Taschenbuch von ANGERER und EBERT: „Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen" oder das bereits im Vorwort erwähnte Buch von STRONG) oder eingehender die Meßverfahren für bestimmte Aufgaben darstellen (wie etwa KOHLRAUSCH: „Praktische Physik" oder EDER: „Moderne Meßmethoden der Physik"). Ein Buch wie „Die Physik des experimentellen Arbeitens" fehlte bisher auch in der deutschen Fachliteratur, weshalb der Vorschlag des Bearbeiters, eine deutsche Übersetzung dieses Werkes zu veröffentlichen, von den Herausgebern und vom Verlag gern angenommen wurde.

Herrn Dr. BRADDICK als Verfasser und dem Verlag CHAPMAN & HALL LTD., London, haben wir für die bereitwillig erteilte Genehmigung zu dieser deutschen Ausgabe zu danken.

Da das vorliegende Buch eine Übersetzung ist, mußte sich die Bearbeitung meist auf Äußerlichkeiten beschränken (Beseitigung kleiner Fehler, Einführung des metrischen Maßsystems, Ausführung der Zeichnungen nach deutschen Normen u. ä.); Zusätze des Bearbeiters wurden als solche gekennzeichnet.

Der Bearbeiter dankt Herrn Prof. F. X. EDER für vielseitige Unterstützung und einer Reihe seiner Kollegen vom III. Physikalischen Institut der Humboldt-Universität, Berlin, für wertvolle Ratschläge und Kritiken.

H. R. BACHMANN

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL I

EINFÜHRUNG

1 Die Stellung des Experimentes in der Physik

Die Arbeitsweise der experimentellen Wissenschaften besteht in erster Linie darin, die Gedankenspekulation durch die Erfahrung zu leiten und häufig Vergleiche zwischen den Folgerungen, die sich aus Hypothesen ergeben, und dem beobachteten Verhalten der Objekte zu ziehen. Ein wissenschaftliches Experiment ist eine mit Bedacht eingerichtete Folge von Ereignissen, die darauf abzielen, so klar als möglich eine bestimmte Regelmäßigkeit im Verhalten von gewissen Objekten aufzudecken, ein sogenanntes Naturgesetz.

Im Grunde hängt jedes Ereignis – auch in einem gut durchdachten Experiment – mehr oder weniger eng mit allen Ereignissen der Außenwelt zusammen, und deshalb werden sich stets unvorhersehbare Veränderungen im Verhalten der Versuchssysteme einstellen (siehe Kap. II). Es ist nun aber ein Charakteristikum der Physik – mehr als anderer Wissenschaften –, daß sie sich mit relativ einfachen Systemen befaßt und daß sie imstande ist, diese Systeme in einem relativ hohen Grade von der Außenwelt zu isolieren. Dieses Ziel wird durch die Entwicklung einer Experimentiertechnik erreicht, die über das üblicherweise in allen anderen Wissenschaften angewandte Maß hinausgeht. Ein ausgezeichnetes Beispiel für die Verwendung einer weitentwickelten Technik zur Vereinfachung der für den Versuch gegebenen Situation bildet die häufige Anwendung von Hochvakuum bei experimentellen Arbeiten mit molekularen und atomaren Teilchen. Durch Auspumpen der Luft aus einem Gefäß kann man einem Molekül eine freie Weglänge von einigen Zentimetern oder sogar einigen Metern verschaffen, innerhalb derer es praktisch von Wechselwirkungen mit seinen Nachbarn frei ist, so daß hier die Wirkung von elektrischen oder magnetischen Feldern auf eine Strahlung oder das Ergebnis von beabsichtigten Zusammenstößen der Teilchen untersucht werden können. Ein sehr großer Teil des Fortschrittes, der in der Atomphysik etwa seit 1890 erzielt wurde, kann direkt auf die Benutzung dieses Kunstgriffes zurückgeführt werden.

In einigen anderen, nichtphysikalischen Wissenschaften ist eine solche weitgehende Vereinfachung kein nutzbringendes Verfahren bei den Untersuchungen. So sind z. B. viele in der Biologie betrachtete Systeme sehr kompliziert, und wir können die Bedingungen nur sehr wenig ändern, ohne dabei die Vorgänge zu stören, die wir untersuchen wollen. In solchen Fällen müssen wir dafür sorgen, daß alle Bedingungen, außer denen, die wir planmäßig verändern, so konstant wie möglich bleiben, und wir müssen ihre Konstanz

soweit als möglich durch „Kontrollversuche“ nachprüfen. In der Meteorologie und in der Soziologie ist es nahezu ausgeschlossen, *experimentell* Änderungen an dem betrachteten System vorzunehmen, und wir müssen Ursachen und Wirkungen aus einer Vielzahl von Beobachtungen der ohne unsere Lenkung ablaufenden Ereignisse herauslesen. Feldversuche in der Landwirtschaft und viele in großem Maßstab in der Industrie angestellte Versuche nehmen eine Mittelstellung ein: Man kann hier zwar experimentelle Änderungen vornehmen, aber ihre Auswirkungen werden überdeckt von den Wirkungen unkontrollierbarer Veränderungen, die jederzeit auch auftreten. Diese Wissenschaften sind für die Auswertung ihrer Daten auf eine hochentwickelte Technik der Statistik angewiesen, denn die Trennung der Variablen, die hier bei einer kleinen Gruppe von Daten unmöglich ist, kann durch statistische Analyse einer großen Zahl von Beobachtungen durchgeführt werden.

Die statistischen Verfahren sind für diese Fälle von größerer Bedeutung als für die meisten physikalischen Forschungen, aber gelegentlich müssen diese Verfahren auch einmal in einer physikalischen Untersuchung angewendet werden. Wie man schon erwarten kann, sind sie oft in den Grenzgebieten zwischen der Physik und anderen Wissenschaften, wie etwa der Meteorologie, von Nutzen; wir wollen hier ein Beispiel aus der Höhenstrahlenforschung geben: Die kosmische Strahlung wird durch das Magnetfeld der Erde beeinflußt sowie durch komplizierte und noch nicht vollständig bekannte Wechselwirkungen in der Atmosphäre. Ein Verfahren, einige Eigenschaften der kosmischen Strahlung festzustellen, besteht nun darin, die Zeitabhängigkeit der Strahlungsintensität an der Erdoberfläche zu beobachten und Gleichläufe ihrer Veränderungen mit den Bewegungen der Erde, mit Veränderungen im erdmagnetischen Feld und mit atmosphärischen Vorgängen festzustellen. Auf diese Weise wurde z. B. gefunden, daß ein relativ kleiner Teil der Strahlung von der Sonne beeinflußt ist und von dieser herstammen könnte. Die hierzu benutzten mathematischen Verfahren (Vielfachkorrelationsrechnung) lagen für die Anwendung bei biologischen und soziologischen Untersuchungen schon weit entwickelt vor.

Während also die ausgebildete Technik der Statistik von den Physikern aus dem Arsenal der Biologen entliehen wurde, kann andererseits die in den physikalischen Laboratorien entwickelte Versuchstechnik offensichtlich auch auf anderen Gebieten angewendet werden. Dies gilt bestimmt für solche Hilfsmittel, die den Wahrnehmungsbereich der menschlichen Sinne erweitern (z. B. das Mikroskop und das Elektronenmikroskop in der Biologie) oder unsere Kontrolle über gewisse Zustände verbessern (z. B. der Hochtemperaturofen in der experimentellen Geologie). In bestimmten Fällen (z. B. beim Studium der Nerven und Muskeln mit Hilfe von Röhrenverstärkern und empfindlichen Wärmefühlern) war es möglich, die Bedingungen erheblich zu vereinfachen, indem man der bei Versuchen in der reinen Physik üblichen Grundrichtung folgte. Sehr wichtige Ergebnisse sind auf diesem Wege erzielt worden, und es scheint, daß sie auch weiterhin eine günstige Entwicklungslinie in der Biologie darstellen wird.

Die reine Laboratoriumsphysik besitzt auch eine sehr wichtige zweigleisige Verbindung zur Industrieforschung. Heute ist die Zeit zwischen einer Laboratoriumsentdeckung auf dem Gebiet der reinen Physik und ihrer Anwendung in der industriellen Technik oft sehr kurz (wenn sie auch manchmal sehr lang sein kann, falls Veränderungen der wirtschaftlichen oder sozialen Struktur damit verbunden sind). Recht oft sind sogar empirische Entwicklungen für industrielle Zwecke dem wissenschaftlichen Verständnis vorausgeeilt und haben dieses angeregt. Dies gilt z. B. für die photographischen Emulsionen und für die elektrischen Halbleiter. Man macht sich aber vielleicht seltener klar, daß die Laboratoriumsphysik ihrerseits in großem und immer steigendem Ausmaße von der Verwendung der Produkte einer darauf spezialisierten Industrie abhängt; ein augenfälliges Beispiel ist die Verwendung von Elektronenröhren in Versuchsapparaturen in Stückzahlen, die ohne eine *industrielle* Herstellung dieser Geräte undenkbar wären. Neben solchen Spezialprodukten hängt der Fortschritt der Laboratoriumsversuche auch von Lieferungen an industriellen Materialien und vom allgemeinen Niveau der industriellen Technik ab. In der Geschichte der Physik sind zu jedem Augenblick die Geschwindigkeit und die Richtung des Fortschrittes sehr weitgehend von der zur Verfügung stehenden Technik abhängig gewesen.

Vielleicht ist es nützlich, eine Klassifizierung der Experimente in der reinen Physik zu versuchen, wie sie bei den heute arbeitenden Physikern vorkommen.

Da ist zuerst der Erkundungsversuch, der meist auf der Grundlage einer sehr einfachen Theorie oder auch als ein reiner „Vorstoß“ durchgeführt wird. Ein historisches Beispiel hierfür ist BECQUERELS Experiment, das die Entdeckung der Radioaktivität brachte. Er versuchte, ob Uranverbindungen (gewählt wegen ihrer Fluoreszenz, die sich aber später als unwesentlich herausstellte) eine durchdringende Strahlung emittieren, die eine photographische Platte schwärzt, so wie es die gerade entdeckten X-Strahlen taten.

Experimente dieses Typs gehen über in eine andere Klasse, nämlich in diejenigen, die unter einer genauer definierten Hypothese durchgeführt werden, welche im Ergebnis des Versuches dann bestätigt, verworfen oder abgeändert wird. Ein Beispiel, das an BECQUERELS Experiment anschließt, ist die Folge von Versuchen, durch die RUTHERFORD und andere Bearbeiter feststellten, daß die Radioaktivität mit dem Zerfall einer Atomsorte in eine andere zusammenhängt.

Von Zeit zu Zeit gewinnen Experimente dieser Art den Charakter eines „*experimentum crucis*“, das zwischen zwei Hypothesen entscheidet. Ein Beispiel bildet RUTHERFORDS Streuversuch mit α-Teilchen, der endgültig zugunsten des Kernmodells für das Atom entschied, gegenüber einem ebenfalls plausiblen Atommodell, bei welchem die Elektronen in eine verschmierte positive Ladung eingebettet sind. Ein sehr berühmtes Entscheidungsexperiment auf einem anderen Gebiet war der Versuch von MICHELSON-MORLEY, der die Vorstellung von der Existenz eines ruhenden Äthers sinnlos machte, und ein weiteres Beispiel bietet der Versuch von GEIGER-BOTHE über die Koinzidenz der Entladung von Zählrohren, die durch eine absorbierende Schicht getrennt sind, welche zugunsten der Teilchennatur der kosmischen

Strahlung und gegen die zu dieser Zeit übliche Ansicht, die Strahlung bestände aus energiereichen γ-Strahlen, entschied.

Eine weitere Stufe in der Wechselwirkung zwischen Theorie und Experiment wird erreicht, wenn Versuche unternommen werden, um die Voraussagen einer hochentwickelten Theorie zu prüfen, die dann nach dem Ergebnis des Versuches vielleicht geändert werden muß. Wegen der experimentellen Schwierigkeiten einerseits und wegen der in der Theorie benutzten Näherungen andererseits sind solche Versuche seltener, als die meisten Menschen glauben; die Plausibilität der meisten physikalischen Theorien beruht mehr auf ihrer Anwendbarkeit auf einem weiten Gebiet als auf dem Erfolg sehr ins einzelne gehender Voraussagen. Ein modernes Beispiel für diese Art von Experimenten bietet die Erforschung der Einzelheiten in der Struktur des Wasserstoff-Linienspektrums, um die Voraussagen der DIRACschen Quantenmechanik nachzuprüfen.

Eine sichtlich ganz andere Situation liegt in der angewandten Physik vor, wo das typische Experiment die Messung einer Größe darstellt, die bereits im voraus mehr oder weniger genau festliegt. Solche Versuche müssen häufig durchgeführt werden, als Routineprüfungen sowohl in der Industrie als auch in der „angewandten Forschung", wo sie dazu dienen, Werte für Entwurfsberechnungen zu liefern und das Verhalten von neu entworfenen Systemen zu erforschen. Tatsächlich ist es so, daß Experimente der „reinen Forschung", wenn sie wirklich durchgeführt werden, gewöhnlich in die gleiche Form gebracht werden müssen wie die Versuche der angewandten Physik. Eine entscheidende Stärke des Physikers in der reinen Forschung ist seine Fähigkeit, Experimente zu erfinden, die die Form von direkten Messungen besitzen, die dabei aber so zweifelsfrei wie möglich die von der Gedankenspekulation gestellten Fragen beantworten.

Die Versuche, die in den Laboratorien der Lehrstätten durchgeführt werden, ähneln meist denen der Industriephysik darin, daß eine ganz bestimmte Messung durchgeführt werden muß. Wir haben gesehen, daß auch die Experimente der reinen Forschung, wenn sie durchgeführt werden, tatsächlich in diese Form gebracht sind. In jedem Falle liegt ein erheblicher Teil der Arbeit darin, sicherzustellen, daß die gemessene Größe wirklich mit der Größe übereinstimmt, die durch praktische oder theoretische Betrachtungen festgelegt wurde. Dies ist ein wichtiger Gesichtspunkt bei der Beseitigung von systematischen Fehlern, die im Kapitel II besprochen werden wird.

Es ist der Zweck dieses Buches, die Aufmerksamkeit auf solche Zweige der Physik zu lenken, die für die Planung und Ausführung von Experimenten in der physikalischen Forschung wichtig sind, als ein Nachschlagewerk für die im physikalischen Experiment angewandte Physik zu dienen. Der Hauptwert wurde dabei gelegt auf die Prinzipien des physikalischen Versuches, auf die zur Zeit zur Verfügung stehenden Hilfsmittel und auf die in verschiedener Hinsicht gezogenen Grenzen der derzeitigen Technik. Die Beispiele dienen zur Verdeutlichung, und die Tafeln sind unter dem Gesichtspunkt ihres Nutzens für das Nachschlagen bei der Planung eines Experimentes ausgewählt worden.

KAPITEL II

FEHLER UND WEITERBEHANDLUNG VON VERSUCHSERGEBNISSEN

2.1 Einleitung

Die meisten Versuche in der Physik liefern als unmittelbares Ergebnis einen Zahlenwert, und wir müssen im allgemeinen an dieses Resultat eine Abschätzung des Ausmaßes anknüpfen, in dem dieses Ergebnis fehlerhaft sein kann. Eine solche quantitative Abschätzung der experimentellen Unsicherheit ist dann besonders wichtig, wenn wir das Ergebnis eines Versuches mit dem eines anderen vergleichen, bei dem irgendwelche Bedingungen geändert wurden, oder wenn wir experimentelle Resultate mit einer theoretischen Berechnung vergleichen und entscheiden müssen, ob die Versuche die Theorie bestätigen oder nicht. Zufällige Beobachtungsfehler können durch Rechnung abgeschätzt werden (§ 2.4ff.), wobei die Abschätzung aber erst dann wirklich zuverlässig wird, wenn eine ziemlich große Anzahl von Ablesungen zur Verfügung steht. Die Auswirkungen von systematischen Fehlern können nur anhand von bestimmten Versuchsverfahren beurteilt werden, wie sie in § 2.3 dargestellt werden. Schließlich müssen wir entscheiden, inwieweit die im Versuch gemessene Größe auch wirklich diejenige ist, auf die sich die Theorie bezieht; dies ist natürlich das Kernstück jeder Versuchsplanung.

2.2 Die verschiedenen Arten von Versuchsfehlern

Wenn man ein physikalisches Experiment wiederholt, wobei man die Bedingungen so genau wie möglich wieder einstellt, ist das Ergebnis im allgemeinen doch nicht das gleiche wie zuvor. Da nun die Grundvoraussetzung der Physik das gleichbleibende Verhalten der Naturerscheinungen ist (mit Ausnahme eines schmalen Sektors, vgl. z. B. Kap. IX), muß man annehmen, daß diese Veränderung davon herrührt, daß die Bedingungen nicht exakt wieder eingestellt wurden. Dies ist nicht verwunderlich, da ja prinzipiell das betrachtete System von jeder Veränderung in der Außenwelt beeinflußt wird und es auch mit Sorgfalt und Mühe nicht möglich ist, es vollständig zu isolieren. In gewissen wichtigen Fällen findet man, wenn man den Versuch oft wiederholt, daß die Abweichungen der Ergebnisse nach einem bestimmten mathematischen Gesetz verteilt sind, dem in § 2.6 behandelten „Fehlernormalgesetz“[1].

[1]) Gausssches Fehlergesetz. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

In jedem Einzelfall hängt es von den experimentellen Gegebenheiten ab, ob die Abweichungen mit dem Normalgesetz in Übereinstimmung sind oder nicht; es gibt eine Menge mathematischer Arbeiten, die sich mit Proben auf Übereinstimmung mit dem Normalgesetz befassen und damit, numerische Werte für die Zuverlässigkeit von Beobachtungen zu geben, die Fehler vom Normaltyp besitzen.

Ein weniger gut zu behandelnder Fehlertyp ergibt sich im wesentlichen daraus, daß das Versuchsergebnis in systematischer Weise von Ursachen beeinflußt ist, deren Wirken man nicht erkannt hat. Ein einfaches Beispiel sind die Wärmeleitungsverluste bei der Bestimmung einer spezifischen Wärme nach dem Mischungsverfahren. Die Wärmeverluste wirken stets in der gleichen Richtung und können durch keine noch so große Anzahl von gleichartigen Wiederholungen des Versuches aufgedeckt werden. Ein berühmter Fall dieser Art von Fehler trat bei der Bestimmung der Elektronenladung nach der Öltröpfchenmethode von MILLIKAN auf, wo die Untersuchung zwar mit größter Geschicklichkeit durchgeführt wurde und sehr gleichbleibende Ergebnisse lieferte, die aber einen beträchtlichen Fehler aufwiesen durch Verwendung eines falschen Wertes für die Zähigkeit der Luft.

Dies sind Beispiele für systematische Fehler; eng mit diesen hängen die Deutungsfehler zusammen, die dadurch auftreten, daß die Ausführung der Messungen nicht mit den theoretisch gestellten Bedingungen übereinstimmt, die man aber als gültig annimmt. Ein Beispiel aus der Höhenstrahlenforschung soll dies verdeutlichen: Es ist bekannt, daß die Anzahl der Teilchenschauer, die von Zählern unter einer Bleischicht registriert wird, sich mit der Bleidicke ändert und bei etwa 2 cm Blei ein Maximum besitzt. Dieses Ergebnis wurde von der Theorie erklärt, aber die Entdeckung eines zweiten Maximums bei etwa 17 cm Blei erregte erhebliches Aufsehen. Später stellte es sich heraus, daß dieses Maximum durch die spezielle Form der verwendeten Bleiblöcke verursacht war, die aus rein geometrischen Gründen ein Maximum üblicher Art durch die Randbezirke ergab, wenn die Hauptbleischicht gerade 17 cm dick war.

Die Ausschaltung von derartigen Fehlern ist das Hauptproblem bei der Planung von physikalischen Versuchen. Einige wenige der möglichen Richtungen, in denen man dieses Problem angreifen kann, werden im folgenden angegeben werden, aber das Erfinden von Experimenten zum Studium eines bestimmten Punktes unter Ausschluß störender Faktoren bleibt immer die schwerste Aufgabe für den Experimentalphysiker.

2.3 Systematische Fehler

Die Möglichkeit eines bestimmten systematischen Fehlers kann vielleicht bereits aufgedeckt werden, wenn man das Experiment vorher überdenkt, und man kann dann ein Verfahren entwickeln, das entweder (Fall a) den Störeffekt physikalisch ausschließt oder (Fall b) ihn durch eine besondere Versuchsführung und durch geeignete Behandlung der Ergebnisse beseitigt. So kann z. B. der Wärmeverlust in dem oben erwähnten Kalorimeterversuch dadurch ausgeschlossen werden, daß man das Kalorimeter in einer Hülle

anordnet, die stets auf der gleichen Temperatur wie das Gerät selbst gehalten wird (Fall a), oder der Temperaturverlust kann gemessen und danach eine Korrektur für die Abkühlung angebracht werden (Fall b).

Es kommt oft vor, daß die auf einen Versuch einwirkenden unkontrollierten Einflüsse einen mehr oder weniger stetigen Gang mit der Zeit besitzen. Dann kann es möglich sein, die Ablesungen so vorzunehmen, daß der Gang keinen systematischen Fehler hervorruft. Ein Beispiel bilden die Galvanometerablesungen einer empfindlichen Brückenschaltung. Wenn abwechselnd bei ein- und bei ausgeschaltetem (oder umgepoltem) Brückenstrom abgelesen wird, kann man einen Gang in der Gleichgewichtseinstellung bemerken. Wenn man einen solchen Gang findet, muß man erstreben, die Versuchsbedingungen besser konstant zu halten, indem man z. B. die Kontrolle der Temperatur der Widerstände verbessert. Wenn diese Möglichkeiten erschöpft sind, kann man einen noch verbliebenen *linearen* Gang aus den Resultaten beseitigen, indem man die Ablesungen in gleichmäßigen Zeitabständen vornimmt und jede „Ein"-Messung mit dem Mittelwert der beiden ihr benachbarten „Aus"-Messungen vergleicht.

Prinzipiell kann man auch nichtlinearen Gang beseitigen. Wenn die abwechselnd durchgeführten Ablesungen a_0, b_1, a_2, b_3, ... ergeben haben, kann ein Gang zweiten Grades beseitigt werden, indem man $\frac{1}{2} \cdot (b_1 + b_3)$ mit $\frac{1}{8} \cdot (a_0 + 6a_2 + a_4)$ vergleicht usw.; es ist jedoch zweifelhaft, ob dieses Ergebnis von großem praktischem Nutzen ist.

In manchen Fällen kann ein Fehler, den man für systematisch hält, durch geeignete Anordnung der Messungen in einen zufälligen Fehler umgewandelt werden, und dann kann der Fehler dadurch verringert werden, daß man den Mittelwert einer Anzahl von Ablesungen nimmt (siehe § 2.5). So verursachen die zufälligen Fehler der Striche eines Teilkreises einen Fehler in der Winkelmessung, der durch Wiederholung der Messung auf demselben Bereich der Skala nicht aufgedeckt werden kann. Wenn man jetzt den Teilkreis dreht und die Ablesungen auf einem anderen Bereich der Skala wiederholt – wofür manchmal besondere Ablesemikroskope schon vorgesehen sind –, dann treten die Teilungsfehler als zufällige Fehler auf, und ihre Auswirkung kann durch Mittelwertbildung aus mehreren Ablesungen verringert werden.

Ein anderes Beispiel: In der photographischen Photometrie (vgl. § 8.35), in der Lichtintensitäten aus der Schwärzung einer photographischen Platte bestimmt werden, können Unregelmäßigkeiten in der Plattenherstellung und in der Verarbeitung eine systematische Änderung der Empfindlichkeit längs der Platte verursachen. Die photometrischen Platten tragen im allgemeinen Eichschwärzungen und Versuchsschwärzungen (z. B. Spektra); wenn diese nun auf der Platte abwechselnd angeordnet werden, liegen die Fehler, die man beim Vergleich der experimentellen Schwärzungen mit den Eichungen erhält, manchmal in der einen Richtung und manchmal in der anderen. Außerdem sollte man die Versuchsbelichtungen auf der Platte hinsichtlich jeder Veränderlichen, deren Auswirkung untersucht werden soll (z. B. der Absorberdichte), in zufälliger, nichtsystematischer Weise anordnen, damit sich kein falscher systematischer Effekt einstellt. Diese Art von „Zufällig-

machen der Fehler“ spielt bei Feldversuchen in der Landwirtschaftswissenschaft eine große Rolle, und die für diesen Zweck ausgearbeiteten Verfahren können gelegentlich auch für den Physiker von Interesse sein.

Soweit die systematischen Fehler von der Wirkung einer endlichen Anzahl von Störursachen herrühren (vgl. § 2.6), können sie oft dadurch gefunden werden, daß man die Versuchsbedingungen soweit als möglich verändert. So könnte man z. B. in dem oben behandelten Kalorimeterversuch den Temperaturbereich, die verwendete Menge an Substanz und die Zeit verändern, die für die Überführung der Substanz aus dem Heizgefäß in das Kalorimeter gebraucht wird. Im Ergebnis solcher Variationen kann man manchmal eine obere Grenze für einen bestimmten systematischen Fehler festlegen oder ihn durch Rechnung ganz beseitigen; so kann z. B. in der oben besprochenen Wärmemessung der „Überführungsfehler“ dadurch beseitigt werden, daß man die experimentell gefundene Beziehung zwischen der spezifischen Wärme und der Überführungszeit auf die Zeit Null extrapoliert.

Der radikalste und oft erfolgreichste Weg, Zweifel am Ergebnis eines Versuches zu beheben, besteht darin, ein völlig anderes Verfahren anzuwenden, um das Ergebnis zu erhalten oder die Schlußfolgerung zu stützen. Der lange Zeit nicht vermutete Fehler in dem von der Öltröpfchenmethode gelieferten Wert für die Elektronenladung wurde aufgedeckt, als aus Messungen mit Röntgenstrahlen ein Wert für die absoluten Abstände in Kristallgittern und damit für die absoluten Atommassen abgeleitet wurde. Fast ausnahmslos ruhen die wichtigen theoretischen Sätze der Physik auf einer breiten experimentellen Basis, und beinahe alle wesentlichen Zahlenwerte sind auf mehr als einem Wege bestimmt worden.

2.4 Zufällige Fehler

Wir betrachten nun die Behandlung von Fehlern zufälliger Art, auf die bereits im Anfang von § 2.2 hingewiesen wurde.

Nehmen wir an, wir wollen in einem geeigneten Diagramm eine Folge von Resultaten darstellen, deren jedes durch eine ganze Zahl wiedergegeben werden kann, wie z. B. die Anzahl der Erbsen in den Schoten einer Pflanze. Wir können dazu eine Darstellung der in Abb. 2.1 wiedergegebenen Art zeichnen, in der die Länge jeder vertikalen Linie die Anzahl der Ereignisse bedeutet, bei denen wir die an der Abszisse bei der betreffenden Linie angeschriebene Zahl von Erbsen gefunden haben. Man nennt dies ein *Häufigkeitsdiagramm*, und wenn die Spitzen der vertikalen Linien wie in der Abb. 2.1 verbunden werden, wird es ein *Häufigkeitspolygon*.

Der allgemeinere Fall ist der einer kontinuierlich veränderlichen Größe, für die das Ergebnis der Beobachtungen folgende Form annimmt: „In y Fällen liegt der gemessene Wert der Veränderlichen zwischen x_1 und x_2.“ Eine hierfür geeignete Darstellung zeigt die Abb. 2.2. Wenn die x-Intervalle, d. h. die $(x_2 - x_1)$ usw., alle einander gleich sind, macht es nichts aus, ob wir die Zahl y durch die Höhe des entsprechenden Rechteckes darstellen oder durch seine

Fläche, das Diagramm bekommt in beiden Fällen die gleiche Form. Wenn wir es indessen mit ungleichen x-Intervallen zu tun haben, dann erhalten wir eine sinnvollere Art der Darstellung, wenn wir die Anzahl der Beobachtungen

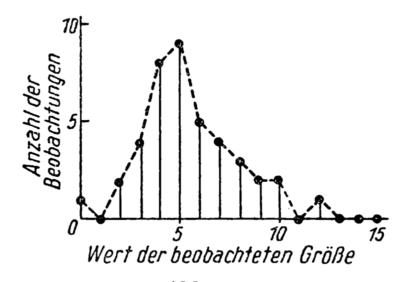


Abb. 2.1
Häufigkeitsdiagramm und Häufigkeitspolygon

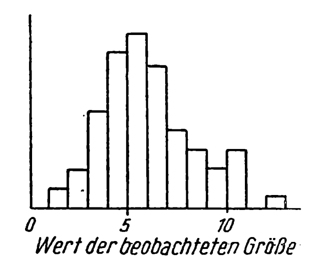


Abb. 2.2. Säulendarstellung der Häufigkeitsverteilung

durch die *Fläche* des Rechteckes darstellen.[1]) Als Beispiel betrachten wir die Auswirkung einer Zusammenfassung von zwei benachbarten Gruppen der in der Darstellung nach Abb. 2.2 gezeigten Verteilung zu einer. Es leuchtet ein, daß wir die Form des Diagramms wenig beeinflussen, wenn wir die Fläche für die neue Gruppe – sagen wir: zwischen x_5 und x_7 – ebenso groß machen wie die gesamte Fläche, die vorher die beiden Gruppen x_5 bis x_6 und x_6 bis x_7 zusammen besaßen.

Dieser Gedanke soll als Einführung in die allgemeine Idee einer Verteilungsfunktion dienen, die für die Darstellung einer sehr großen Zahl von Beobachtungen einer stetig veränderlichen Größe geeignet ist. Diese Verteilungsfunktion erhält man durch einen Grenzübergang, bei dem das Intervall zwischen x_n und x_{n+1} immer kleiner und kleiner gemacht wird. Diese Funktion $D(x)$ ist dann folgendermaßen definiert: Das Integral

$$\int_{x_1}^{x_2} D(x)\,dx$$

stellt die Anzahl der Ereignisse dar, bei denen die Veränderliche x zwischen x_1 und x_2 liegt.

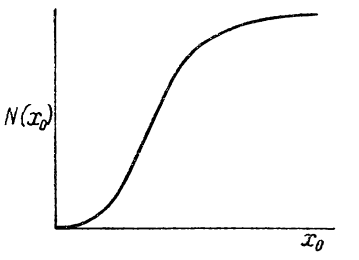


Abb. 2.3
Integrale Verteilungskurve

Wenn $N(x_0)$ die Anzahl der Beobachtungen ist, für die $x \leqq x_0$ ist, können wir $N(x_0)$ über x_0 auftragen und erhalten eine Kurve (Abb. 2.3), die man als integrale Verteilungskurve bezeichnet („Spitzbogenkurve" bei einigen älteren Statistikern). Wenn man diese Kurve als Darstellung einer stetigen Funktion ansieht,

[1]) Diese viel benutzte Art der Darstellung einer Häufigkeitsverteilung wird in der englischsprachigen Literatur als „histogram" bezeichnet, was man etwa als „Säulenauftragung" verdeutschen könnte. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

leuchtet es ein, daß man daraus durch Differentiation nach x_0 die Verteilungskurve nach Abb. 2.4 erhalten kann, denn es ist

$$N(x_0) = \int_0^{x_0} D(x)\,dx\,,$$

also

$$D(x_0) = \frac{dN}{dx_0}\,.$$

Dieses Ergebnis führt zu einer Deutung der Verteilungsfunktion $D(x_0)$ in Worten: Sie stellt die Anzahl der Beobachtungen je Einheit der Variablen x in einem sehr engen Bereich in der Umgebung von x_0 dar.[1]) Wenn wir jede Ordinate der Kurve durch eine Konstante dividieren, die so gewählt ist, daß die gesamte Fläche unter der Kurve gleich Eins wird, erhalten wir eine „normierte" Kurve, für welche

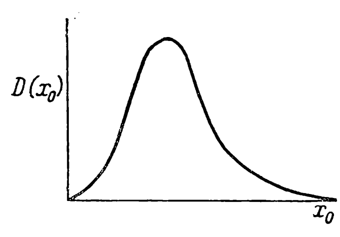


Abb. 2.4. Zu Abb. 2.3 zugehörige Verteilungsfunktion

$$y = \frac{D(x)}{\int_0^{\infty} D(x)\,dx}$$

gilt.[2]) Die Fläche zwischen den Ordinaten bei x_1 und x_2 stellt jetzt den Bruchteil aller Beobachtungen dar, der zwischen x_1 und x_2 liegt. Diese normierte Kurve wird manchmal einfach die *Häufigkeitskurve* der Beobachtungen genannt.

2.5 Der Mittelwert

Wir nehmen an, eine Anzahl von Beobachtungen $a_1, a_2, \ldots$ seien gemacht und in einem Verteilungsdiagramm nach Abb. 2.1 dargestellt worden. Wenn die Ergebnisse durch Störungen beeinflußt sind, die zufällig sind in dem Sinne, daß ihre Auswirkungen ebensogut in der einen Richtung liegen können wie in der anderen, dann wird die Verteilungskurve für eine große Anzahl solcher Ergebnisse symmetrisch um den ungestörten Wert liegen, der selbst unbekannt ist. Die „Methode der kleinsten Quadrate", die wir jetzt besprechen wollen, ermöglicht es, die Unsicherheit des Ergebnisses eines Versuches dadurch zu verringern, daß man die Werte aus einer Reihe von Wiederholungen kombiniert, und sie erlaubt, ein Maß für die Unsicherheit des Endergebnisses anzugeben; sie kann das aber nur unter der Voraussetzung der oben erwähnten Symmetrie. Man muß deshalb grundsätzlich das Häufigkeitsspektrum einer

[1]) Auf diesem Wege erhaltene Verteilungskurven sind natürlich ganz allgemein in der Physik im Gebrauch, z. B. zur Darstellung des Geschwindigkeitsspektrums von Gasmolekülen oder der Energieverteilung von β-Teilchen.

[2]) Der Index Null bei x kann jetzt fortfallen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Gruppe von Ergebnissen erst sorgfältig auf diese Symmetrie prüfen, bevor man die Methode der kleinsten Quadrate wirklich anwendet.

Angenommen, der wahre Wert der beobachteten Größe sei a und es seien N Beobachtungen gemacht worden, die die Ergebnisse $a_1, a_2, \ldots, a_N$ brachten. Die wahren Fehler der Beobachtungen sind dann von der Form $x_n = a_n - a$. Natürlich sind a und die x_n ($n = 1, 2, \ldots, N$) in der Praxis nicht bekannt.

Das arithmetische Mittel der Beobachtungen ist

$$M = \frac{1}{N} \cdot \sum_n a_n.$$

Der wahre Fehler des arithmetischen Mittels ist

$$E = \frac{1}{N} \left(\sum_n a_n - N \cdot a\right) = \frac{1}{N} \cdot \sum_n x_n.$$

Hiervon bilden wir

$$E^2 = \frac{1}{N^2} \left(\sum_n x_n\right)^2 = \frac{1}{N^2} \left(\sum_n x_n^2 + 2 \cdot \sum_n \sum_{m<n} x_n x_m\right).$$

Wenn nun zahlreiche Beobachtungen vorliegen und die Fehler symmetrisch um Null verteilt sind, wird die zweite Summe vernachlässigbar klein gegenüber der ersten, und wir erhalten

$$E^2 = \frac{1}{N^2} \cdot \sum_n x_n^2 = \frac{1}{N^2} \cdot N \cdot \mu^2 = \frac{1}{N} \cdot \mu^2,$$

wo

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum x_n^2}{N}}$$

der mittlere Fehler der Einzelbeobachtungen ist. Der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels von N Beobachtungen ist also unter diesen Bedingungen das $\frac{1}{\sqrt{N}}$ fache des mittleren Fehlers[1]) einer einzelnen Beobachtung, und es folgt daraus, daß das arithmetische Mittel einer sehr großen Anzahl von Beobachtungen als frei von zufälligen Fehlern angesehen werden kann. Noch haben wir zwar kein Verfahren abgeleitet, den mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung zu erhalten, wir können aber bereits vermuten, daß ein geeignetes Maß für diese Größe aus dem quadratischen Mittelwert der Differenzen zwischen den einzelnen Beobachtungen und dem arithmetischen Mittel aus einer endlichen, aber nicht zu kleinen Zahl von Beobachtungen gewonnen werden kann.

Die praktische Berechnung des arithmetischen Mittels aus einer großen Anzahl von Werten kann man sich durch die Benutzung eines fiktiven Mittelwertes erleichtern, was am besten durch ein einfaches Beispiel erklärt wird:

---

[1]) In der englischsprachigen Literatur „root-mean-square error", vielfach abgekürzt „r.m.s.". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Vorliegende Meßwerte

27,1 27,0 26,7 26,8 27,2 27,4 27,4 27,1 26,6 27,2

Als fiktiven Mittelwert wählen wir 27,0, was innerhalb der Meßwerte liegt und rechnerisch bequem ist. Wir bilden nun eine Tabelle der positiven und negativen Differenzen gegen diesen Wert.

	+		−
	0,1		0,3
	0,0		0,2
	0,2		0,4
	0,4	Teilsumme	0,9
	0,4		
	0,1		
	0,2		
Teilsumme	1,4		
	−0,9		
Gesamtsumme	0,5		

Hier ist $N = 10$, also ist die Verbesserung des Mittelwertes $\frac{0,5}{10} = +0,05$, der wahre Mittelwert wird daher gleich 27,05.

Formelmäßig ergibt sich, wenn $a_n = a_1, a_2, \ldots, a_N$ die Beobachtungen sind, A den fiktiven Mittelwert und M das arithmetische Mittel bedeutet:

$$M = \frac{\Sigma a_n}{N} = \frac{A \cdot N + \Sigma (a_n - A)}{N} = A + \frac{\Sigma (a_n - A)}{N}.$$

Bei der praktischen Rechnung braucht man noch eine Rechenkontrolle; man kann diese entweder in Form einer gleichartigen Berechnung mit den Abweichungen von einem anderen fiktiven Mittelwert durchführen oder durch Aufsummieren der Abweichungen gegen den eben gefundenen arithmetischen Mittelwert, was dann natürlich Null ergeben muß.

Das Hilfsmittel eines fiktiven Mittelwertes kann auch bei der Berechnung des quadratischen Mittels der Abweichungen mit Vorteil angewendet werden. Es sei σ^2 der quadratische Mittelwert der Abweichungen vom arithmetischen Mittel M und S^2 der quadratische Mittelwert der Abweichungen von einem fiktiven Mittelwert A, der für die Rechnung bequem gewählt wird.
Dann ist

$$S^2 = \frac{\Sigma (a_n - A)^2}{N}$$

und

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (a_n - M)^2}{N}.$$

Damit erhält man

$$S^2 - \sigma^2 = \frac{1}{N} \cdot [2(M-A) \sum a_n + N(A^2 - M^2)]$$

$$= \frac{1}{N} \cdot [2(M-A)\, NM + N(A^2 - M^2)]$$

$$= M^2 - 2MA + A^2 = (M-A)^2,$$

so daß

$$\sigma^2 = S^2 - (M-A)^2$$

gilt. Neben einem bequemen Rechentrick enthält dieses Ergebnis aber auch ein wichtiges allgemeines Prinzip, denn es zeigt, daß die Summe der Quadrate der Abweichungen vom arithmetischen Mittel kleiner ist als die Summe der Quadrate der Abweichungen von irgendeinem anderen Mittelwert. Diese Eigenschaft, die Summe der Quadrate der Abweichungen zum Minimum zu machen, ist für weite Bereiche als das Kennzeichen für die beste Darstellung einer Folge von Ergebnissen anerkannt. Sie hat diesem ganzen Zweig der statistischen Analysis den Namen „Methode der kleinsten Quadrate" gegeben. Wir kommen später noch auf die Grenzen der Anwendung dieses Verfahrens zurück.

2.6 Das Fehlergesetz

Um die Auswirkung von zufälligen Fehlern auf eine Folge von Beobachtungen abschätzen zu können, ist es angebracht, die Häufigkeitsverteilung der Fehler durch ein formelmäßiges Gesetz darzustellen; die Gaussssche Verteilung oder das Fehlernormalgesetz ist die allgemeinst verwendbare Formel. Die Anwendbarkeit des Gesetzes auf irgendeinen vorliegenden Fall muß empirisch erprobt werden, aber das Gesetz selbst kann in folgender Weise *a priori* hergeleitet werden:

Wir nehmen an, die Messung sei von einer Anzahl (N) unabhängiger Elementarfehler beeinflußt, deren jeder mit gleicher Wahrscheinlichkeit die Werte $+\varepsilon$ und $-\varepsilon$ annehmen kann. Daher kann der Gesamtfehler die Werte $+N\varepsilon$, $+(N-2)\varepsilon, \ldots, -N\varepsilon$ annehmen, und die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler der Größe $+(N-2m)\varepsilon$ kann folgendermaßen berechnet werden:

Die Wahrscheinlichkeit für jeden der Elementarfehler, negativ zu sein, ist $\frac{1}{2}$, und die Wahrscheinlichkeit für irgendeine spezielle Auswahl der Fehler (sagen wir: die ersten m), alle negativ zu sein, ist $\left(\frac{1}{2}\right)^m$. Wenn man aber N Fehler hat und nur m davon sollen negativ sein, so muß man diese Wahrscheinlichkeit noch mit der Wahrscheinlichkeit dafür multiplizieren, daß alle übrigen Elemente positiv sind, und die ist $\left(\frac{1}{2}\right)^{N-m}$. Die so erhaltene Anordnung ist nur eine von $\binom{N}{m}$ möglichen Anordnungen[1]), die den gleichen Gesamtfehler

[1]) Englische Schreibweise: ${}^{N}C_m$. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

besitzen, so daß man für die Wahrscheinlichkeit eines Gesamtfehlers $+(N - 2m)\varepsilon$ erhält:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^m \left(\frac{1}{2}\right)^{N-m} \binom{N}{m} = \left(\frac{1}{2}\right)^N \cdot \frac{N!}{m!\,(N-m)!}.$$

Man sieht, daß bei einer endlichen Anzahl N von elementaren Teilfehlern die Höhe der einzelnen Säulen in der Darstellung für die Häufigkeitsverteilung der Werte des Gesamtfehlers proportional zu den Binomialkoeffizienten in der Reihenentwicklung von

$$(1 + x)^N$$

ist. Wenn die Anzahl der Teilfehler gegen Unendlich strebt, kann man zeigen, daß dann die normierte Darstellung der Häufigkeitsverteilung in eine stetige Kurve der Form

$$y = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-h^2 x^2}$$

übergeht. Man kann nämlich beweisen, daß die Wahrscheinlichkeit, einen Fehler zu finden, der zwischen x und $x + dx$ liegt, proportional zu

$$e^{-h^2 x^2}\, dx$$

ist, und

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}}$$

ist der normierende Faktor, der dafür sorgt, daß die gesamte Fläche unter der Kurve gleich Eins ist. Das Integral

$$\int_{x_1}^{x_2} y\, dx$$

stellt also den Anteil aller Beobachtungen dar, bei denen der Fehler zwischen x_1 und x_2 liegt.

Die Form der Kurve zeigt die Abb. 2.5 (auf Seite 38). Die Kurve besitzt folgende, im Augenblick praktisch wichtige Eigenschaften:

a) Die Form der (normierten) Kurve hängt nur von dem einen Parameter h ab; wenn h groß ist, wird die Kurve hoch und schlank, ist h klein, wird sie niedrig und breit.

b) Das quadratische Mittel σ^2 der Abweichungen gegen den arithmetischen Mittelwert von allen dargestellten Beobachtungen kann berechnet werden. Denn wenn man N Beobachtungen vorliegen hat (wobei N groß sein soll), dann ist die Anzahl derer, die im Bereich von x bis $x + dx$ liegen, gleich

$$\frac{Nh}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2 x^2}\, dx,$$

und ihr Anteil an der Summe der Quadrate der Abweichungen beträgt

$$\frac{N h}{\sqrt{\pi}} x^2 e^{-h^2 x^2} dx,$$

so daß

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \cdot \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} N x^2 e^{-h^2 x^2} dx = \frac{1}{2h^2}$$

wird. Es gilt also

$$\sigma = \frac{1}{h\sqrt{2}}$$

oder

$$h = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}.$$

c) Der Bruchteil von allen einer normalen Fehlerverteilung gehorchenden Beobachtungen mit Fehlern zwischen $+x_1$ und $-x_1$ ist

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{-x_1}^{+x_1} e^{-h^2 x^2} dx = \frac{2h}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{x_1} e^{-h^2 x^2} dx.$$

Schreiben wir $t = hx$, so wird dies

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{h x_1} e^{-t^2} dt = \varphi(h x_1),$$

wobei $\varphi(x)$ eine tabelliert vorliegende Funktion ist, die als

$$\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{x} e^{-t^2} dt$$

definiert ist.[1])

Üblicherweise drückt man die Fehler in Vielfachen des mittleren Fehlers (der Normalabweichung oder Streuung) σ aus. Der Bruchteil der Beobachtungen mit Abweichungen zwischen $-r\sigma$ und $+r\sigma$ beträgt

$$\varphi(h r \sigma) = \varphi\left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right).$$

Der nach dieser Formel berechnete Bruchteil von Beobachtungen mit Fehlern, die über gewisse, praktisch übliche Grenzen hinausgehen, ist in der Tafel 2.1 angegeben.

---

[1]) In der englischsprachigen Literatur wird die Fehlerfunktion $\varphi(x)$ manchmal als „erf x" geschrieben. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 2.1

Nützliche Werte zum Fehlerintegral $\varphi(x)$

1. Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei einer Normalverteilung ein Fehler innerhalb oder außerhalb eines gegebenen Vielfachen des mittleren Fehlers oder der Streuung σ liegt.

Fehler F	Wahrscheinlichkeit für einen Fehler $<F$	$>F$
$\pm 1\sigma$	$\varphi(0{,}707) = 0{,}683$	0,317
$\pm 2\sigma$	$\varphi(1{,}41) = 0{,}954$	0,046
$\pm 3\sigma$	$\varphi(2{,}12) = 0{,}997$	0,003
$\pm 4\sigma$	$\varphi(2{,}83)$	$6 \cdot 10^{-5}$
$\pm 5\sigma$	$\varphi(3{,}54)$	$6 \cdot 10^{-7}$

2. Grenzfehler x bei einer gegebenen Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Fehler innerhalb der Grenzen $\pm x$ liegt.

Wahrscheinlichkeit $= \varphi(x)$	Grenzfehler x	x in Vielfachen des mittleren Fehlers σ	x in Vielfachen des wahrscheinlichen Fehlers w
0,5	0,477	$0{,}674\sigma$	$1w$
0,99	1,82	$2{,}6\sigma$	$3{,}8w$
0,999	2,32	$3{,}3\sigma$	$4{,}9w$

Der Grenzwert des Fehlers, der angibt, daß man in einer Beobachtungsfolge mit gleicher Wahrscheinlichkeit einen Fehler innerhalb der Grenze wie außerhalb der Grenze erwarten kann, wird – ziemlich unglücklich – der *wahrscheinliche Fehler* genannt; sein Wert beträgt etwa 0,674 des mittleren Fehlers. Wenn man Literaturangaben auswerten will, ist es oft wichtig, festzustellen, welches Abweichungsmaß benutzt wurde. Es wäre vorteilhaft, das Vorgehen in dieser Hinsicht zu vereinheitlichen, indem nur der mittlere Fehler (die Streuung) benutzt wird.

Wir haben im § 2.5 das Problem noch nicht zum Abschluß gebracht, den Fehler einer Beobachtung auf Grund der erhaltenen Abweichungen vom arithmetischen Mittel für eine endliche Folge von Beobachtungen abzuschätzen. Man kann beweisen, daß die beste Abschätzung für den mittleren Fehler der Einzelbeobachtungen gegenüber dem wahren Wert der gemessenen Größe gleich

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum v^2}{N-1}}$$

ist, wobei N die Anzahl der Beobachtungen bedeutet und $\sum v^2$ die Summe der Quadrate der Abweichungen vom arithmetischen Mittel, mit $v_n = a_n - M$ (= Verbesserungen oder scheinbare Fehler). Dieser Wert ist größer als der quadratische Mittelwert

$$\sqrt{\frac{\sum v^2}{N}}$$

der Abweichungen, weil das arithmetische Mittel von nur N Beobachtungen selbst noch eine wahrscheinliche Abweichung vom wahren Wert besitzt, den man erst als das Mittel aus einer sehr großen Anzahl von Beobachtungen erhalten würde.

Der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels aus N Beobachtungen ist demnach

$$\mu_M = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{N(N-1)}}.$$

Es muß noch darauf hingewiesen werden, daß der Wert, den man aus einer kleinen Folge von Beobachtungen für den mittleren Fehler erhält, nicht sehr genau ist. Bei 10 Beobachtungen besteht etwa 97% Wahrscheinlichkeit dafür, daß der berechnete mittlere Fehler nicht mehr als 50% vom richtigen Wert abweicht; bei 50 Beobachtungen besteht eine 95%ige Wahrscheinlichkeit dafür, daß er nicht mehr als 20% vom richtigen Wert abweicht. Es ist deshalb sehr erwünscht, bei Werten des mittleren Fehlers oder der Normalabweichung von Beobachtungen die *Anzahl der Ablesungen* anzugeben, auf die sich die Fehlerabschätzung gründet.

Bei einer großen Anzahl von Beobachtungen wird die numerische Berechnung der Quadrate der Abweichungen sehr langwierig; man kann dann eine Formel von PETERS verwenden, die die Eigenschaften der normalen Fehlerverteilung benutzt:

$$\mu_M = \frac{1{,}25 \cdot S}{\sqrt{N}},$$

worin S die Summe sämtlicher, ohne Rücksicht auf ihr wahres Vorzeichen hier als positiv gezählter Abweichungen bedeutet.

2.7 Das Verwerfen von Beobachtungen („Ausreißer")

Beobachtungen, die nach dem normalen Fehlergesetz verteilt sind, zeigen nur eine sehr kleine Anzahl von großen Abweichungen. Dies scheint der Tatsache zu widersprechen, daß die Fehlerfunktion nur asymptotisch gegen Null geht; Zahlenwerte der Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten großer Fehler können der Tafel 2.1 entnommen werden. Es hat schon erhebliche Diskussionen darüber gegeben, was man mit Beobachtungen tun soll, deren Abweichungen zu groß sind, als daß diese Werte mit einer plausiblen Wahrscheinlichkeit auftreten sollten, und man hat verschiedene Kriterien dafür aufgestellt, wann man derartige Werte verwerfen soll. Offensichtlich hat sich keines dieser Kriterien allgemein durchgesetzt; empfehlenswert erscheint folgende einfache „Ausreißerregel":

Beobachtungen sind zu verwerfen, deren Abweichung vom Mittel größer ist als das 5fache des wahrscheinlichen Fehlers (oder das 3,5fache des mittleren Fehlers). Bei Beobachtungen, die Abweichungen von mehr als dem 3,5fachen des wahrscheinlichen Fehlers (oder dem 2,5fachen des mittleren Fehlers) ergeben, sind die näheren Umstände der Messung zu prüfen; diese Beobachtungen sind zu verwerfen, wenn die Umstände zu irgendwelchem Argwohn auf unkorrekte Messung Anlaß geben. (Diese Grenzen entsprechen den Wahrscheinlichkeiten 0,001 bzw. 0,02.)

2.8 Fehlerfortpflanzung

Das Ergebnis eines Versuches wird gewöhnlich dadurch erhalten, daß man eine Anzahl von Beobachtungen verschiedener Größen nach einer Formel arithmetisch miteinander kombiniert. Wir müssen daher jetzt die Genauigkeit einer Funktion von verschiedenen Variablen betrachten, die sämtlich Fehler besitzen.

Es sei A eine lineare Funktion

$$A = c_1 \cdot a_1 + c_2 \cdot a_2 + \cdots$$

der beobachteten Größen a_n, die der Normalverteilung gehorchende Streuungen mit den mittleren Fehlern e_n besitzen. Man kann nun zeigen, daß der Fehler von A ebenfalls der Normalverteilung unterliegt und daß A einen mittleren Fehler E besitzt, der nach

$$E^2 = c_1^2 \cdot e_1^2 + c_2^2 \cdot e_2^2 + \cdots$$

zu berechnen ist.

Wenn die funktionale Beziehung zwischen A und den a_n nicht linear ist, kann man den gleichen Ansatz machen, solange man es mit kleinen Fehlern zu tun hat; denn wenn $A = A(a_n)$ ist, gilt

$$\delta A = \frac{\partial A}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial A}{\partial a_2} \cdot \delta a_2 + \cdots$$

und

$$E^2 = c_1^2 \cdot e_1^2 + c_2^2 \cdot e_2^2 + \cdots,$$

worin die

$$c_n = \frac{\partial A}{\partial a_n}$$

sind. Tafel 2.2 zeigt die Ergebnisse, die man erhält, wenn man diesen Ansatz auf einige einfache und wichtige Funktionen anwendet.

Aus der Form dieser Gleichungen geht hervor:

a) Wenn die Beobachtungen mehr oder weniger symmetrisch in das Ergebnis eingehen, aber unterschiedliche mittlere Fehler besitzen, wird in erster Linie der größte der mittleren Fehler das Ergebnis maßgeblich beeinflussen, und man muß besondere Sorgfalt darauf verwenden, diesen größten Fehler zu verringern.

b) Wenn das Ergebnis besonders stark von den Messungen eines der Werte abhängt, d.h., wenn z.B. $\frac{\partial A}{\partial a_1}$ sehr groß ist (wenn also etwa a_1 in die Endgleichung mit einer hohen Potenz eingeht), dann wird in erster Linie der Fehler von a_1 das Endergebnis maßgeblich beeinflussen, und man muß besondere Aufmerksamkeit darauf richten, diesen Fehler zu verringern.

Diese Überlegungen sind oft für die Planung eines Experimentes und für die Auswahl der Apparate von Wichtigkeit. Es ist einfach eine Kraftvergeudung, eine der Messungen – sagen wir: die Wägung – auf einen hohen Genauigkeits-

grad zu steigern, wenn das Ergebnis des Versuches maßgeblich von einer anderen Messung beeinflußt wird.

Tafel 2.2

Einige wichtige Fälle der Fehlerfortpflanzung

A ist das Ergebnis einer arithmetischen Kombination der Größen a_n, die eine normale Streuung mit den mittleren Fehlern e_n besitzen.

E ist der mittlere Fehler von A.

1. Summe:

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots,$$
$$E^2 = e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \cdots.$$

2. Lineare Funktion:

$$A = c_1 a_1 + c_2 a_2 + \cdots,$$
$$E^2 = c_1^2 e_1^2 + c_2^2 e_2^2 + \cdots.$$

3. Produkt:

$$A = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \cdots.$$

In diesem Falle wenden wir das Ergebnis aus § 2.8 auf den Logarithmus an und erhalten

$$\frac{E^2}{A^2} = \frac{e_1^2}{a_1^2} + \frac{e_2^2}{a_2^2} + \frac{e_3^2}{a_3^2} + \cdots;$$

dies besagt, daß das Quadrat des *prozentualen* (oder relativen) Fehlers gleich der Summe der Quadrate der prozentualen Fehler der Faktoren ist.

4. Summe von Potenzen:

$$A = a_1^p + a_2^q + \cdots,$$
$$E^2 = (p \cdot a_1^{p-1})^2 \cdot e_1^2 + (q \cdot a_2^{q-1})^2 \cdot e_2^2 + \cdots.$$

5. Produkt von Potenzen:

$$A = a_1^p \cdot a_2^q \cdot \cdots,$$
$$\frac{E^2}{A^2} = p^2 \cdot \frac{e_1^2}{a_1^2} + q^2 \cdot \frac{e_2^2}{a_2^2} + \cdots.$$

2.9 Anpassen eines Funktionsverlaufes an die Versuchsergebnisse unter Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate

Folgendes Problem tritt oft bei der Weiterverarbeitung von Versuchsergebnissen auf: Einer Veränderlichen x wurden im Ablauf des Versuches eine Reihe verschiedener Werte gegeben, und die zugehörigen Werte einer anderen Variablen y wurden gemessen. Die Werte von x und y tragen beide Fehler mit normaler Verteilung. Die mathematische Form der Beziehung zwischen x und y wird als bekannt angenommen. Welches sind nun die besten Werte für die Parameter in dieser funktionalen Beziehung?

Ein einfaches Beispiel begegnet uns etwa bei dem Versuch, die Wirkung des Barometerstandes B auf die Intensität I der kosmischen Strahlung am Erdboden festzustellen. Für die gewöhnlichen Barometerstandsänderungen (die im Vergleich zum Gesamtdruck ja klein sind) ist die Annahme einer linearen Abhängigkeit

$$I = I_0 \cdot [1 - \alpha(B - B_0)]$$

durchaus begründet. Die einzelnen experimentellen Werte von I sind aber mit starken Fehlern behaftet, die mehr oder minder genau einer GAUSSschen Verteilung gehorchen.

Nach der üblichen Laborpraxis wird man im Falle einer derartigen linearen Beziehung die Werte von x und y graphisch auftragen und nach Augenmaß die beste Gerade einzeichnen. Ein wertvoller technischer Kunstgriff für den linearen Fall besteht darin, einen Faden über den Punkten auszuspannen und ihn so lange zu verschieben, bis er gleichmäßig zwischen ihnen verläuft. Wenn man hier ein Lineal benutzt, verdeckt es die Punkte auf der einen Seite der Linie und gibt so Anlaß zu ungleichmäßiger Fehlerverteilung.[1]) Es besteht auch eine Neigung, vor der man sich hüten muß, den Endpunkten der Serie ungebührliches Gewicht beizumessen, wenn man den Faden spannt oder die Linie zieht.

Dieses Verfahren, eine funktionale Beziehung durch Zeichnen der Kurve anzupassen, kann auch dann angewendet werden, wenn die Beziehung zwischen den Variablen nicht linear ist; es ist aber in solchen Fällen vorzuziehen, abgeleitete Variable aufzutragen, die so gewählt sind, daß sie eine ungefähr lineare Auftragung ergeben. Es kann z. B. vorteilhaft sein, den Logarithmus für eine Variable (für den Fall einer angenähert logarithmischen oder exponentiellen Beziehung) oder für beide Veränderliche (in den Fällen, wo ein Potenzgesetz eine gute Annäherung bildet) zu benutzen.

Logarithmische Darstellung ist auch in allen den Fällen nützlich, wo sich die Variablen über einen sehr großen Bereich erstrecken. Am bequemsten führt man dann die Auftragung auf einfach- oder doppeltlogarithmischem Papier durch, bei dem eine oder beide Koordinatenachsen Teilungen tragen, die nach den natürlichen Zahlenwerten der Veränderlichen beziffert sind, aber gemäß den Werten der zugehörigen Logarithmen angeordnet sind. Solche Papiere sind mit ein, zwei oder mehr der jeweils einer Zehnerpotenz entsprechenden Teilungszyklen im Handel.

Das „Augenmaß"-Verfahren arbeitet dann gut, wenn es sich um eine geringe Anzahl von Punkten mit ziemlich hoher Genauigkeit handelt. Oft ist jeder Punkt das Ergebnis wiederholter Messungen, man kann dann einen gewissen Anhalt für das Zeichnen der Linie dadurch erhalten, daß man die Punkte als Kreuze zeichnet, deren Armlänge gleich dem mittleren Fehler der Beobachtungen ist. In anderen Fällen kann man die Armlänge gleich dem *a priori* geschätzten Fehler der Messungen machen.

Wenn es sich dagegen um eine große Anzahl von Punkten handelt, deren jeder nur eine geringe Genauigkeit besitzt, dann wird das Arbeiten nach Augenmaß unsicher, und es ist günstiger, die Methode der kleinsten Quadrate anzuwenden, vorausgesetzt, daß die Fehler wirklich zufälliger Natur sind. Dieses Verfahren beruht auf der Annahme, daß die beste Annäherung diejenige ist, für die die Summe der Quadrate der Abweichungen zwischen den

---

[1]) Die käuflichen Lineale aus glasklarem Kunststoff vermeiden diesen Nachteil. Da sie leichter zu handhaben sind als das „Fadenverfahren", sind sie sehr zu empfehlen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Werten der wirklich beobachteten Variablen und den Werten, die die angenommene funktionale Beziehung liefert, ein Minimum wird.

In vielen wichtigen Fällen sind die Werte der einen Veränderlichen (x) genau bekannt, und die Beobachtungen der anderen Variablen (y) unterliegen zufälligen Fehlern. Dann geht die Methode der kleinsten Quadrate prinzipiell in folgender Weise vor:

1. Man nimmt eine funktionale Beziehung $y = f(x)$ mit noch unbekannten Konstanten $A_1, A_2, \ldots$ an und berechnet danach die Werte der Funktion $f(x_n)$ an den Stellen x_n der unabhängigen Variablen, für die Meßwerte y_n vorliegen.
2. Man bildet jetzt die Differenzen $y_n - f(x_n)$, die noch die Konstanten $A_1, A_2, \ldots$ enthalten, und berechnet die Summe der Quadrate dieser Differenzen.
3. Die Methode nimmt nun an, daß die besten Werte für $A_1, A_2, \ldots$ diejenigen sind, die diese Summe zum Minimum machen. Wenn wir die Summe partiell nach den $A_1, A_2, \ldots$ differenzieren und die partiellen Differentialquotienten gleich Null setzen, erhalten wir Gleichungen, die die Unbekannten $A_1, A_2, \ldots$ enthalten und nach diesen aufgelöst werden können. Diese Gleichungen nennt man die „Normalgleichungen".

Für den einfachen Fall, daß die Beziehung zwischen y und x als linear und die x-Werte als genau bekannt angenommen werden, findet man:

a) Die beste Gerade verläuft durch den Schwerpunkt der N Punkte (x_n, y_n), d. h. durch den Punkt

$$\bar{x} = \frac{\sum x_n}{N},$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_n}{N};$$

b) die beste Neigung ist

$$\frac{\sum (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})}{\sum (x_n - \bar{x})^2}.$$

Letzteres ist gleichbedeutend mit

$$\frac{\sum x_n y_n - N\bar{x}\bar{y}}{\sum x_n^2 - N\bar{x}^2},$$

einer in den meisten Fällen für die Berechnung geeigneteren Form.

Dieses Ergebnis wäre auf das eingangs erwähnte Höhenstrahlenproblem anwendbar, bei dem die Barometerstände mit großer Genauigkeit bekannt sind und die Messungen der kosmischen Strahlung zufälligen Schwankungen unterliegen.

Wenn die angenommene funktionale Beziehung nicht linear, sondern komplizierter ist, wird das Aufstellen und die Lösung der Normalgleichungen eine ziemlich mühsame Angelegenheit. Die praktische Berechnungsweise

ist im Anhang zu diesem Kapitel beschrieben, und dort wird auch gezeigt, daß es in manchen Fällen möglich ist, Funktionen zu wählen, die ohne Benutzung der Normalgleichungen an die Meßwerte angepaßt werden können.

2.10 Weitere Anwendungen der Methode der kleinsten Quadrate

Eine etwas andere Anwendung des gleichen Prinzips tritt dann auf, wenn wir es mit einer Anzahl von experimentell bestimmten Beziehungen zu tun haben, die weniger Unbekannte enthalten, als die Zahl der Beziehungen beträgt („Ausgleich vermittelnder Beobachtungen"). Wegen der Versuchsfehler werden die Gleichungen zunächst zahlenmäßig zu Widersprüchen führen, und das Problem besteht hier darin, die „besten" Werte für die Unbekannten zu finden. Die Methode der kleinsten Quadrate wird sehr viel von den Geodäten und den Astronomen für die Lösung gerade derartiger Probleme benutzt, die deshalb auch den Hauptinhalt vieler Lehrbücher über die Methode der kleinsten Quadrate bilden.

Wenn das Gleichungssystem linear ist, können wir es in der Form

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots &= A_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots &= A_2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

schreiben, worin die x_m die Unbekannten und die A_n die Meßergebnisse bedeuten. Hieraus kann man ein widerspruchsfreies System

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots - A_1 &= D_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots - A_2 &= D_2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

bilden, worin die D_n noch zu bestimmende Korrekturen sind, die man zu den beobachteten Größen A_n hinzufügen muß, um die Gleichungen widerspruchsfrei zu machen. Es wird jetzt angenommen, daß die besten Werte für die x_m diejenigen sind, die $\sum D_n^2$ zum Minimum machen, und man erhält die Normalgleichungen, indem man $\sum D_n^2$ partiell nach den x_m differenziert. Diese Normalgleichungen können dann nach den x_m aufgelöst werden.

Im linearen Fall kann man zeigen, daß die erste Normalgleichung sehr einfach aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots - A_1 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots - A_2 &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

gefunden werden kann, indem man jede Gleichung mit ihrem Koeffizienten von x_1 (also die erste Gleichung mit a_{11}, die zweite mit a_{21} usw.) multipliziert und alle so gebildeten Gleichungen addiert. Die zweite, dritte usw. Normalgleichung werden in der gleichen Weise durch Multiplikation mit den Koeffizienten von x_2, x_3 usw. gefunden.

Wenn die Gleichungen nicht linear sind, bleibt das angewandte Prinzip das gleiche, aber die Bildung der Normalgleichungen ist komplizierter. Man findet die Ableitung in jedem Lehrbuch über die Methode der kleinsten Quadrate (z. B. bei Worthing und Geffner 1943). Dieses Verfahren wurde – vor allem von Birge – dazu benutzt, die besten Werte für die Fundamentalkonstanten der Atomphysik (e, h usw.) auf Grund der großen Menge experimenteller Ergebnisse, die Kombinationen dieser Konstanten enthalten, zu bestimmen. (Diese Arbeit wird kurz in dem genannten Buch von Worthing und Geffner besprochen, die neueren Ergebnisse bis 1947 sind bei DuMond und Cohen 1948 angegeben.)

2.11 Nicht-Gaußsche Verteilungen

Es wurde bereits im § 2.6 festgestellt, daß die Gültigkeit des Fehlernormalgesetzes etwas ist, das durch die Erfahrung geprüft werden muß und nicht *a priori* angenommen werden kann. Ein Beispiel soll zeigen, daß das Gausssche Gesetz nicht immer anwendbar ist. Wenn die Durchmesser einer Anzahl von kugelförmigen Wassertropfen der normalen Verteilung gehorchen, die zum mittleren Wert symmetrisch ist, müssen die Tropfenmassen eine Verteilung besitzen, die nicht symmetrisch ist und nicht die Gausssche sein kann. Levy (1944) führt einige technisch interessante Fälle an, aus denen hervorgeht, daß die zeitliche Verteilung der Versager einer zusammengesetzten Maschine bei weitem keine Gausssche ist, auch wenn die Versager der Einzelteile einer Normalverteilung gehorchen. Die Bedeutung des Normalgesetzes liegt darin, daß es oft eine sehr gute Darstellung kleiner Fehler der Art, wie man sie bei physikalischen Versuchen antrifft, liefert und daß die mathematisch einfachen Ergebnisse, auf die es führt, oft gute Annäherungen darstellen, auch wenn die behandelten Verteilungen gar nicht exakt Gausssche Verteilungen sind.

2.12 Die Poisson-Verteilung

Eine in der Physik besonders wichtige nicht-Gausssche Verteilung ist diejenige, die die Häufigkeitsverteilung von Ereignissen, die zu zufällig verteilten Zeiten eintreten, innerhalb gleicher Zeitintervalle angibt. Dies gilt unmittelbar etwa für Zählversuche in der Kernphysik und auf anderen Gebieten. In § 2.13 wird dargelegt, daß man, wenn man das Mittel über eine große Anzahl gleicher Intervalle bildet und dabei im Mittel Z Ereignisse in einem Zeitintervall bestimmter Länge auftreten, die Wahrscheinlichkeit dafür, daß r Ereignisse in einem einzelnen Intervall dieser Länge auftreten, zu

$$P_r = \frac{Z^r}{r!} e^{-Z}$$

erhält. Man nennt dies die Poissonsche Formel. Die Poisson-Verteilung ist für kleine Werte von Z sehr unsymmetrisch, für große Werte von Z jedoch ähnelt die Kurve in der Nähe ihres Maximums sehr einer Gaussschen Kurve

mit der Streuung $\sqrt{Z}$. Abb. 2.5 zeigt ein Häufigkeitsdiagramm nach POISSON, das für $Z = 10$ berechnet wurde, und im gleichen Achsenkreuz eine normale Fehlerkurve mit dem Mittelwert bei $Z = 10$ und der Streuung $\sigma = \sqrt{10}$.

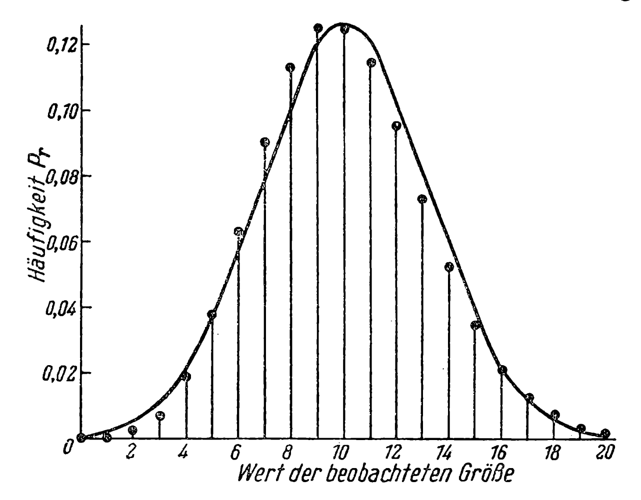


Abb. 2.5. Häufigkeitsdiagramm für eine POISSON-Verteilung mit $Z = 10$ (durch die Punkte dargestellt) und die GAUSSsche Verteilung mit dem Mittelwert bei $Z = 10$ und der Streuung $\sigma = \sqrt{10}$ (ausgezogene Kurve)

Die GAUSSsche Kurve stellt hier eine gute Annäherung an die POISSON-Verteilung dar; für größere Werte von Z wird die Annäherung noch bedeutend besser.

Wenn also in einer Versuchsperiode N Teilchen gezählt worden sind, dann gibt die Verteilung mit der Streuung $\sqrt{N}$ die Zuverlässigkeit dieses Ergebnisses an, und für alle üblichen Fälle findet man in der (für die Normalverteilung berechneten) Tafel 2.1 mit genügender Genauigkeit die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei einem gegebenen Zählwert die Abweichung vom wahren Wert größer als

$$\sqrt{N}, \quad 2 \cdot \sqrt{N}, \quad \ldots$$

ist.

2.13 Mathematische Anmerkung zur Statistik von Zählungen (Poisson-Verteilung)

Wir nehmen an, die mittlere Zählgeschwindigkeit sei N Ereignisse pro Sekunde. In einem Zeitintervall t ist dann die durchschnittliche Anzahl der Ereignisse $N\,t = Z$. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit P_r dafür, daß in dem Intervall t gerade r Ereignisse eintreten. Die Zeit t werde hierzu in n gleiche

Unterintervalle geteilt; dann ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Ereignis in einem speziellen dieser Teilintervalle auftritt, gleich

$$p = \frac{Nt}{n},$$

und p wird klein, wenn n groß ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein zweites oder drittes Ereignis in einem Teilintervall auftritt, ist proportional zu höheren Potenzen von $\frac{Nt}{n}$ und kann beliebig klein gegenüber p gemacht werden, indem man n groß macht.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein gegebenes Unterintervall ein Ereignis enthält, ist also p; die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es kein Ereignis enthält, ist dann gleich $(1 - p)$. Also wird die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das erste der n Teilintervalle ein Ereignis enthält und daß in keinem der anderen Teilintervalle ein Ereignis auftritt, gleich

$$p \cdot (1 - p)^{n-1};$$

dies stellt nun nur eine von n gleichwertigen Möglichkeiten dar, bei denen immer nur ein Ereignis im gesamten Intervall auftritt. Die Wahrscheinlichkeit P_1 für $r = 1$ ist deshalb

$$P_1 = np \cdot (1 - p)^{n-1}.$$

In gleicher Art wird die Wahrscheinlichkeit dafür, daß – sagen wir – die ersten r Teilintervalle je eine Zählung enthalten und die restlichen $(n - r)$ leer bleiben, gleich

$$p^r \cdot (1 - p)^{n-r},$$

wobei dies eine von $\binom{n}{r}$ gleichwertigen Möglichkeiten darstellt, wie r Ereignisse (einzeln) über das gesamte Intervall verteilt werden können.

Wir haben daher

$$P_r = \binom{n}{r} \cdot p^r \cdot (1 - p)^{n-r} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cdots \cdot (n - r + 1)}{r!} \cdot p^r \cdot (1 - p)^{n-r},$$

was für $n \gg r$ und $p \ll 1$ in

$$P_r = \frac{n^r}{r!} \cdot p^r \cdot (1 - p)^n = \frac{Z^r}{r!} \cdot \left(1 - np + \frac{n(n-1)}{2!} \cdot p^2 - + \cdots\right) = \frac{Z^r}{r!} \cdot e^{-Z}$$

übergeht, wenn n sehr groß ist und $Z = np$ gilt.

Dies ist die Formel von BATEMAN, die die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, genau r Zählereignisse in einem Zeitintervall zu erhalten, wenn die eigentlich zu erwartende (durchschnittliche) Anzahl Z beträgt.

Die mittlere quadratische Abweichung der Werte r vom durchschnittlichen Wert Z, die man bei einer großen Anzahl von Proben findet, ist

$$\sum_{r=0}^{\infty} \frac{Z^r}{r!} \cdot e^{-Z} \cdot (Z - r)^2 = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{Z^r}{r!} \cdot e^{-Z} \cdot (Z^2 - 2Zr + r^2)$$

$$= Z \cdot e^{-Z} \cdot \left\{\sum_{r=0}^{\infty} \frac{Z^{r+1}}{r!} - 2 \cdot \sum_{r=0}^{\infty} \frac{r \cdot Z^r}{r!} + \sum_{r=0}^{\infty} \frac{r^2 \cdot Z^{r-1}}{r!}\right\}.$$

Unter Benutzung der Beziehungen

$$\sum_{r=0}^{\infty} \frac{Z^{r+1}}{r!} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Z^r}{(r-1)!},$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} \frac{r \cdot Z^r}{r!} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \cdot Z^r}{r!},$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} \frac{r^2 \cdot Z^{r-1}}{r!} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r^2 \cdot Z^{r-1}}{r!} = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r \cdot Z^{r-1}}{(r-1)!} = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(r+1) \cdot Z^r}{r!}$$

kann man dies weiter umformen in

$$Z \cdot e^{-Z} \cdot \left\{ \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Z^r}{(r-1)!} - 2 \cdot \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Z^r}{(r-1)!} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{Z^r}{(r-1)!} + \sum_{r=0}^{\infty} \frac{Z^r}{r!} \right\}$$

$$= Z \cdot e^{-Z} \cdot \sum_{r=0}^{\infty} \frac{Z^r}{r!} = Z \cdot e^{-Z} \cdot e^Z = Z.$$

Der mittlere Fehler der Werte von r gegen den Durchschnittswert Z ist also gleich $\sqrt{Z}$.

2.A Anhang

Mit den folgenden Bemerkungen ist beabsichtigt, eine Einführung und Erklärung zu einigen der einfacheren, im Kapitel II angedeuteten Berechnungen zu geben. Diese Zusätze sollen keine erschöpfende Darstellung sein, aber sie werden durch den Hinweis auf Literaturstellen vervollständigt, mit denen zusammen sie alle Grundlagen enthalten, die für die voraussichtlich in der Experimentalphysik auftretenden Berechnungen erforderlich sind.

2.A 1 Allgemeine Prinzipien

Man soll numerische Berechnungen vorher genau planen, um die Anzahl der einzelnen Rechenvorgänge soweit als möglich zu verringern und um die Ergebnisse in einer bequemen, tabellarischen Form zu erhalten. Dies spart nicht nur Zeit, sondern kann zu einem guten Teil mit dazu beitragen, die Häufigkeit zufälliger Fehler zu verringern. Letztere kommen besonders häufig beim Ablesen von Tafeln vor und beim Aufschreiben der Ergebnisse von Zwischenrechnungen.

Die folgenden Hinweise dürften hier am Platze sein: Es ist empfehlenswert, ein in 5-mm-Karos geteiltes Papier zu verwenden, da dann das Abteilen der Spalten durch Striche überflüssig ist und die Stellung des Kommas und die Tausenderteilung bei Dezimalbrüchen und bei großen Zahlen übersichtlicher dargestellt werden kann. Mit langen Zahlenkolonnen kann man viel besser und sicherer umgehen, wenn man sie in Gruppen zu 4 oder 5 Werten

aufteilt. Die häufigen Verwechslungen zwischen den handgeschriebenen Ziffern 1 und 7 für die Größen Eins und Sieben kann man vermeiden, wenn man die Sieben mit einem Querstrich[1]) schreibt: 7.

Die besten Rechenverfahren sind „sich selbst kontrollierende" in dem Sinne, daß bei ihnen zufällige Rechenfehler zwar den Rechnungsgang verlängern, aber die Genauigkeit des Ergebnisses nicht beeinflussen. Das „Relaxations"-Verfahren zur Lösung von linearen Differentialgleichungen (SOUTHWELL 1941; vgl. § 2.A 13) ist ein typisches Beispiel hierfür.[2]) Wenn kein solches Verfahren zur Verfügung steht, ist das künstliche Einführen irgendeiner Probe vernünftiger als eine einfache Wiederholung der Rechnung.

Oft tritt in einer durch Rechnung erhaltenen Zahlenkolonne ein unerwarteter, unregelmäßiger Unterschied zwischen einer Zahl und der nächstfolgenden auf. Eine solche Unregelmäßigkeit, die auf einen groben Rechenfehler zurückzuführen ist, wird auffälliger, wenn man die Differenzen zwischen benachbarten Zahlen der Kolonne bildet. Diese Technik kann man durch Benutzung von Differenzen höherer Ordnung noch erweitern und dann auch relativ kleine Fehler aufdecken (WHITTAKER und ROBINSON 1914, Kap. VI; MILNE 1949, Kap. VI).

Man muß sich stets über die Anzahl der gültigen Stellen klar sein, die auf jeder Stufe der Berechnung beibehalten werden müssen. Besonders bei Benutzung einer Rechenmaschine kommt man in Versuchung, soviel Stellen wie möglich mitzuführen. Dies vergeudet aber nicht nur Zeit, sondern es vergrößert auch die Gefahr, Fehler zu machen. Es sei daran erinnert, daß die Anzahl der gültigen Stellen für eine Zahl y und für eine davon abgeleitete Größe – sagen wir: e^y – nicht immer die gleiche ist. So wird bei $y = 1{,}32 \cdot 10^{-2}$ (3 gültige Stellen) $e^y = 1{,}0133$ (5 gültige Stellen).

Die Wiedergabe von Werten durch eine endliche Zahl von Stellen, das „Abrunden", kann zu einem kleinen Fehler in der Berechnung führen. Wenn etwa $x = 1{,}73052\ldots$ und $y = 7{,}36251\ldots$ sind, dann werden diese Werte auf 4 gültige Stellen gerundet zu $x = 1{,}731$ und $y = 7{,}363$. Die Summe $x + y$ wird jetzt zu 9,094 errechnet, was sich von dem abgerundeten Wert 9,093 der wahren Summe um 0,001 unterscheidet. Wegen dieses Abrundungsfehlers ist es üblich, eine überzählige Stelle bei der Berechnung mitzuführen.

Besondere Sorgfalt ist darauf zu verwenden, das Vorhandensein von sogenannten kumulativen Fehlern in einem Rechengang zu erkennen, die gewöhnlich bei der Subtraktion zweier ungefähr gleich großer Zahlen auftreten. Ein Aufeinanderfolgen mehrerer solcher Operationen kann die Zuverlässigkeit eines Resultates beträchtlich verringern; man soll in solchem Falle eine Möglichkeit suchen, den Rechengang so abzuändern, daß diese Schwierigkeit vermieden wird.

---

[1]) Der Verfasser bezeichnet diese Form der Ziffer als „kontinental". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) In der deutschen Literatur spricht man im allgemeinen von „Iterations"-Verfahren. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Die üblichen Hilfsmittel für numerische Rechnungen unterscheiden sich hinsichtlich ihres Anwendungsbereiches, ihrer Genauigkeit und der Bequemlichkeit ihrer Benutzung beträchtlich; ihr Wert wird in den folgenden Paragraphen kurz verglichen.

2.A 2 Logarithmentafeln

Üblicherweise sind Tafeln der dekadischen Logarithmen $\log_{10} x$ mit 4 und mit 7 Stellen erhältlich. Man soll aber von ihrer Verwendung für Multiplikation und Division dann Abstand nehmen, wenn eine Rechenmaschine zur Verfügung steht, wegen der erheblichen Gefahr falscher Aufschlagung und Ablesung der Tafel und wegen des viel zu großen Zeitbedarfes. In den siebenstelligen Tafeln ist die Interpolation besonders langwierig.

Die abgerundeten Ziffern einer Logarithmentafel können einen merklichen Fehler im Ergebnis einer Berechnung hervorrufen, bei der eine Anzahl von Logarithmen benutzt wird. So erhält man bei Berechnung des Produktes $10{,}15 \times 12{,}25$ mit einer vierstelligen Tafel das Ergebnis 124,4, das vom wahren Wert des Produktes um 0,1 abweicht. Dieser Fehler ist je nach dem gerade benutzten Bereich der Tafel verschieden groß.

2.A 3 Andere mathematische Tabellen

Eine große Anzahl anderer Funktionen sind tabelliert worden.[1]) Gelegentlich kann man eine Berechnung durch Verwendung einer relativ unbekannten Tafel einer seltenen Funktion vereinfachen. Um ein ganz triviales Beispiel anzuführen: Für manchen Zweck können die Werte von $\sin x$ und $\cos x$ für im Bogenmaß angegebene x-Werte besonders geeignet sein. Die Barlowschen Tafeln der Potenzen von x sind unschätzbar. Es gibt auch eine zusammenfassende Übersicht über die veröffentlichten Funktionstafeln.

2.A 4 Rechenschieber

Der 25-cm-Schieber ist billig, schnell im Gebrauch und leicht mitzuführen, aber man kann nur mit 3 gültigen Stellen auf ihm rechnen. Mit genaueren Apparaten in Kreis- oder Schraubenform, die einem 2,5-m- oder einem 25-m-Schieber entsprechen, kann man auf 4 bzw. 5 Stellen genau rechnen; sie sind indessen langsam im Gebrauch und benötigen viel Platz.

2.A 5 Rechenmaschinen

Die folgenden Bemerkungen beziehen sich auf den praktischen Gebrauch der üblichen Tisch-Rechenmaschinen; Maschinen für Spezialzwecke (z. B. harmonische Analyse, Lösung von Gleichungssystemen usw.) werden nicht behandelt. Die vom Hersteller mit jeder Maschine mitgelieferte Gebrauchsanweisung ist gut zu beachten, sie gibt eine ausgezeichnete Darstellung der

---

[1]) An erster Stelle wäre wohl zu nennen: Jahnke und Emde, Tafeln höherer Funktionen, Leipzig 1952. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Leistungsfähigkeit dieser Maschine. Die Maschinen unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Eignung für bestimmte Zwecke beträchtlich. Die folgenden Gesichtspunkte sind dabei wichtig:

1. Tastatur und Einstellung

   Die Bequemlichkeit, mit der man eine Zahl genau in der Tastatur einstellen und so in die Maschine übertragen kann, ist wichtig, da dieser Vorgang zu Fehlern Anlaß geben kann. Viele der mit der Hand betriebenen Maschinen genügen in dieser Hinsicht nicht den Anforderungen. Eine Tastatur, auf der man die Zahl Stelle für Stelle eintippt, ist wahrscheinlich die fehlersicherste.

2. Anwendungsbereich

   Die einfachste Sorte der Maschinen dient dazu, eine Addition oder Subtraktion von zwei oder mehr Zahlen auszuführen; die Multiplikation einer Zahl mit einem kleinen Faktor kann damit auch schnell durchgeführt werden. Solche Addiermaschinen haben den Vorteil, billig zu sein und schnell zu arbeiten.

   Andere Maschinen können neben den Arbeitsgängen der Addiermaschinen auch Multiplikationen und Divisionen durchführen. Sie sind imstande, die Summe einer langen Reihe von Produkten direkt zu bilden. Die Division ist immer ein langsamer Vorgang; wenn man daher eine Anzahl von Quotienten mit dem *gleichen* Divisor zu bilden hat, berechnet man vorteilhaft zunächst den reziproken Wert dieses Divisors und multipliziert damit die Dividenden zur Ermittlung der Quotienten.

   Maschinen, die das Ergebnis jeder Rechenoperation auf einen Papierstreifen drucken, besitzen verschiedene Vorteile: Die Fehler beim Notieren der Ergebnisse fallen weg, die Resultate ergeben sich in einer Form, die eine bequeme Prüfung zuläßt, und man erhält einen bleibenden Beleg.

2.A 6 Ausgleichskurven

Es mögen N Paare von Beobachtungen der beiden Meßgrößen y und x, zwischen denen ein funktionaler Zusammenhang besteht, mit den Ergebnissen y_n und x_n ($n = 1, 2, \ldots, N$) vorliegen. Das im § 2.9 beschriebene Vorgehen nach der Methode der kleinsten Quadrate ermöglicht es, die Parameter in einer beliebigen Funktion $y = f(x)$ so zu bestimmen, daß diese sich so eng wie möglich der Beziehung zwischen den experimentellen Größen anschmiegt.

Auf zweierlei Wegen kann man vor die Notwendigkeit gestellt werden, so vorzugehen. Entweder ist die Form von $f(x)$ aus theoretischen Gründen vorgegeben, und die Meßwerte sollen dazu dienen, die Werte der Parameter zu ermitteln, oder man muß die Meßwerte durch eine mathematische Funktion darstellen, um sie bequem weiterverarbeiten zu können. In letzterem Falle ist die Wahl von $f(x)$ in gewissen Grenzen willkürlich und muß auf Grund von irgendwelchen theoretischen oder intuitiven Vorstellungen entschieden werden, die man sich zu der Frage machen kann.

Es soll darauf hingewiesen werden, daß der Polynomansatz

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_m x^m \tag{1}$$

zwar jeder Gruppe von Meßwerten in einem begrenzten Bereich von x angepaßt werden kann, wenn man m hinreichend groß wählt, daß aber andere Funktionen, z. B. $e^{a x}$, $e^{a x^2}$, $a \cdot \log x$, x^a, manchmal für den Ausgleich geeigneter sind. Solche Funktionen können oft auch auf einfachere, lineare oder quadratische Formen zurückgeführt werden.

Die wichtigsten Formen von $f(x)$ sind die, in die die unbekannten Parameter linear eingehen; in einem solchen Falle kann das Problem auf die Lösung eines Systems simultaner linearer Gleichungen zurückgeführt werden. Diese Gleichungen enthalten genausoviel Unbekannte, wie in der Funktion $f(x)$ unbestimmte Parameter vorkommen, und werden *Normalgleichungen* genannt.

Die folgenden Berechnungen erläutern die Anwendung dieses Verfahrens bei einigen der üblichen Formen von $f(x)$. Die Zuverlässigkeit dieser Arbeitsweise wird später im § 2.A 10 diskutiert werden.

2.A 7 Der Polynomansatz

Wenn $f(x)$ die in der Gleichung (1) angegebene Form besitzt und der Grad m des Ansatzes festgelegt ist, ergeben sich die Normalgleichungen, die durch die Parameter $a_0, a_1, \ldots, a_m$ bestimmt werden, zu

$$\begin{aligned}
s_0 a_0 + s_1 a_1 + \cdots + s_m a_m &= t_0 \\
s_1 a_0 + s_2 a_1 + \cdots + s_{m+1} a_m &= t_1 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad & \quad \vdots \\
s_m a_0 + s_{m+1} a_1 + \cdots + s_{2m} a_m &= t_m .
\end{aligned}$$

Hierin wurden die Abkürzungen

$$s_k = \sum_{n=1}^{N} x_n^k$$

und

$$t_k = \sum_{n=1}^{N} x_n^k \cdot y_n$$

benutzt.

Tafel 2.3 zeigt als Beispiel, wie man die Daten von BARSCHALL, BOCKELMAN, PETERSON und ADAIR (1949) über den Gesamtwirkungsquerschnitt y für die Wechselwirkung von Neutronen mit Bleikernen bei verschiedenen Neutronenenergien x durch ein Polynom 4. Grades ausgleichen kann. Die erste und zweite Spalte gibt die Ergebnisse von 27 paarweisen Messungen von y und x wieder.

Um das Auftreten großer Zahlen zu vermeiden, ist es vorteilhaft, die gemessenen x-Werte auf einen Nullpunkt bei 520 keV, in der Nähe des Zentrums des Variationsbereiches von x, zu beziehen, d. h. $X = (x - 520) \cdot 10^{-2}$ zu setzen. Die so erhaltenen Werte für X sind in der Spalte 3 der Tafel 2.3 eingetragen. Die 4., 5. und 6. Spalte enthalten die Quadrate, Kuben und vierten

Tafel 2.3

Zahlenbeispiel für den Polynomansatz

1	2	3	4	5	6	7	8
$y \cdot 10^{-1}$ [barn]	x [keV]	$X=(x-520)\cdot 10^{-2}$	X^2	X^3	X^4	$f(X_n)$	$y_n - f(X_n)$
5,40	450	−0,70	0,4900	−0,3430	0,2401	4,69	+0,71
4,70	457	−0,63	0,3969	−0,2500	0,1575	4,56	+0,14
4,80	463	−0,57	0,3249	−0,1852	0,1056	4,51	+0,29
4,90	470	−0,50	0,2500	−0,1250	0,0625	4,50	+0,40
4,60	475	−0,45	0,2025	−0,0911	0,0410	4,53	+0,07
4,20	482	−0,38	0,1444	−0,0549	0,0209	4,59	−0,39
3,80	488	−0,32	0,1024	−0,0328	0,0105	4,66	−0,86
3,40	495	−0,25	0,0625	−0,0156	0,0039	4,76	−1,36
3,40	502	−0,18	0,0324	−0,0058	0,0010	4,87	−1,47
3,40	508	−0,12	0,0144	−0,0017	0,0002	4,96	−1,52
3,80	513	−0,07	0,0049	−0,0003	0,0000	5,04	−1,24
4,60	515	−0,05	0,0025	−0,0001	0,0000	5,07	−0,47
4,50	519	−0,01	0,0001	−0,0000	0,0000	5,13	−0,63
5,80	522	+0,02	0,0004	+0,0000	0,0000	5,17	+0,63
7,80	524	+0,04	0,0016	+0,0001	0,0000	5,19	+2,61
8,40	527	+0,07	0,0049	+0,0003	0,0000	5,23	+3,17
7,20	530	+0,10	0,0100	+0,0010	0,0001	5,27	+1,93
5,90	533	+0,13	0,0169	+0,0022	0,0003	5,30	+0,60
5,40	538	+0,18	0,0324	+0,0058	0,0010	5,35	+0,05
5,50	540	+0,20	0,0400	+0,0080	0,0016	5,37	+0,13
4,80	546	+0,26	0,0676	+0,0176	0,0046	5,43	−0,63
4,70	550	+0,30	0,0900	+0,0270	0,0081	5,46	−0,76
4,70	553	+0,33	0,1089	+0,0359	0,0119	5,49	−0,79
5,20	559	+0,39	0,1521	+0,0593	0,0231	5,54	−0,34
5,90	565	+0,45	0,2025	+0,0911	0,0410	5,59	+0,31
5,30	571	+0,51	0,2601	+0,1327	0,0677	5,65	−0,35
5,50	580	+0,60	0,3600	+0,2160	0,1296	5,77	+0,27

$$s_0 = N = 27$$

$s_1 = -0,65$ $\quad s_3 = -0,5085$ $\quad s_5 = -0,2418$ $\quad s_7 = -0,2807$

$s_2 = +3,3753$ $\quad s_4 = +0,9322$ $\quad s_6 = +0,3213$ $\quad s_8 = +0,1236$

$$t_0 = +137,60$$

$t_1 = +0,2500$ $\quad t_2 = +16,851$ $\quad t_3 = -2,1673$ $\quad t_4 = +4,7499$

Nach Tafel 2.5 ergibt sich das Polynom zu

$$y \cdot 10^{-1} = 5,14 + 1,37 \cdot X - 0,96 \cdot X^2 - 0,94 \cdot X^3 + 2,72 \cdot X^4.$$

Potenzen der Werte X aus Spalte 3. Die Koeffizienten $s_0, s_1, \ldots, s_4$ erhält man hieraus durch Aufaddieren der betreffenden Spalte; die anderen Koeffizienten $s_5, \ldots, s_8$ und $t_0, t_1, \ldots, t_4$ werden ebenfalls aus den Werten dieser

Spalten berechnet. So ergibt sich z. B. s_8 durch Addition der Quadrate der Werte in Spalte 6.

Eine Probe auf richtige Rechnung erhält man durch Beziehungen wie

$$\sum_{n=1}^{N} (1 + X_n^2)^4 = s_8 + 4s_6 + 6s_4 + 4s_2 + s_0\,, \tag{2}$$

die mit den für $s_0, \ldots, s_8$ berechneten Werten erfüllt sein müssen. Gleichung (2) ist aus der Identität

$$(1 + X_n^2)^4 = X_n^8 + 4X_n^6 + 6X_n^4 + 4X_n^2 + 1$$

abgeleitet. Die linke Seite von Gl. (2) wird aus der Tafel 2.3 berechnet, indem man die Werte von $(1 + X_n^2)^4$ errechnet und die Ergebnisse addiert. Man kann zum Zweck der Probe auch andere derartige Beziehungen bilden.

Die Lösung der Normalgleichungen wird in der Tafel 2.5 gezeigt werden. Das resultierende Polynom ist auf der letzten Zeile der Tafel 2.3 zu finden; die Bedeutung der einzelnen Parameter und der beiden letzten Spalten der Tafel 2.3 wird später im § 2.A 10 besprochen werden.

Man muß noch daran erinnern, daß jeder Wert der Größen x und y zufälligen Meßfehlern unterliegt. Bei der vorliegenden Wertegruppe ergibt die Abschätzung, daß die y_n, die beobachteten y-Werte, um ihre (unbekannten) wahren Werte gemäß einer normalen Fehlerverteilung mit 0,25 barn Streuung verteilt sind.

2.A 8 Ansatz mit trigonometrischen Funktionen

Unter gewissen Umständen ist es naturgegeben, anzunehmen, daß y eine periodische Funktion der Größe x ist und daß sich dies in den experimentellen Meßwerten y_n und x_n ausprägt. Wenn die Periodenlänge $2L$ beträgt, muß man dann für die Darstellung eine Funktion $y = f(x)$ der Form

$$\begin{aligned} f(x) = a_0 + a_1 \cdot \cos\frac{\pi x}{L} + \cdots + a_p \cdot \cos\frac{p\pi x}{L} \\ + b_1 \cdot \sin\frac{\pi x}{L} + \cdots + b_q \cdot \sin\frac{q\pi x}{L} \end{aligned} \tag{3}$$

wählen, die aus einer endlichen Anzahl von Gliedern einer FOURIER-Entwicklung mit unbekannten Koeffizienten a_i und b_i besteht. Am häufigsten wird durch derartige Meßwerte die *zeitliche* Veränderung der Größe y dargestellt; so findet man z. B. vielfach, daß die zeitliche Änderung von geophysikalischen Größen diese Form besitzt, wobei die Periode gleich der Dauer eines Sonnentages ist. (Streuungsuntersuchungen in der Atomphysik ergeben Werte, in denen x den Ablenkwinkel bedeutet.)

Wenn die Werte x_n willkürlich gewählt werden, wird es so schwierig, die Normalgleichungen aufzustellen, daß man sie praktisch nicht verwenden kann. Eine gleichmäßig unterteilte Abszisse andererseits ergibt besonders einfache Gleichungen, die die Grundlage für die praktische *harmonische Analyse*

bilden. Es werde angenommen, daß die N Beobachtungen x_n, die zwischen 0 und $2L$ liegen, so verteilt sind, daß sie die Werte

$$0, \quad \frac{L}{m}, \quad 2\cdot\frac{L}{m}, \quad \ldots, \quad L, \quad (m+1)\cdot\frac{L}{m}, \quad \ldots, \quad (2m-1)\cdot\frac{L}{m}$$

annehmen. (Dabei sei N gerade und $N = 2m$.) Dann werden die Koeffizienten a_k und b_k nach der Methode der kleinsten Quadrate:

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{m}\cdot\sum_{n=1}^{N} y_n, \\ a_k &= \frac{1}{2m}\cdot\sum_{n=1}^{N} y_n\cdot\cos\frac{k\pi x_n}{L}, \quad (k = 1, 2, \ldots, p) \\ b_k &= \frac{1}{2m}\cdot\sum_{n=1}^{N} y_n\cdot\sin\frac{k\pi x_n}{L}. \quad (k = 1, 2, \ldots, q) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Wenn sich die Meßwerte über mehrere Perioden erstrecken (und gleichmäßig verteilt sind), kann man so vorgehen, daß man für y_n das Mittel aller Werte einsetzt, die zu den Abszissen x_n, $x_n + 2L$, $x_n + 4L$, ... gehören. Auf diese Weise wurden die Daten der Tafel 2.4, die die Änderung der

Tafel 2.4

Zahlenbeispiel für harmonische Analyse

Harmonische Analyse der prozentualen Abweichung der Intensität der kosmischen Strahlung vom Tagesmittel. Werte nach Dr. H. ELLIOT. Spalte 2 enthält die Höhenstrahlenintensität zu den in Spalte 1 angegebenen Tageszeiten. Die letzte Zeile der Tabelle gibt die Zahlenwerte für die vier Konstanten a_1, a_2, b_1 und b_2. Die Streuung jeder y-Messung wird auf 0,014 geschätzt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	y	$\Theta = \frac{\pi x}{L}\cdot\frac{360°}{2\pi}$	$\sin\Theta$	$\sin 2\Theta$	$\cos\Theta$	$\cos 2\Theta$	$f(\Theta)$	$y - f(\Theta)$
0	−0,164	0°	0,000	0,000	1,000	1,000	−0,163	−0,001
2	−0,121	30°	0,500	0,866	0,866	0,500	−0,117	−0,004
4	−0,089	60°	0,866	0,866	0,500	−0,500	−0,090	+0,002
6	−0,086	90°	1,000	0,000	0,000	−1,000	−0,108	+0,022
8	−0,145	120°	0,866	−0,866	−0,500	−0,500	−0,140	−0,005
10	−0,026	150°	0,500	−0,866	−0,866	0,500	−0,041	+0,015
12	+0,106	180°	0,000	0,000	−1,000	1,000	+0,113	−0,007
14	+0,275	210°	−0,500	0,866	−0,866	0,500	+0,255	+0,020
16	+0,255	240°	−0,866	0,866	−0,500	−0,500	+0,278	−0,023
18	+0,159	270°	−1,000	0,000	0,000	−1,000	+0,158	+0,001
20	−0,009	300°	−0,866	−0,866	0,500	−0,500	−0,022	+0,013
22	−0,153	330°	−0,500	−0,866	0,866	0,500	−0,147	−0,006
			$b_1 =$ −0,133	$b_2 =$ +0,094	$a_1 =$ −0,138	$a_2 =$ −0,025		

Intensität der kosmischen Strahlung mit der Tageszeit darstellen, aus Beobachtungen der Höhenstrahlenintensität, die ein ganzes Jahr lang in zweistündigen Intervallen durchgeführt wurden, durch Mittelung der Intensitäten bei jeder der 12 täglichen Ablesezeiten über das ganze Jahr zusammengestellt. Die Gleichungen (4) sind direkt auf derartige zusammengezogene Daten anzuwenden.

Das Verfahren wird besonders einfach, wenn N einen der Werte 6, 8, 12, 24 usw. annimmt, da in diesen Fällen viele der Zahlenwerte von $\cos\frac{k\pi x_n}{L}$ und $\sin\frac{k\pi x_n}{L}$ wiederholt vorkommen.

Tafel 2.4 zeigt eine derartige Berechnung. Spalte 2 enthält die prozentuale Abweichung der Intensität der kosmischen Strahlung vom Tagesmittelwert zu jeder der in Spalte 1 angegebenen Tageszeiten. (Diese Daten wurden in der oben geschilderten Weise aus den Beobachtungen eines ganzen Jahres zusammengestellt.) Es ist mit Recht zu erwarten, daß die Intensität mit Perioden von 24 und 12 Stunden Dauer schwankt, d. h., daß die Koeffizienten a_1, b_1, a_2 und b_2 nach Gl. (4) eine befriedigende Darstellung der Werte liefern werden.[1])

Es wird also $2L = 24$ gesetzt. Die Spalte 3 enthält die Werte von

$$\frac{\pi x_n}{L}$$

(in Gradmaß umgerechnet), und die nächsten vier Spalten enthalten die Werte von $\sin\frac{k\pi x_n}{L}$ und $\cos\frac{k\pi x_n}{L}$ für $k = 1$ und 2. Die Koeffizienten wurden mit einer Rechenmaschine direkt aus diesen Werten nach Formel (4) berechnet. Zum Beispiel wurde a_2 gefunden, indem man (unter Berücksichtigung des Vorzeichens) die Produkte entsprechender Werte aus den Spalten 2 und 7 aufaddierte.[2])

Oft kann die zeitliche Schwankung von y das Ergebnis von zwei oder mehr Ursachen sein, deren jede allein eine Änderung mit einer charakteristischen Periode hervorrufen würde, die zu der Periode der anderen Ursachen in keiner Beziehung steht. So hängt die Fluthöhe an einem bestimmten Ort von der Stellung des Mondes ab und, in geringem Maße, von der der Sonne. Beide

---

[1]) In diesem Beispiel verschwindet a_0, weil die Daten Abweichungen vom mittleren Wert sind.

[2]) Die Formeln (4) hängen eng mit den Ausdrücken für die FOURIER-Koeffizienten A und B einer stetigen Funktion $g(x)$ mit der Periode $2L$ zusammen, also mit

$$A_k = \frac{1}{2L}\int_0^{2L} g(x)\cdot\cos\frac{k\pi x}{L}\cdot dx \quad \text{usw.} \tag{5}$$

Tatsächlich werden A und B aus der Bedingung ermittelt, daß das Integral über die quadratische Abweichung

$$\left\{g(x) - \left(A_0 + A_1\cdot\cos\frac{\pi x}{L} + \cdots + B_1\cdot\sin\frac{\pi x}{L} + \cdots\right)\right\}^2$$

sind periodische Funktionen der Zeit mit Perioden von näherungsweise 25 bzw. 24 Stunden. Daher muß man ein System von Fluthöhenmessungen mit einer Funktion der Form

$$f(t) = A + a \cdot \cos \frac{2\pi t}{25} + b \cdot \sin \frac{2\pi t}{25} + c \cdot \cos \frac{2\pi t}{24} + d \cdot \sin \frac{2\pi t}{24}$$

(die Zeit t in Stunden gemessen) ausgleichen.

Erforderlichenfalls können weitere Glieder angefügt werden. Die Normalgleichungen sind in der üblichen Weise aufzustellen und zu lösen, sie sind oft recht unbequem.

Die zeitlichen Änderungen der Meßgrößen sind vielfach zu kompliziert, um sie mit so einfachen Methoden zu analysieren. So können die Daten etwa eine Überlagerung von periodischen und nichtperiodischen („Gang"-)Effekten darstellen, oder es können ziemlich langsame, zufällige Schwankungen nach Art der BROWNschen Bewegung sich bemerkbar machen. Oft sind die Perioden der Eigenschwingungen nicht bekannt und müssen erst aus den Meßwerten selbst ermittelt werden, bevor man eine Analyse vornehmen kann. Eine Diskussion derartiger Fragen findet der Leser in einem der umfassenden Werke über Statistik (z. B. KENDALL 1946, Bd. II, S. 29).

---

ein Minimum werden soll. Das Integral ist

$$I = \int_0^{2L} \left(g(x) - A_0 - A_1 \cdot \cos \frac{\pi x}{L} - \cdots - B_1 \cdot \sin \frac{\pi x}{L} - \cdots\right)^2 \cdot dx$$

$$= \int_0^{2L} g(x)^2 \cdot dx - 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \int_0^{2L} g(x) \cdot \cos \frac{k\pi x}{L} \cdot dx$$

$$- 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cdot \int_0^{2L} g(x) \cdot \sin \frac{k x \pi}{L} \cdot dx$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty} A_k^2 \cdot \int_0^{2L} \cos^2 \frac{k\pi x}{L} \cdot dx$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} B_k^2 \cdot \int_0^{2L} \sin^2 \frac{k\pi x}{L} \cdot dx.$$

Demnach erhält man sein Minimum aus den Bedingungen

$$\frac{\partial I}{\partial A_k} = \frac{\partial I}{\partial B_k} = 0,$$

d. h. aus

$$-2 \cdot \int_0^{2L} g(x) \cdot \cos \frac{k\pi x}{L} \cdot dx + 2A_k \cdot \int_0^{2L} \cos^2 \frac{k\pi x}{L} \cdot dx = 0$$

und einer entsprechenden Gleichung für B_k. Dies führt direkt zu den Gleichungen (5).

2.A 9 Andere Formen von $f(x)$

Für Sonderzwecke sind noch andere Formen von $f(x)$ angebracht. So kann man eine Linearkombination von LEGENDREschen Polynomen vorteilhaft bei der Analyse von Daten aus Streuversuchen benutzen und gelegentlich auch bei Ebbe- und Flutbeobachtungen. Die Näherung von GRAM-CHARLIER, die mit der GAUSSschen Funktion $e^{-\frac{x^2}{2}}$ und mit von ihr abgeleiteten Funktionen gebildet wird, ist dann geeignet, wenn verlangt wird, daß $f(x)$ schnell zu Null werden soll, sobald n groß wird. Einzelheiten dieser Verfahren können in den Speziallehrbüchern gefunden werden.

Der aufmerksame Leser wird bemerkt haben, daß das Verfahren der harmonischen Analyse (nach § 2.A 8) erheblich einfacher ist als das in § 2.A 7 beschriebene, da die Parameter direkt in Form algebraischer Ausdrücke gegeben sind und nicht erst durch numerische Lösung der Normalgleichungen bestimmt werden müssen. Das Verfahren besitzt außerdem noch den Vorteil, daß man zu $f(x)$ weitere Parameter hinzunehmen kann, ohne daß sich die ermittelten „besten" Werte der vorher bestimmten Parameter ändern. Dies rührt daher, daß $\cos\frac{j\pi x}{L}$ und $\cos\frac{k\pi x}{L}$ „orthogonal" sind, d. h., daß

$$\sum_{n=1}^{N} \cos\frac{j\pi x_n}{L} \cdot \cos\frac{k\pi x_n}{L} = 0$$

gilt, wenn $k \neq j$ sowie $k, j < \frac{N}{2}$ ist.

Man kann ein unendliches System von Polynomen, das die gleiche Eigenschaft hinsichtlich jedes Systems von Punkten x_n besitzt (die nicht unbedingt gleichmäßig verteilt sein müssen), konstruieren. Wenn $f(x)$ als Linearkombination derartiger Polynome angesetzt wird, erhält man eine Reihe der Vorteile der harmonischen Analyse; ein solcher Auswahlansatz ist dem Originalverfahren nach § 2.A 7 völlig äquivalent (KENDALL 1946, Kap. 29; MILNE 1949, S. 265).

2.A 10 Die Zuverlässigkeit des Rechenverfahrens nach der Methode der kleinsten Quadrate

Das Ergebnis jeder derartigen Rechnung erhält seinen Wert erst dadurch, daß man sich einen Überblick über die Zuverlässigkeit oder den Genauigkeitsgrad verschafft, den die den Parametern zugeordneten Zahlenwerte besitzen. Es kann z. B. vorkommen, daß die Anzahl der Meßwerte nicht ausreicht, um mit einem hinreichenden Genauigkeitsgrad Werte für die höheren Parameter in der Funktion $f(x)$ zu bestimmen. Man braucht also ein Verfahren, um die Anzahl der Parameter[1]) festzustellen, die sinnvoll in $f(x)$ angesetzt werden können, und die Unsicherheit, die einem jeden von ihnen anhaftet.

[1]) Selbstverständlich muß deren Zahl kleiner sein als die Anzahl der paarweisen Meßwerte, die als Eingangswerte verfügbar sind.

Drei in der Praxis eingeführte Verfahren werden im folgenden beschrieben; sie beruhen alle auf der Berechnung der Restwerte (oder Abweichungen)

$$f(x_n) - y_n$$

(siehe z. B. die Spalte 8 in der Tafel 2.3). Weiter wird vorausgesetzt, daß jede Messung von y, also jedes y_n, mit zufälligen Fehlern, entsprechend einer Streuung σ_y, behaftet ist und daß man die Fehler bei der x-Messung vernachlässigen kann. Diese Voraussetzungen sind oft erfüllt.

Die in diesem Abschnitt behandelten Verfahren sind mit der Berechnung von Regressionskoeffizienten[1]) verwandt (KENDALL 1944, Bd. 2). Wenn nämlich die Fehler von y sehr groß sind, kann man nicht mehr tun, als einen Wert für denjenigen Parameter angeben, der eine *lineare* Beziehung zwischen x und y ausdrückt, eben den linearen Regressionskoeffizienten.

Selbstverständlich gewinnt man nichts, wenn man so viele Parameter ansetzt, daß die Restwerte immer *kleiner* als die Streuung σ_y werden. Wenn andererseits die Abweichungen dauernd *größer* als σ_y sind, so ist zu erwarten, daß man in $f(x)$ noch einen weiteren Parameter einführen und ihm nach dem Verfahren der kleinsten Quadrate einen gültigen Wert geben könnte. Man kann also eine qualitative Abschätzung für die Zuverlässigkeit einer solchen Rechnung erhalten, indem man den Betrag der Restwerte mit σ_y vergleicht.

Betrachten wir z. B. die in der Spalte 8 von Tafel 2.3 angegebenen Restwerte. Die meisten von ihnen sind viel größer als die geschätzte Streuung. Man kann daher mit Sicherheit sagen, daß ein Polynom 4. Grades die Werte nicht sehr gut wiedergibt, sondern daß eine Funktion 6. oder 7. Grades geeigneter sein würde.[2])

Eine quantitative Form kann man dieser Überlegung durch die „Chi-Quadrat-Probe“ von K. PEARSON geben. Wenn die z_n die (unbekannten) wahren Werte sind, von denen die y_n fehlerbehaftete Abschätzungen darstellen, dann kann man zeigen (KENDALL 1945, S. 305), daß die Größe

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma_y^2} \cdot \sum_{n=1}^{N} (y_n - z_n)^2$$

den wahrscheinlichsten Wert N (= Zahl der Meßwertpaare) besitzt und daß in den meisten Fällen angenommen werden kann, daß sie um diesen Wert nach einer Normalverteilung mit der Streuung $\sqrt{2N}$ schwankt. Nun sollen doch die Werte von $f(x_n)$, die einer nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmten Funktion entsprechen, im Idealfalle den wahren Werten z_n gleich sein. Deshalb besitzt in diesem Falle die Größe

$$\chi_0^2 = \frac{1}{\sigma_y^2} \cdot \sum_{n=1}^{N} [y_n - f(x_n)]^2$$

[1]) In der Korrelationsrechnung. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Die Werte dieses Beispiels sind für die Berechnung mit Polynomen nicht gut geeignet, das Verfahren von GRAM-CHARLIER würde wahrscheinlich eine bessere Darstellung bei geringerem Aufwand liefern.

die gleichen Eigenschaften wie χ^2, d. h. ihr wahrscheinlichster Wert ist N und ihre Streuung um diesen Wert ist $\sqrt{2N}$.

Jetzt gelten folgende Festlegungen: Wenn man findet, daß χ_0^2 zwischen $N + \sqrt{2N}$ und $N - \sqrt{2N}$ liegt, ist $f(x)$ eine gute Darstellung der Meßwerte. Wenn χ_0^2 größer ist als $N + \sqrt{2N}$, dann könnte in $f(x)$ noch ein weiterer Parameter eingeführt werden. Wenn χ_0^2 kleiner ist als $N - \sqrt{2N}$, dann sind zu viele Parameter benutzt worden.[1])

Wir wollen die Ergebnisse der Berechnung nach Tafel 2.4 auf diese Weise analysieren. Aus der letzten Spalte der Tafel 2.4 und der geschätzten Streuung der y-Werte, $\sigma_y = 0{,}014$, errechnet sich $\chi_0^2 = 10{,}02$. Dies liegt zwischen den Grenzen $12 + \sqrt{24}$ und $12 - \sqrt{24}$; man kann daraus schließen, daß die Berechnung in § 2.A 8 mit der richtigen Anzahl von Parametern durchgeführt wurde.

Bei kleinen N-Werten muß man die Tatsache berücksichtigen, daß χ^2 in Wirklichkeit nicht der Normalverteilung gehorcht. Es gibt Tafeln, die für alle Werte von $N \leqq 30$ die Wahrscheinlichkeit $P(\chi^2)$ dafür angeben, daß χ^2 – unter der Voraussetzung, daß seine Schwankungen lediglich auf zufällige Fehler zurückzuführen sind – gewisse Grenzwerte übersteigt. Diese Unterlagen liegen auch in graphischer Form vor (KENDALL 1945, Bd. 1, S. 444.1; DEMING und BIRGE 1934).

Für den Fall der Berechnung nach § 2.A 8 z. B. beträgt die Wahrscheinlichkeit, daß $\chi^2 > 10{,}3$ ist, nach der Tafel 0,54 und die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es kleiner als 10,3 ist, wird gleich 0,46. Offensichtlich ist der gefundene Wert von χ^2 nahezu gleich dem Wert, den man unter der Voraussetzung zu erwarten hätte, daß seine Schwankungen lediglich auf zufällige Beobachtungsfehler zurückzuführen sind.

Für manche Zwecke reicht es noch nicht aus, zu wissen, daß der Prozeß der Näherungsdarstellung einer Kurve auf der richtigen Stufe abgebrochen wurde, sondern man braucht eine zahlenmäßige Abschätzung der Unsicherheit oder des Fehlers für jeden der Parameter a_n. Wenn man z. B. $f(x)$ differenzieren will, ist ein Verfahren erwünscht, die von der Verwendung der berechneten a_n-Werte herrührende Unsicherheit der Ableitung abzuschätzen.

Die Lage entspricht hier derjenigen im § 2.5, wo gezeigt wurde, daß man eine gute Abschätzung einer unbekannten Größe durch den arithmetischen Mittelwert einer Anzahl experimenteller Beobachtungen dieser Größe erhält und daß die Genauigkeit dieser Abschätzung durch die „Streuung des arithmetischen Mittels“ $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ angegeben wird (vgl. S. 25). Im vorliegenden Falle ist der „wahre“ Wert eines Parameters – nennen wir ihn a_n^0 – die „Unbekannte“, und wir besitzen nur einen einzigen „Beobachtungswert“ für sie, nämlich den nach der Methode der kleinsten Quadrate berechneten Wert a_n. Die Streuung

[1]) Es muß betont werden, daß zu kleine Werte von χ_0^2 ebenso unerwünscht sind wie zu große. Sie zeigen an, daß einige der berechneten Parameter nur sehr geringe Zuverlässigkeit besitzen.

von a_n kann ebenfalls aus den Daten errechnet werden, wenn man annimmt, daß die berechneten a_n-Werte einer Normalverteilung um die wahren Werte a_n^0 gehorchen (KENDALL 1946, Bd. II, Kap. 18).

Es sei

$$\omega^2 = \sum_{n=1}^{N} [y_n - f(x_n)]^2$$

und h bedeute die Anzahl der in $f(x)$ angesetzten Parameter; die Streuung von a werde mit σ_a bezeichnet.[1]) Es sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Wenn $f(x)$ ein Polynom ist (wie in § 2.A 7), mit $h = m + 1$, dann gilt

$$\sigma_{a_j} = \sigma_y \sqrt{\frac{\Delta_{jj}}{\Delta}} = \frac{\omega}{\sqrt{N-h}} \cdot \sqrt{\frac{\Delta_{jj}}{\Delta}},$$

worin Δ die Determinante

$$\begin{vmatrix} s_0 & s_1 & \cdots & s_m \\ s_1 & s_2 & \cdots & s_{m+1} \\ \vdots & & & \\ s_m & s_{m+1} & \cdots & s_{2m} \end{vmatrix}$$

bedeutet und Δ_{ij} die aus dieser durch Weglassen der j-ten Reihe und der j-ten Spalte erhaltene Unterdeterminante bezeichnet. Praktisch fallen diese Determinanten bei der numerischen Lösung der Normalgleichungen als Nebenergebnis mit an.

2. Wenn $f(x)$ eine trigonometrische Funktion ist (wie in § 2.A 8), mit $h = p + q + 1$, ist die Streuung für alle Koeffizienten dieselbe und beträgt

$$\sigma_a = \sigma_y \cdot \frac{1}{N\sqrt{2}} = \frac{1}{N} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{2(N-h)}}.$$

2.A 11 Auflösung eines Systems simultaner linearer Gleichungen

In diesem Abschnitt werden zwei verschiedene Verfahren für die numerische Lösung eines Systems simultaner Gleichungen angegeben, die bei verschieden gelagerten Umständen anzuwenden sind. Kurz könnte man es so ausdrücken, daß man oft das erste Verfahren („Eliminationsverfahren", § 2.A 12) durch das zweite („Iterationsverfahren", § 2.A 13) ergänzen muß; die Notwendigkeit dieses Vorgehens wird in § 2.A 14 dargelegt werden.

Die aus den Lehrbüchern der Algebra vertraute Methode, bei der die Lösungen als das Verhältnis zweier Determinanten erhalten werden, soll man für die numerische Berechnung nicht anwenden, wenn die Anzahl der Unbekannten größer als 2 ist, denn das einzig brauchbare Verfahren zur Ausrechnung von Determinanten beruht ja gerade auf der unmittelbaren Lösung solcher Gleichungssysteme.

---

[1]) Die Berechnung erfolgt mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes. Die im englischen Original angegebenen Formeln sind teilweise fehlerhaft. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Man muß sich vor dem Auftreten von großen, im Verfahren liegenden Fehlern hüten, die – unter gewissen seltenen, aber nicht vorauszusehenden Umständen – die Ergebnisse *jeder* Art von Berechnung hinfällig machen. Diese Umstände werden in § 2.A 14 besprochen werden.

Bei Schwingungsproblemen (und in vielen anderen wichtigen Fällen) treten lineare Gleichungen mit einer Form auf, wie sie die folgenden Beispiele zeigen:

$$(l_{11} - \lambda)\, x_1 + \qquad l_{12}\, x_2 = 0,$$
$$l_{21}\, x_1 + (l_{22} - \lambda)\, x_2 = 0.$$

Sie sind homogen, enthalten aber einen Parameter λ, den „Eigenwert“[1]), der so bestimmt werden muß, daß die Gleichungen befriedigt werden.[2]) Derartige Gleichungen werden nur selten mit einem der in diesem Abschnitt besprochenen Verfahren behandelt (wenn auch Fox das Iterationsverfahren für diesen Zweck benutzt). Es gibt dafür geeignetere und mehr spezialisierte Arbeitsweisen (Aitken 1939; Frazer, Duncan und Collar 1946; Morris und Head 1944).

2.A 12 Systematische Elimination

Dies ist wahrscheinlich das bequemste Verfahren zur Lösung linearer Gleichungen, wenn keine Näherungslösung für die Unbekannten vorliegt (sonst vgl. § 2.A 13). Als Beispiel werden 3 Gleichungen für die Unbekannten x_1, x_2 und x_3 betrachtet:

$$l_{11}\, x_1 + l_{12}\, x_2 + l_{13}\, x_3 = l_{14}, \qquad \text{(I)}$$
$$l_{21}\, x_1 + l_{22}\, x_2 + l_{23}\, x_3 = l_{24}, \qquad \text{(II)}$$
$$l_{31}\, x_1 + l_{32}\, x_2 + l_{33}\, x_3 = l_{34}. \qquad \text{(III)}$$

Die erste Gleichung wird durch l_{11} dividiert und dazu benutzt, x_1 aus Gleichung (II) und (III) zu eliminieren; dies ergibt

$$x_1 + m_{12}\, x_2 + m_{13}\, x_3 = m_{14}; \qquad \text{(IV)}$$
$$m_{22}\, x_2 + m_{23}\, x_3 = m_{24}, \qquad \text{(V)}$$
$$m_{32}\, x_2 + m_{33}\, x_3 = m_{34}, \qquad \text{(VI)}$$

wobei

$$m_{12} = \frac{l_{12}}{l_{11}}, \qquad m_{13} = \frac{l_{13}}{l_{11}}, \qquad m_{14} = \frac{l_{14}}{l_{11}}$$

ist und die anderen Koeffizienten nach der Formel

$$m_{jk} = l_{jk} - \frac{l_{j1} \cdot l_{1k}}{l_{11}}$$

[1]) In der englischsprachigen Literatur steht „eigenvalue“, zur Hälfte ein deutsches Lehnwort. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) In Schwingungsproblemen ist λ proportional zum Quadrat der Frequenz.

zu bestimmen sind. Jetzt benutzt man Gl. (V) dazu, x_2 aus Gl. (VI) zu eliminieren; damit erhält man das Gleichungssystem

$$x_1 + m_{12}\,x_2 + m_{13}\,x_3 = m_{14}; \qquad \text{(VII)} = \text{(IV)}$$

$$x_2 + n_{23}\,x_3 = n_{24}, \qquad \text{(VIII)}$$

$$n_{33}\,x_3 = n_{34}, \qquad \text{(IX)}$$

wobei die Koeffizienten n_{jk} aus den m_{jk} zu berechnen sind.

Jetzt kann man die Lösungen direkt finden. Gl. (IX) gibt

$$x_3 = \frac{n_{34}}{n_{33}}.$$

Dieser Wert wird in Gl. (VIII) eingesetzt, woraus sich x_2 ergibt; beide Werte ergeben – nach Gl. (VII) – den Wert von x_1.

Für die Praxis benötigt man ein Verfahren, die Ausrechnung in Tafelform durchzuführen. Das gebräuchlichste Verfahren stammt von DOOLITTLE, aber von MILNE wurde ein bequemeres angegeben (MILNE 1946, Kap. 1):

Wir schreiben die Koeffizienten in der Anordnung

$$\begin{matrix} l_{11} & l_{12} & l_{13} & l_{14} & l_{15} \\ l_{21} & l_{22} & l_{23} & l_{24} & l_{25} \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & l_{34} & l_{35} \end{matrix}$$

nieder, die wir mit (Y) bezeichnen wollen. Die ersten vier Spalten enthalten die Koeffizienten der ursprünglichen Gleichungen, die fünfte Spalte enthält die Summe der Koeffizienten der betreffenden Reihe, also z. B.

$$l_{25} = l_{21} + l_{22} + l_{23} + l_{24},$$

und dient zur Probe auf richtige Rechnung in einer später zu erläuternden Weise.

Aus der Anordnung (Y) wird in 6 Abschnitten eine andere Anordnung (Z) berechnet:

λ_{11}	λ_{12}	λ_{13}	λ_{14}	λ_{15}	(2)
λ_{21}	λ_{22}	λ_{23}	λ_{24}	λ_{25}	(4)
λ_{31}	λ_{32}	λ_{33}	λ_{34}	λ_{35}	(6)
(1)	(3)	(5)			

1. Diese Spalte stimmt mit der ersten Spalte der Anordnung (Y) überein, d. h. es ist
$$\lambda_{j1} = l_{j1}.$$
2. Diese Werte erhält man, indem man die Zahlen in der ersten Zeile von (Y) durch λ_{11} dividiert, d. h. es gilt
$$\lambda_{1k} = \frac{l_{1k}}{l_{11}}.^{1)}$$

[1]) Für $k > 1$. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

3. λ_{22} und λ_{32} werden aus

$$\lambda_{j2} = l_{j2} - \lambda_{j1}\lambda_{12}$$

berechnet.

4. λ_{23}, λ_{24} und λ_{25} ergeben sich aus

$$\lambda_{2k} = \frac{l_{2k} - \lambda_{21}\lambda_{1k}}{\lambda_{22}}.$$

5. $$\lambda_{33} = l_{33} - \lambda_{32}\lambda_{23} - \lambda_{31}\lambda_{13}.$$

6. λ_{34} und λ_{35} folgen aus

$$\lambda_{3k} = \frac{l_{3k} - \lambda_{32}\lambda_{2k} - \lambda_{31}\lambda_{1k}}{\lambda_{33}}.$$

Die Unbekannten x_1, x_2 und x_3 werden jetzt aus den Gleichungen

$$x_3 = \lambda_{34},$$
$$x_2 = \lambda_{24} - \lambda_{23}\cdot x_3,$$
$$x_1 = \lambda_{14} - \lambda_{13}\cdot x_3 - \lambda_{12}\cdot x_2$$

berechnet.

Jeder dieser Schritte ist direkt auf einer Rechenmaschine durchzuführen. Diese Tafel kann für die Behandlung von Gleichungen mit mehr als drei Unbekannten erweitert werden. Man erhält dann die Zahlen auf und zur Linken der Hauptdiagonalen (der Linie durch die Werte λ_{11}, λ_{22} usw.) nach

$$\lambda_{jk} = l_{jk} - \lambda_{j,k-1}\cdot\lambda_{k-1,k} - \lambda_{j,k-2}\cdot\lambda_{k-2,k} - \cdots - \lambda_{j1}\cdot\lambda_{1k},$$

die anderen Werte nach

$$\lambda_{jk} = \frac{l_{jk} - \lambda_{j,j-1}\cdot\lambda_{j-1,k} - \lambda_{j,j-2}\cdot\lambda_{j-2,k} - \cdots - \lambda_{j1}\cdot\lambda_{1k}}{\lambda_{jj}}.$$

Die Lösungen ergeben sich aus

$$x_j = \lambda_{j,p+1} - \lambda_{jp}\cdot x_p - \lambda_{j,p-1}\cdot x_{p-1} - \cdots - \lambda_{j,j+1}\cdot x_{j+1},$$

wo p die Anzahl der Unbekannten (und der Gleichungen) in diesem allgemeinen Falle bedeutet.[1])

Die fünfte Spalte von (Z) ergibt nun in folgender Weise eine Probe für die Berechnung (MILNE 1946, S. 24). Man kann zeigen, daß – wenn man von zufälligen Fehlern absieht – jede Zahl in dieser Spalte um Eins größer ist als die Summe der übrigen Zahlen, die in der gleichen Reihe *rechts von der Hauptdiagonalen* liegen, d. h.

$$\lambda_{j,p+2} = 1 + \sum_{j<k<p+2} \lambda_{jk}.$$

Man soll daher nach Fertigstellung jeder Zeile von (Z) einen Vergleich der Summe der rechts von der Hauptdiagonalen liegenden Werte (mit Ausnahme

[1]) Die Berechnung beginnt bei $j = p$. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

des letzten) mit der letzten Zahl der Zeile durchführen. Wenn diese Größen sich nicht um 1,000[1]) unterscheiden, sind die letzten *beiden* Stufen der Berechnung zu wiederholen.

Der noch verbleibende letzte Schritt ist der Nachweis, daß die Ausgangsgleichungen tatsächlich durch die berechneten Zahlenwerte erfüllt werden. In diesem Zusammenhang soll erwähnt werden, daß das Eliminieren einer großen Anzahl Unbekannter zu recht beträchtlichen Abrundungsfehlern führen kann, die dann den Anschein erwecken, daß die Gleichungen nicht gut befriedigt werden. Diese Gefahr ist aber nur selten groß und kann gewöhnlich durch Mitführen einer zusätzlichen Stelle im Rechengang vermieden werden.

Das hier besprochene Vorgehen wird in der Tafel 2.5 veranschaulicht, die sich mit den Normalgleichungen befaßt, die sich aus der Berechnung der Tafel 2.3 ergeben. Die 5 Unbekannten (a_0 bis a_4) sind die Koeffizienten eines Polynoms 4. Grades, die nach der Bedingung der kleinsten Fehlerquadrate zu bestimmen sind. In dieser Tafel enthalten die ersten 6 Spalten im Abschnitt (Y) die Koeffizienten der Normalgleichungen (der Tafel 2.3 entnommen[2])); Spalte 7 dient – sowohl in (Y) als auch in (Z) – zur Kontrolle. Die Anordnung (Z) wurde aus (Y) nach den oben angegebenen Regeln berechnet; in der letzten Zeile der Tabelle sind die Lösungen der Gleichungen angegeben.

Die in Kursivschrift über die Elemente der Hauptdiagonalen von (Z) gesetzten Zahlen sind die reziproken Werte dieser Elemente, die man zur Berechnung der Elemente rechts von der Diagonalen braucht. Die vier Ziffern, die in der 8. Spalte bei (Z) in Klammern angegeben wurden, sind die Ziffern, die in dieser Zeile bei der Summe der Zahlen rechts von der Hauptdiagonalen hinter dem Komma auftreten, und dienen in der oben angegebenen Weise zur Kontrolle der Zahlen der 7. Spalte. Die kleinen Unterschiede in der vierten Dezimalstelle rühren von Abrundungsfehlern her. Im Abschnitt (Y) gibt die letzte Spalte die Werte an, die die linke Seite jeder Gleichung annimmt, wenn man die berechneten Werte der Unbekannten einsetzt, die also gleich den in der 6. Spalte angegebenen t-Werten sein sollen.

Eine Berechnung dieses Umfanges erfordert etwa eine Stunde Arbeit, wenn man eine gute Tischrechenmaschine benutzen kann.

2.A 13 Das Iterationsverfahren

Dieses Verfahren[3]) wurde aus einer Arbeitsweise entwickelt, die von Southwell und anderen vielfach zur Lösung von Differentialgleichungen angewendet wurde (Southwell 1941). Seine wichtigsten Eigenschaften sind, daß vieles im Kopf gerechnet werden kann und daß Rechenfehler sich nicht auf die Genauigkeit der Endergebnisse auswirken, sondern nur die Rechenarbeit verlängern; seine Hauptvorteile liegen darin, daß man mit

[1]) Stellenzahl entsprechend der Rechengenauigkeit. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) In umgekehrter Reihenfolge. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[3]) Im englischen Original als „Relaxationsverfahren" bezeichnet. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 2.5

Zahlenbeispiel für die Auflösung eines Systems simultaner linearer Gleichungen

Zeile	Spalte	1	2	3	4	5	6	7	8
		a_4	a_3	a_2	a_1	a_0			
1		+0,1236	−0,2807	+0,3213	−0,2418	+ 0,9322	+ 4,7499	+ 5,6045	+ 4,7499
2		−0,2807	+0,3213	−0,2418	+0,9322	− 0,5086	− 2,1673	− 1,9449	− 2,1668
3	(Y)	+0,3213	−0,2418	+0,9322	−0,5086	+ 3,3753	+ 16,8510	+ 20,7294	+ 16,8510
4		−0,2418	+0,9322	−0,5086	+3,3753	− 0,6500	+ 0,2500	+ 2,1571	+ 0,2505
5		+0,9322	−0,5086	+3,3753	−0,6500	+27,0000	+137,600	+167,749	+137,597
6		*+8,0906* +0,1236	−2,2710	+2,5995	−1,9563	+ 7,5421	+ 38,4295	+ 45,3438	(3438)
7		−0,2807	*−3,1636* −0,3161	−1,5435	−1,2119	− 5,0883	− 27,2698	− 34,1134	(1135)
8	(Z)	+0,3213	+0,4879	*+1,1763* +0,8501	+0,8367	+ 4,0401	+ 20,9482	+ 26,8248	(8250)
9		−0,2418	+0,3831	+0,7113	*+0,3608* +2,7714	+ 0,0899	+ 1,8361	+ 2,9259	(9260)
10		+0,9322	+1,6084	+3,4346	+0,2492	*+ 0,07015* +14,2547	+ 5,1371	+ 6,1371	(1371)
11		+2,7221	−0,9409	−0,9561	+1,3743	+ 5,1371			

seiner Hilfe genaue Lösungen finden kann, wenn Näherungslösungen bekannt sind, und daß man den Rechenprozeß anhalten kann, wenn die Lösungen den gewünschten Genauigkeitsgrad erreicht haben.

Schnelle Ausführung des Iterationsverfahrens erfordert einigen Aufwand. Aus diesem Grunde wird empfohlen, das Verfahren nur dazu anzuwenden, um die Genauigkeit einer nach einer anderen Methode gefundenen Lösung zu verbessern oder genaue Lösungen zu bestimmen, wenn Näherungswerte bereits bekannt sind.

Als Beispiel wollen wir folgendes System von zwei Gleichungen betrachten:

$$3x_1 + 4x_2 = 5,$$
$$5x_1 + 3x_2 = 1.$$

Wenn x_1' und x_2' zwei beliebige Zahlen sind, die nicht die Lösungen der Gleichungen sein müssen, nennt man

$$R_1 = 3x_1' + 4x_2' - 5$$

und

$$R_2 = 5x_1' + 3x_2' - 1$$

die *Fehlbeträge*[1]). Das Iterationsverfahren arbeitet nun so, daß für x_1 und x_2 zwei beliebige Werte x_1' und x_2' gewählt werden und diese in systematischer Weise so verändert werden, daß R_1 und R_2 zu Null werden.[2])

Die mit 1 bis 20 numerierten Zeilen der Tafel 2.6 entsprechen folgenden Operationen:

1. Es werden die Werte $x_1 = 1$ und $x_2 = 1$ willkürlich als Ausgangswerte gewählt und in die beiden ersten Spalten eingesetzt. Die Fehlbeträge werden berechnet und in die Spalten 3 und 4 eingesetzt.
2. Um den (durch Unterstreichung gekennzeichneten) größten Fehlbetrag der Zeile 1 zu verringern, wird die Unbekannte x_1 um den Wert Δx_1 geändert. Man erhält diese Änderung, indem man den zu verringernden Fehlbetrag (hier $R_2 = +7$) durch den Faktor dividiert, der in der Bestimmungsgleichung für diesen Fehlbetrag bei dem x_n steht, das man korrigieren will (hier also der Faktor 5 bei x_1 in der Gleichung für R_2); zweckmäßig wählt man zur Korrektur dasjenige x_n, das in der Bestimmungsgleichung für den Fehlbetrag den größten Faktor besitzt. Die gesuchte Änderung ist der negative Wert dieses Quotienten, hier also
$$\Delta x_1 = -\tfrac{7}{5} \approx -1.$$
Dabei wurde auf die ganze Zahl abgerundet, um bequem im Kopf weiterrechnen zu können; wenn man den genauen Wert $\Delta x_1 = -1{,}4$ benutzt hätte, wäre die weitere Rechnung der Tafel 2.6 abgekürzt

[1]) Der im englischen Original benutzte Ausdruck „Residuen“ ist in der deutschen Literatur nur in funktionentheoretischer Bedeutung im Gebrauch. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Da das Beispiel im englischen Original nicht besonders günstig gewählt und deshalb die Darstellung des Verfahrens nicht sehr klar war, wurden das Beispiel und die Darstellungsweise hier etwas verändert. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 2.6

Zahlenbeispiel zum Iterationsverfahren

Zeile	x_1	x_2	R_1	R_2	Δx_1	Δx_2	ΔR_1	ΔR_2
1	+1	+1	+2	+7				
2					−1	0	−3	−5
3			−1	+2				
4					− 0,4	0	−1,2	−2,0
5			−2,2	0,0				
6					0	+0,6	+2,4	+1,8
7			+0,2	+1,8				
8					−0,4	0	−1,2	−2,0
9			−1,0	−0,2				
10					0	+0,2	+0,8	+0,6
11			−0,2	+0,4				
12					−0,1	0	−0,3	−0,5
13			−0,5	−0,1				
14					0	+0,1	+0,4	+0,3
15			−0,1	+0,2				
16					−0,1	0	−0,3	−0,5
17			−0,4	−0,3				
18					0	+0,1	+0,4	+0,3
19			0,0	0,0				
					−2,0	+1,0		
20	−1,0	+2,0	0,0	0,0				

worden. (Die anderen Änderungen, hier Δx_2, sind gleich Null.) Mit den Änderungen Δx errechnet man nach den Bestimmungsgleichungen die Änderungen der Fehlbeträge, die in den beiden letzten Spalten eingetragen werden.

3. Nun werden die neuen Werte der Fehlbeträge aus den alten Werten und den eben bestimmten Änderungen berechnet.

4. bis 19. Es werden weitere analoge Schritte durchgeführt, deren Ziel jedesmal die Verringerung des größten Fehlbetrages ist. Zeile 19 ergibt schließlich für beide Fehlbeträge den Wert Null, die Gleichungen sind jetzt also erfüllt. Es werden nun die Summen der Änderungen Δx aufaddiert.

20. Aus den gewählten Ausgangswerten und den Summen der Änderungen errechnen sich die Endwerte der beiden Unbekannten x_1 und x_2 zu $-1{,}0$ bzw. $+2{,}0$. Um die Möglichkeit eines Rechenfehlers auszuschalten, wer-

den die Fehlbeträge noch einmal direkt mit diesen Endwerten berechnet, was wieder Null ergibt. Die Lösungen der Gleichungen sind also

$$x_1 = -1{,}0,$$
$$x_2 = +2{,}0.$$

In diesem einfachen Falle hätte man selbstverständlich die Lösungen auf andere Weise schneller erhalten können.

Gewöhnlich umfassen die Koeffizienten der Gleichungen mehrere Dezimalstellen, und die Lösungen sollen mit entsprechender Genauigkeit aufgestellt werden. Dann ist es am besten, in mehreren Näherungsstufen vorzugehen. So werden die Gleichungen

$$3{,}1\,x_1 + 4{,}4\,x_2 = 4{,}9$$

und

$$4{,}7\,x_1 + 2{,}7\,x_2 = 1{,}1$$

zunächst durch Abrunden der Koeffizienten auf die nächstliegenden ganzen Zahlen vereinfacht. Das ergibt das Gleichungssystem, mit dem wir uns schon in der Tafel 2.6 befaßt haben, und wir benutzen die dort erhaltenen Lösungen als Ausgangspunkt für einen weiteren Näherungsschritt, bei dem der Prozeß so lange fortgesetzt wird, bis die Fehlbeträge kleiner als 0,1 geworden sind.

Um mit annähernd ganzzahligen Ausdrücken und somit bequemer arbeiten zu können, kann man die Koeffizienten der rechten Seite der Gleichungen mit 10 multiplizieren, d. h. die Gleichungen

$$3{,}1\,x_1 + 4{,}4\,x_2 = 49{,}0,$$
$$4{,}7\,x_1 + 2{,}7\,x_2 = 11{,}0$$

lösen. Die Näherungslösungen sind jetzt $x_1 = -10{,}0$ und $x_2 = +20{,}0$.

Tafel 2.7

Fortsetzung zum Zahlenbeispiel nach Tafel 2.6

x_1	x_2	R_1	R_2	Δx_1	Δx_2	ΔR_1	ΔR_2
−10	+20	+8	−4				
				0	−2	−8,8	−5,4
		−0,8	−9,4				
				+2	0	+6,2	+9,4
		+5,4	0,0				
				0	−1	−4,4	−2,7
		+1,0	−2,7				
				+1	0	+3,1	+4,7
		+4,1	+2,0				
				0	−1	−4,4	−2,7
		−0,3	−0,7				
				+3	−4		
−7	+16	−0,3	−0,7				

Dieser Abschnitt der Berechnung ist in der Tafel 2.7 dargestellt. Das Ergebnis für die gegebenen Gleichungen (vor der Multiplikation mit 10) lautet also

$$x_1 = -0,7,$$
$$x_2 = +1,6.$$

Auch wenn genauere Lösungen als diese gefordert sind, ist es angebracht, den Prozeß in diesem Stadium anzuhalten und ihn erst nach Multiplikation der rechten Seite der Gleichungen mit einer weiteren Potenz von 10 weiterzuführen:

Tafel 2.8

Fortsetzung zum Zahlenbeispiel nach Tafel 2.7

$$3,1\,x_1 + 4,4\,x_2 = 490,$$
$$4,7\,x_1 + 2,7\,x_2 = 110.$$

x_1	x_2	R_1	R_2	Δx_1	Δx_2	ΔR_1	ΔR_2
−70	+160	−3	−7				
				+2	0	+6,2	+9,4
		+3,2	+2,4				
				0	−1	−4,4	−2,7
		−1,2	−0,3	+2	−1		
−68	+159						

$$x_1 = -0,68,$$
$$x_2 = +1,59.$$

2.A 14 Die Genauigkeit der Lösungen

Wenn die Koeffizienten eines Gleichungssystems nicht genau bekannt sind, entweder weil es sich um experimentelle Werte handelt oder weil sie auf eine bestimmte Dezimalstelle abgerundet wurden, dann ist die Genauigkeit der Lösungen, die man mit *jedem* Rechenverfahren erhalten kann, begrenzt. Es ist zu betonen, daß diese Begrenzung in der Natur des Koeffizientensystems liegt und daß sie ohne Lösung der Gleichungen nicht abgeschätzt werden kann.

Angenommen, die Koeffizienten der Gleichungen

$$l_{11}\,x_1 + l_{12}\,x_2 = l_{13},$$
$$l_{21}\,x_1 + l_{22}\,x_2 = l_{23}$$

seien auf die erste Dezimalstelle abgerundet, d. h. jeder Koeffizient sei um 0,05 unsicher.[1]) Wenn x_1' und x_2' Näherungslösungen sind, dann werden die

[1]) Diese kurze Betrachtung kann leicht auf den Fall erweitert werden, daß die Unsicherheit von Versuchsfehlern herrührt.

Unsicherheiten der zugehörigen Fehlbeträge, δR_1 und δR_2, beide näherungsweise gleich

$$0{,}05 \cdot (|x_1'| + |x_2'| + 1).^{1)}$$

Man kann nun auf keinerlei Weise genauere Werte für x_1 und x_2 mehr finden, wenn die Größe der Fehlbeträge bereits kleiner ist als dieser Wert.

Wenn z. B. die Koeffizienten der in Tafel 2.7 behandelten Gleichungen durch Abrunden auf die erste Dezimale erhalten wurden, führen die in der Tafel 2.8 gefundenen Näherungslösungen zu

$$\delta R_1 = \delta R_2 = 0{,}05 \cdot (0{,}68 + 1{,}59 + 1) = 0{,}1635.$$

Dies bedeutet, daß alle Wertepaare für x_1 und x_2, die Fehlbeträge ergeben, die kleiner als 0,16 sind, in gleichwertiger Weise den Gleichungen genügen. Man sieht, daß das Iterationsverfahren solche Werte bereits zu Beginn der Tafel 2.8 geliefert hat (wenn man die durchgeführte Umformung rückgängig macht, hat man ja dort $|R_1| = 0{,}03$ und $|R_2| = 0{,}07$), so daß die auf dieser Stufe erhaltenen Lösungen $x_1 = -0{,}7$ und $x_2 = +1{,}6$ unter der Voraussetzung der Abrundung der Koeffizienten ebenso befriedigend sind wie die am Ende der Tabelle erhaltenen.

Als wahrscheinliche Unsicherheit ausgedrückt, erhält man $\delta R = 0{,}047$. Dieses Stadium ist in der mittleren Zeile der Tafel 2.8 bereits erreicht.[2])

Folgende Ergebnisse dieser Betrachtung sind wichtig:

1. Man erhält auf die hier gezeigte Weise einen Hinweis auf den Punkt, über den hinaus ein Fortführen des Iterationsverfahrens überflüssig ist.
2. Gelegentlich findet man, daß auch relativ große Veränderungen von x_1 und x_2 die Fehlbeträge nicht über die Grenze δR hinausbringen. Zum Beispiel haben die Gleichungen

$$1{,}1x_1 + 1{,}2x_2 = 1,$$
$$0{,}9x_1 + 0{,}8x_2 = 1$$

(mit den genauen Lösungen $x_1 = +2$ und $x_2 = -1$) ein δR von 0,2, wenn man annimmt, daß die Koeffizienten auf die erste Dezimalstelle abgerundet sind. Eine Änderung um -1 und $+1$ für x_1 bzw. x_2 führt auf die Restbeträge $-0{,}1$ und $+0{,}1$ für die beiden Gleichungen. Diese Werte sind beide im Betrag kleiner als δR, so daß die zugehörigen Lösungen $x_1 = +3$ und $x_2 = -2$ ebenso befriedigend sind wie die

[1]) Die hier gegebene Abschätzung für δR_1 und δR_2 stellt die größtmögliche Unsicherheit dar. Eigentlich wäre es wünschenswerter, mit einem Ausdruck für die *wahrscheinliche* Unsicherheit zu arbeiten. Diese errechnet sich aus der Annahme, daß die *mittlere* Unsicherheit jedes Koeffizienten 0,025 beträgt, zu näherungsweise

$$\frac{0{,}025}{\sqrt{3}} \cdot (|x_1'| + |x_2'| + 1).$$

[2]) Genauere Abschätzungen der Unsicherheiten können mit Spezialverfahren durchgeführt werden (Milne 1946, S. 32).

genauen Werte. Gleichungen, die dieses Verhalten zeigen, nennt man „schlecht bestimmt“ (MORRIS 1946).

3. Im Gegensatz hierzu können auch Gleichungen vorkommen, bei denen sehr kleine Änderungen der Unbekannten große Änderungen in den Fehlbeträgen hervorrufen. Unter solchen Umständen kann man Lösungen mit hoher Genauigkeit bestimmen (d. h. mit einer großen Anzahl gültiger Stellen), auch wenn die Ungenauigkeit der Koeffizienten relativ groß ist. Dies kann man nach der Iterationsmethode sehr bequem durchführen.

Da die Eigenschaften eines gegebenen Gleichungssystems also erst dann ermittelt werden können, wenn Näherungslösungen bekannt sind, kann man offenbar die Genauigkeit von Lösungen, die man durch das Eliminationsverfahren oder eine ähnliche Methode erhalten hat, dadurch abschätzen, daß man einen Schritt einer Iterationsrechnung damit durchführt.

2.A 15 Numerische Integration

Bestimmte Integrale der Form

$$\int_a^b y \cdot dx$$

können aus zwei Gründen eine numerische Berechnung erfordern: Entweder ist der Integrand y in Form einer expliziten Funktion von x gegeben, die man durch keinen mathematischen Ansatz direkt integrieren kann[1]), oder der Integrand ist nur für eine Anzahl von Punkten innerhalb des Integrationsbereiches festgelegt, was oft dadurch auftritt, daß experimentelle Werte $y_1, y_2, \ldots, y_N$ für den Integranden an den Stellen $x_1, x_2, \ldots, x_N$ gemessen worden sind.

Die üblichsten und allgemein verwendbarsten Verfahren beruhen auf den im folgenden § 2.A 16 dargestellten Quadraturformeln. Die Genauigkeit dieser Verfahren und die Schwierigkeiten, die auftreten, wenn die beobachteten Werte y_n Meßfehler aufweisen, werden dann im § 2.A 17 besprochen werden.

2.A 16 Die Verwendung von Quadraturformeln

Es seien N Werte $y_1, y_2, \ldots, y_N$ des Integranden innerhalb des Integrationsbereiches von $x = a$ bis $x = b$ festgelegt; diese können dabei entweder experimentell bestimmt oder aus einem nicht geschlossen zu behandelnden Integranden berechnet worden sein. Weiter wird vorausgesetzt, daß die Intervalle zwischen aufeinanderfolgenden Werten x_n und x_{n+1} stets gleich sind und daß $x_1 = a$ und $x_N = b$ ist. Diese Einschränkung ist nicht prinzipiell erforderlich, aber ohne sie werden die Formeln so kompliziert, daß sie für eine Berechnung wenig nützen. Wenn die Werte x_n nicht gleichmäßig verteilt sind, muß man andere Rechenverfahren suchen.

---

[1]) In solchen Fällen kann man oft durch eine Reihenentwicklung die numerische Integration vermeiden.

Die Punkte $P_1, P_2, \ldots, P_N$ in der Abb. 2.6 stellen die durch die Koordinatenpaare $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots, (x_N, y_N)$ bestimmten Punkte dar. Das Integral

$$\int_{x_1}^{x_N} y \cdot dx$$

ist nun gleich der Fläche unter irgendeiner, noch unbekannten oder noch nicht festgelegten Kurve, die durch diese Punkte läuft.

Um eine erste Näherung für den Wert des bestimmten Integrals zu finden, nehmen wir an, die unbekannte, durch die Punkte P_n verlaufende Kurve sei der Polygonzug, den man erhält, wenn man aufeinanderfolgende Punkte P durch gerade Linien verbindet, wie es in der Abb. 2.6 gezeigt ist. Die Fläche unter der so erhaltenen „Kurve" ist die Summe der Flächen aller Trapeze $(P_n P_{n+1} Q_{n+1} Q_n)$. Unter der Voraussetzung, daß die Intervalle $x_{n+1} - x_n$ alle gleich h sind, wird die Fläche eines beliebigen derartigen Trapezes

$$\frac{h}{2} \cdot (y_n + y_{n+1}).$$

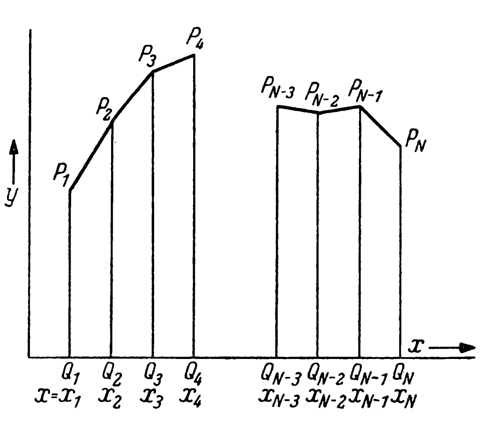


Abb. 2.6
Zur Ableitung der Integrationsformeln

Somit erhält man die erste Näherung für den Wert des Integrals durch die *Trapezformel*

$$\int_{x_1}^{x_N} y \cdot dx = \frac{h}{2} \cdot (y_1 + 2y_2 + 2y_3 + \cdots + 2y_n + \cdots + 2y_{N-1} + y_N).$$

Es ist zu erwarten, daß man einen genaueren Wert für das Integral erhält, wenn man die unbekannte Kurve durch eine Folge von Parabelbögen (Polynome 2. Grades) darstellt, die durch je drei aufeinanderfolgende Punkte $P_n P_{n+1} P_{n+2}$ laufen. Dies führt – wenn man die Anzahl der Intervalle als geradzahlig voraussetzt – zur SIMPSON*schen Regel*

$$\int_{x_1}^{x_N} y \cdot dx = \frac{h}{3} \cdot (y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + \cdots + 2y_{N-2} + 4y_{N-1} + y_N).$$

Diese und andere, kompliziertere Formeln, die sich ergeben, wenn man aufeinanderfolgende Bereiche der unbekannten Kurve durch Polynome 3., 4. oder höheren Grades darstellt, kann man auf die folgende Weise finden, die hier zu einer Kontrolle der SIMPSONschen Regel benutzt werden soll:

Wir betrachten das Integral

$$\int_{x_1}^{x_3} y \cdot dx\,.$$

Wenn wir voraussetzen, daß $y(x)$ eine Kurve zweiten oder niedrigeren Grades ist, die durch die Punkte P_1, P_2 und P_3 verläuft, dann ist das Integral *exakt* durch

$$\int_{x_1}^{x_3} y \cdot dx = a \cdot y_1 + b \cdot y_2 + c \cdot y_3$$

gegeben, worin a, b und c noch unbestimmte Koeffizienten sind. Diese Konstanten können ermittelt werden, indem man für $y(x)$ drei spezielle Funktionen annimmt und in jedem dieser Fälle die Werte des Integrals, die man durch eine direkte Berechnung erhält, mit den Werten gleichsetzt, die sich aus der vorstehenden Formel ergeben.

1. Man setzt

$$y(x) \equiv 1\,,$$

d. h.

$$y_1 = y_2 = y_3 = 1\,.$$

Das ergibt

$$\int_{x_1}^{x_3} y \cdot dx = 2h = a + b + c\,.$$

2. Man setzt

$$y(x) = x - x_2\,,$$

d. h. $y_2 = 0$ und $y_1 = -y_3 = -h$.

Das ergibt

$$\int_{x_1}^{x_3} y \cdot dx = 0 = -a \cdot h + c \cdot h\,.$$

3. Man setzt

$$y(x) = (x - x_2)^2\,,$$

d. h. $y_2 = 0$ und $y_1 = y_3 = h^2$.

Das ergibt

$$\int_{x_1}^{x_3} y \cdot dx = \frac{2}{3} h^3 = a \cdot h^2 + c \cdot h^2\,.$$

Jetzt löst man die drei simultanen Gleichungen

$$\begin{aligned} a + b + c &= 2h\,, \\ -a \qquad + c &= 0\,, \\ a \qquad + c &= \frac{2}{3} h \end{aligned}$$

auf und findet

$$a = c = \frac{h}{3},$$

$$b = 4 \cdot \frac{h}{3},$$

woraus man

$$\int_{x_1}^{x_3} y \cdot dx = \frac{h}{3}(y_1 + 4y_2 + y_3)$$

ableiten kann. Die SIMPSONsche Regel erhält man nun, indem man die entsprechenden Ausdrücke für jedes der Intervalle $x_n \ldots x_{n+2}$ aufaddiert.

Die Beziehung

$$\int_{x_1}^{x_4} y \cdot dx = \frac{3}{8} \cdot h \cdot (y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4)$$

gilt exakt für Integranden 3. oder niedrigeren Grades und kann nach dem eben geschilderten Verfahren geprüft werden. Sie heißt NEWTON*sches Drei-Achtel-Gesetz* und ist in der Genauigkeit der SIMPSONschen Regel vergleichbar; man benutzt sie oft anstelle der letzteren, wenn die Anzahl der Intervalle nicht geradzahlig ist.

Es gibt eine große Anzahl von Formeln, die sich von den hier beschriebenen an den Bereichsenden (bei a und b) unterscheiden und die eine größere Genauigkeit besitzen; einige von diesen Formeln sind besonders für die Integration von Differentialgleichungen geeignet (MILNE 1946, Kap. III und IV; WHITTAKER und ROBINSON 1944, Kap. III).

Diese Formeln wollen wir auf die Werte der Tafel 2.4 anwenden, z. B. um

$$\int_{t=0}^{12} y \cdot dt$$

auszurechnen. Wir setzen voraus, daß t in Stunden gemessen ist, d. h. durch die Werte in der ersten Spalte von Tafel 2.4 gegeben ist; in dieser Einheit ist dann $h = 2$. Die Tafel 2.9 zeigt die Ergebnisse, die man bei Anwendung der Trapezformel und der SIMPSONschen Regel erhält. Der Wert, der sich für das Integral mit einer sehr komplizierten Quadraturformel ergibt, die

Tafel 2.9

Nach verschiedenen Verfahren bestimmter Wert von

$$\int_0^{12} y \cdot dt.$$

Trapezformel	SIMPSONsche Regel	Polynom 6. Grades	Trigonometrische Funktion nach der Methode der kleinsten Quadrate
− 0,992	− 0,972	− 0,912	− 1,016

für Polynome bis zum 6. Grad exakt gilt, ist in der dritten Spalte der Tabelle angegeben. Spalte 4 erhält das Ergebnis, das man findet, wenn man die nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmte trigonometrische Funktion (nach § 2.A 8) über das entsprechende Intervall integriert.[1])

2.A 17 Die Genauigkeit der numerischen Integration

Bei der numerischen Integration treten zwei Arten von Fehlern auf, die am besten getrennt besprochen werden. Die erste Art der Fehler beruht auf der Benutzung der Quadraturformeln und tritt bereits auf, wenn die Ordinaten y_n genau bekannt sind, wenn sie z. B. aus einer explizit gegebenen mathematischen Funktion berechnet wurden, die nicht analytisch integriert werden kann. Die zweite Art von Fehlern tritt auf, wenn die Ordinaten mit zufälligen Beobachtungsfehlern behaftet sind.

1. Fehler der Quadraturformeln

Es wurde dargelegt, daß diese Formeln darauf beruhen, daß die unbekannte Funktion $f(x)$ jeweils über aufeinanderfolgende Teilbereiche als ein Polynom endlichen Grades angesehen wurde. Da dies nicht immer exakt richtig ist, werden die bei Benutzung der Formeln erhaltenen Ergebnisse fehlerhaft sein.

Wir nehmen an, daß die Funktion zwischen den Punkten $P_1, P_2, \ldots, P_{k+1}$ durch ein Polynom k-ten Grades dargestellt wurde. Unter Benutzung der TAYLOR-Entwicklung kann man die Ungenauigkeit jeder Quadraturformel in Vielfachen der $(k+1)$-ten Ableitung an einem geeigneten Punkt zwischen x_1 und x_{k+1} ausdrücken (MILNE 1949, S. 111; WHITTAKER und ROBINSON 1944, Kap. III). Praktisch ersetzt man die Ableitung an diesem Zwischenpunkt durch den größten Wert der Ableitung im Bereich von P_1 bis P_{k+1}.

Wenn z. B. $k = 1$ ist (Trapezregel), kann man zeigen, daß

$$\int_{x_1}^{x_2} y \cdot dx = \frac{h}{2} \cdot (y_1 + y_2) - \frac{y''(z) \cdot h^3}{12}$$

gilt, wobei $y''(z)$ der Wert von $\frac{d^2 y}{dx^2}$ an einem Punkt $x = z$ ist, der zwischen x_1 und x_2 liegt. Der Fehler ε ist durch das letzte Glied dieses Ausdruckes gegeben, so daß man sagen kann:

$$|\varepsilon| \leqq \frac{h^3}{12} \cdot |y''_{\max(1,2)}|,$$

wo $y''_{\max(1,2)}$ den größten Wert von y'' zwischen x_1 und x_2 bedeutet.

---

[1]) Das einzige Glied in $f(t)$, das einen nicht-verschwindenden Beitrag zum Integral

$$\int f(t) \cdot dt$$

liefert, ist $b_1 = -0{,}133$. Man erhält also für das Integral

$$-0{,}133 \cdot \frac{12}{\pi} \cdot 2 = -1{,}016.$$

Man erhält die übliche Form der Trapezregel, indem man derartig aufgebaute Formeln für jeden der Bereiche $P_n\, P_{n+1}$ bildet und addiert. Der Fehler der Gesamtformel ist dann durch

$$|E| \leqq \frac{h^3}{12} \cdot \{ |y''_{\max(1,2)}| + |y''_{\max(2,3)}| + \cdots + |y''_{\max(N-1,N)}| \}$$

gegeben, was man zu

$$|E| \leqq \frac{h^3}{12} \cdot (N-1) \cdot |y''_{\max}|$$

vereinfachen kann, indem man alle die Maximalwerte $y''_{\max(n,n+1)}$ in den Teilbereichen durch $y''_{\max}$ ersetzt, den Größtwert von y'' im Gesamtbereich zwischen x_1 und x_N.

Tafel 2.10

Die Fehler der Quadraturformeln

	Trapezformel	SIMPSONsche Regel	NEWTONsches Gesetz
Elementarschritt	$x_1 \to x_2$	$x_1 \to x_3$	$x_1 \to x_4$
$\|\varepsilon\|$	$\frac{h^3}{12} \cdot \|y''_{\max}\|$	$\frac{h^5}{90} \cdot \|y''''_{\max}\|$	$\frac{h^5}{80} \cdot \|y''''_{\max}\|$
$\|E\|$	$\frac{h^3}{12} \cdot (N-1) \cdot \|y''_{\max}\|$	$\frac{h_5}{90} \cdot \frac{N-1}{2} \cdot \|y''''_{\max}\|$	$\frac{h^5}{80} \cdot \frac{N-1}{3} \cdot \|y''''_{\max}\|$
σ_Y	$\frac{h \cdot \sigma}{2} \cdot \sqrt{4N-6}$	$\frac{h \cdot \sigma}{3} \cdot \sqrt{10N-12}$	$\frac{3h \cdot \sigma}{8} \cdot \sqrt{\frac{22N-28}{3}}$

Tafel 2.10 gibt eine Zusammenstellung der Ausdrücke für die Fehler, die man für die oben angegebenen Quadraturformeln erhält. Die zweite Zeile enthält die Werte von $|\varepsilon|$, die bei jedem Elementarschritt auftreten (der in der ersten Zeile angegeben ist), während der Fehler $|E|$, der auftritt, wenn man die Formeln über einen größeren Bereich anwendet, in der dritten Zeile der Tafel 2.10 angegeben ist. Auf die mit σ_Y bezeichnete Zeile kommen wir später zurück.

Wenn die Ordinaten y_n nicht aus einer expliziten Funktion von x berechnet wurden, sondern z. B. experimentelle Werte sind, kann man selbstverständlich keine genaue Abschätzung für die $(k+1)$-te Ableitung von y durchführen, und es ist dann auch unmöglich, eine sichere Abschätzung für den Fehler beim Quadraturprozeß durchzuführen. Aber derartige Meßwerte sind meist mit zufälligen Beobachtungsfehlern behaftet, die ihrerseits zu Unsicherheiten im Wert des Integrals führen, die gewöhnlich größer sind als die vorstehend behandelten.

2. Der von ungenauen Ordinaten herrührende Fehler

Es werde angenommen, daß die Ordinaten y_n mit zufälligen Beobachtungsfehlern behaftet seien und daß die Streuung einer jeden Ordinate um ihren unbekannten wahren Wert gleich σ sei. Der von einer beliebigen Quadratur-

formel gelieferte Integralwert kann als eine Annäherung an den unbekannten wahren Wert angesehen werden, und man kann die Genauigkeit der Formel durch die Streuung dieses Näherungswertes kennzeichnen.

Diese Streuung kann man in folgender Weise finden:

Wenn

$$Y = a \cdot y_1 + b \cdot y_2$$

ist, wobei y_1 und y_2 die Streuung σ besitzen, dann wird die Streuung σ_Y von Y durch

$$\sigma_Y = \sigma \cdot \sqrt{a^2 + b^2}$$

ausgedrückt[1]), und bei

$$Y = a_1 \cdot y_1 + a_2 \cdot y_2 + \cdots + a_N \cdot y_N$$

gilt

$$\sigma_Y = \sigma \cdot \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_N^2}.$$

Wenn man dieses Ergebnis auf die drei Integrationsformeln der Tafel 2.10 anwendet, erhält man die in der vierten Zeile dieser Tabelle unter σ_Y angegebenen Resultate.

Genaugenommen sind die wahren Werte y_n^0 nicht vollständig unbekannt. Es wurde nämlich im § 2.A 10 gezeigt, daß man Kurven, die nach der Methode der kleinsten Quadrate an die Ordinaten angepaßt wurden, dazu benutzen kann, die Werte y_n^0 mit einem bestimmten Grad von Genauigkeit vorherzusagen. Der Wert, den man durch direkte Integration der Ausgleichskurve der Ordinaten erhält, ist stets genauer als jeder auf andere Weise gefundene Wert. (Hierzu muß die Ausgleichsfunktion aber die vorschriftsmäßige Anzahl Parameter besitzen, weder zu viel noch zu wenig.) Unglücklicherweise macht der mit der Methode der kleinsten Quadrate verbundene Arbeitsaufwand in vielen Fällen eine solche Verbesserung unmöglich.

---

[1]) Es sei $W\{Y\}$ bzw. $W\{Y^2\}, \ldots$ der wahrscheinliche oder „Erwartungs"-Wert von Y bzw. $Y^2, \ldots$. Dann ist

$$\sigma^2 = W\{(y_1 - y_1^0)^2\} = W\{(y_2 - y_2^0)^2\}$$

und

$$\sigma_Y^2 = W\{(Y - Y^0)^2\},$$

wobei

$$Y^0 = a \cdot y_1^0 + b \cdot y_2^0$$

gesetzt wurde. Es ist aber

$$\begin{aligned}\sigma_Y^2 &= W\{(Y - Y^0)^2\} = W\{[a \cdot (y_1 - y_1^0) + b \cdot (y_2 - y_2^0)]^2\}\\ &= a^2 \cdot W\{(y_1 - y_1^0)^2\} + 2ab \cdot W\{(y_1 - y_1^0)(y_2 - y_2^0)\} + b^2 \cdot W\{(y_2 - y_2^0)^2\},\\ &= a^2 \cdot \sigma^2 + b^2 \cdot \sigma^2\\ &= (a^2 + b^2) \cdot \sigma^2,\end{aligned}$$

also

$$\sigma_Y = \sigma \cdot \sqrt{a^2 + b^2}.$$

KAPITEL III

MECHANISCHER AUFBAU

3.1 Einleitung

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Aufbau wissenschaftlicher Apparaturen unter mechanischen Gesichtspunkten. Die hier entwickelten Prinzipien können ebenso auf improvisierte Apparaturen angewendet werden wie auf sorgfältig geplante Konstruktionen für den Laboratoriumsbetrieb oder für industrielle Fertigung.

Folgende Forderungen müssen alle mechanischen Aufbauten erfüllen:

a) Kinematisch oder geometrisch: Die Form der Einzelteile muß die verlangte Lagebeziehung zwischen den Teilen gewährleisten, und bewegliche Teile dürfen sich nur in der erforderlichen Weise bewegen können.

b) Statisch: Die Kräfte zwischen den Einzelteilen sollen in der vorteilhaftesten Weise wirken, die Einzelteile dürfen unter der Belastung nicht zusammenbrechen und ihre durch die Belastung eintretende Verformung darf ihre Funktionsfähigkeit nicht stören.

c) Dynamisch: Die von der Beschleunigung bewegter Teile herrührenden Kräfte dürfen keine störenden Einflüsse ergeben; besonders für rotierende Teile werden gewisse Gleichgewichtsbedingungen zu beachten sein.

3.2 Kinematik

Im täglichen Leben und in der Ingenieurpraxis werden Verbindungen zwischen den verschiedenen Teilen eines Gerätes oft „mit roher Gewalt" hergestellt, z. B. durch Nageln, Verschrauben oder Versplinten. Es ist leicht einzusehen, daß man mit derartigen Verbindungen eine gegebene Lage der Teile zueinander nicht exakt wieder herstellen kann, wenn sie auseinandergenommen und wieder zusammengestellt wurden; denn es muß stets eine gewisse Toleranz für die Ungenauigkeit der Fertigung zugegeben werden (z. B. müssen Bolzenlöcher mit leichtem Übermaß hergestellt werden), weil sonst eventuell die Führungen nicht zueinander passen.

Weiter werden in den Einzelteilen beim Zusammenbau Verformungen hervorgerufen, da das Anziehen einer jeden Verbindung das Einzelteil aus der Lage bringt, die es unter dem Einfluß der bisher wirkenden Führungen eingenommen hatte. Bei gewissen Teilen von wissenschaftlichen Apparaturen lohnt es den Aufwand, die Berührungsflächen von vornherein so auszubilden,

daß sie nur die Führungen ausüben, die für den vorliegenden Zweck notwendig und hinreichend sind. Dieser Gedanke wurde 1876 von MAXWELL ausgesprochen, und er ist im Laufe des seither vergangenen Jahrhunderts immer mehr beim Aufbau wissenschaftlicher Geräte für industrielle Herstellung in Anwendung gekommen.

3.3 Kinematischer Aufbau

Die Lage eines starren Körpers gegenüber einem anderen kann durch 6 Koordinaten bestimmt werden; man sagt deshalb: Der Körper besitzt 6 Freiheitsgrade. Eine vorteilhafte Koordinatenzusammenstellung – nicht die einzig mögliche – zur Festlegung der Verschiebungen des Körpers wird gebildet von den Änderungen (δx, δy, δz) der Kartesischen Koordinaten eines Punktes des Körpers und von den Winkeln, um welche sich der Körper dabei um drei aufeinander senkrechte Achsen dreht. Jede kleine Verschiebung des Körpers kann man durch Kombinationen dieser Koordinatenänderungen darstellen.

Berührung eines Punktes des Körpers mit einer Fläche der Umgebung kostet einen Freiheitsgrad, da keine Relativbewegung in der Richtung senkrecht zu der Fläche möglich ist, solange der Punkt und die Fläche miteinander in Berührung bleiben. Kleine Verschiebungen, die keine Bewegung senkrecht zu dieser Fläche erfordern, sind mit einer solchen Führung verträglich.

Wenn ein Teil A einer Apparatur (den wir zunächst als starr annehmen) in einer festen Lage gegenüber einem anderen Teil B fixiert werden soll, muß der kinematische Aufbau der Verbindung zwischen A und B eine Berührung an sechs geeignet gewählten Punkten sicherstellen. Abb. 3.1 zeigt zwei wohlbekannte Verfahren, diese Forderung zu erfüllen. Die Anordnung der drei, in Abb. 3.1a dargestellten V-Schlitze ist symmetrisch und leicht herzustellen (z. B. auf einer Hobel- oder Fräsmaschine); in der Abb. 3.2 wird

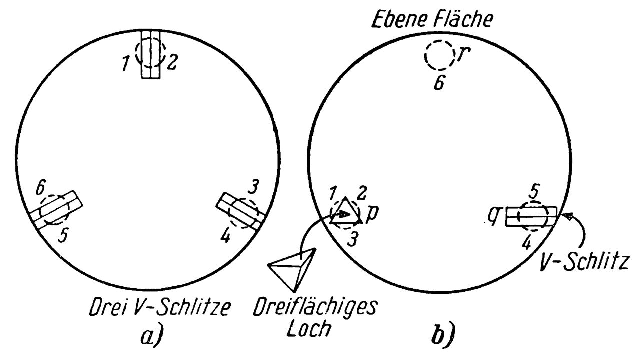


Abb. 3.1. a) und b) sind zwei der möglichen kinematischen Anordnungen zur Festlegung der Lage von zwei Bauteilen gegeneinander. Am Bauteil A sind Kugeln angebracht, Teil B enthält die Schlitze usw. Die Zahlen zeigen den Ort der sechs Berührungspunkte.

dargestellt, wie die fixierenden Elemente eines Satzes von Laboratoriumsgestellen nach diesem Schema ausgebildet werden, die bis zu beliebiger Höhe aufeinandergestellt werden können, solange die Füße jedes Gestelles in Berührung mit den V-Schlitzen des vorhergehenden bleiben.

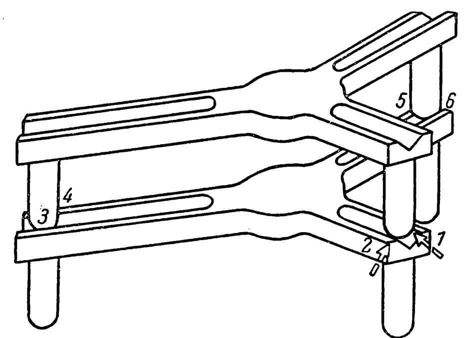


Abb. 3.2. Laboratoriumsgestelle mit kinematischer Lagefixierung

Die Anordnung nach Abb. 3.1b besitzt den Vorzug, daß Teil A um die Linie $p\,q$ gedreht werden kann, indem man eine Einstellschraube betätigt, die die Kugel (oder ähnlich ausgebildete Berührungsfläche) bei r trägt. Fehler der Schraube, z. B. schlechte Zentrierung, Gangunregelmäßigkeiten oder Schlag, beeinflussen dabei die Lage von A in erster Näherung nicht. Das Loch bei p, das drei Führungen ausübt, soll im Prinzip ein Dreiflächner sein; in manche Materialien (z. B. Messing) kann man es mit einer Dreikantpyramide eindrücken. Einen Ersatz für ein solches Loch kann man sich schaffen, indem man drei Stahlkugeln auf eine Platte lötet oder sie in Löcher einpreßt, die ein wenig kleiner sind als der Kugeldurchmesser.

Diese beiden Konstruktionen zeigen einige der Grundzüge, die für den sogenannten kinematischen Aufbau charakteristisch sind:

a) Die Teile können nach Belieben getrennt und wieder in derselben Lage zusammengesetzt werden; die relative Lage der Einzelteile zueinander ist exakt festgelegt, ohne daß eine sehr genaue Konstruktion hinsichtlich aller Abmessungen erforderlich wäre. Bei einem völlig starren Material ist keine hochwertige Oberflächenbehandlung erforderlich, für manche Zwecke sind etwa die Gestelle nach Abb. 3.2 bereits in Form nur grob bearbeiteter Gußstücke gut brauchbar. Man sieht indessen leicht ein, daß zufällige Vorsprünge an den Berührungsflächen (die hoch belastet sind, siehe unten) leicht verformt werden können, wenn die Teile auseinander genommen und wieder zusammengesetzt werden. Für Präzisionszwecke soll man deshalb die Berührungsflächen härten und hochglanzpolieren. Stahlkugeln (käufliche Kugellagerkugeln) sind für solche Flächen besonders geeignet. Sie können auf den Geräteteilen aufgelötet oder in Bohrungen mit Untermaß straff eingepreßt werden.

Zahlenmäßige Angaben über die Belastung von Berührungsstellen Kugel gegen Ebene wurden von Pollard (1937) gemacht, der fand, daß zwischen der Last P, die eine kleine bleibende Verformung der ebenen Platte (Tiefe einer halben Wellenlänge von grünem Licht) verursachte, und dem Kugeldurchmesser D die Beziehung

$$P = S \cdot D^2$$

besteht. Werte für S sind in der der POLLARDschen Arbeit entnommenen Tafel 3.1 angegeben.

Tafel 3.1

Belastbarkeit von Berührungsstellen Kugel gegen Ebene

Material der Platte	S [kg/mm²]
Kohlenstoffstahl (0,9% C), hart	0,245
hochgehärtet	0,731
Kugellagerstahl (Chromstahl), federhart (beim Anlassen auf 315° C erreichter Maximalwert)	0,513
Messing	0,004
Phosphorbronze	0,012
Gußeisen	0,011

b) Abnutzung der Berührungsflächen führt nicht zu „Spiel", sondern die Teile senken sich in eine neue, aber wieder wohldefinierte Lage ab. Oft kann man einfache Justiervorrichtungen anbringen, um die von der Abnutzung herrührenden Verschiebungen auszugleichen.

c) Die Kontaktstellen, die die kinematischen Führungen bilden, sind theoretisch Punkte, tatsächlich kleine, hochbelastete Flächen. Dieser Umstand begrenzt die Anwendungsmöglichkeit rein kinematischer Anordnungen, wenn die Einzelteile schwer sind. Es kann in solchen Fällen nötig sein, die Führungen auf endliche Flächen auszudehnen, die dann prinzipiell genau geformt und angepaßt sein müssen. Ein derartiger Aufbau wird oft „halbkinematisch" genannt, da man dabei das kinematische Grundprinzip benutzt, um festzustellen, wieviel tragende Flächen man braucht und wie sie angeordnet sein müssen.

d) Das Prinzip der kinematischen Führung setzt voraus, daß die Berührungspunkte miteinander in Verbindung bleiben. Man muß daher neben den kinematischen Führungen selbst immer noch die Einwirkung von Kräften vorsehen, die die Einzelteile in Verbindung halten, sei es durch das Gewicht der Teile, durch Federn oder andere Kräfte. Viele schlecht durchdachte kinematische Anordnungen haben versagt, weil es verabsäumt wurde, derartige Kräfte in ausreichender Weise vorzusehen. Andererseits ist zu beachten, daß kinematische Führungen von sich aus keine statisch unbestimmten Spannungen in den Geräteteilen hervorrufen. Solche Spannungen treten dann auf, wenn überzählige Führungen vorhanden sind (Führungen, die über die kinematische Mindestzahl hinausgehen), die zur Berührung gezwungen werden; ein einfaches Beispiel bildet das vierte Bein eines Tisches, das durch Druck zum Kontakt mit einem unebenen Fußboden gebracht wird.

Es wird immer vorteilhaft sein, die kinematischen Prinzipien anzuwenden, auch beim Aufbau von Geräteteilen, die miteinander durch Bolzen verbunden werden. So können z. B. Gestelle nach Abb. 3.1b

verstiftet werden, wie in Abb. 3.3 gezeigt. Sie sind dann fest miteinander verbunden, aber die von der Verstiftung herrührenden unbestimmten Spannungen sind auf die unmittelbare Nachbarschaft der Führungen beschränkt, der Grundkörper des Gestells bleibt frei von Befestigungsspannungen.

e) Wenn auch die Wahl der Lage der Führungen nicht kritisch ist, soll man dabei doch die Grundprinzipien der Statik beachten und so dafür sorgen, daß die an den Berührungsflächen auftretenden Kräfte in günstigen Richtungen wirken.

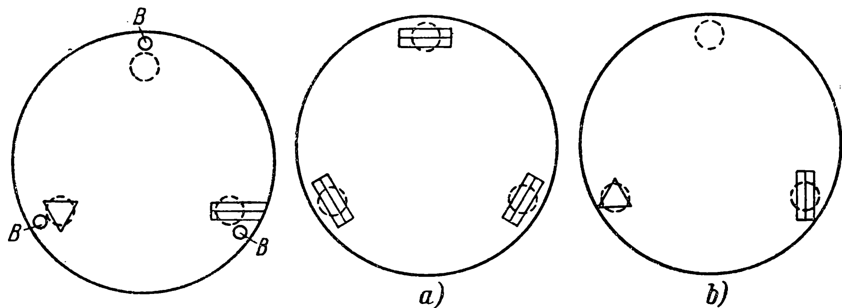


Abb. 3.3
Anordnung zur Lagefixierung nach Abb. 3.1b, gesichert durch Stifte bei *B*, *B*, *B*

Abb. 3.4. Entartete kinematische Anordnungen

Es gibt einige Lagen, in denen das System „entartet“ und nicht mehr arbeitet. In der Abb. 3.4a sind die drei Schlitze so angebracht, daß sie tangential zu einem Kreise verlaufen; sie können so eine Drehung um die Achse dieses Kreises nicht wirksam verhindern. In der Abb. 3.4b liegt das Loch auf der Senkrechten zu dem Schlitz, was zu ähnlichen Resultaten führt. Es leuchtet ein, daß auch jede dichte Annäherung an diese Lagen bei gegebenen Haltekräften zu einer ungenügenden Fixierung führen wird. Um die wirksamste Fixierung zu erreichen, muß jede Fläche, die zur Führung dient, senkrecht zu der Bewegung liegen, die an diesem Punkte ohne Widerspruch zu den übrigen Führungen auftreten könnte, wenn die betreffende Fläche entfernt würde.

3.4 Ein Freiheitsgrad der Translation: Die kinematische Gleitführung

Wir wollen jetzt die wichtige Anwendung der kinematischen Prinzipien betrachten, die einen Translationsfreiheitsgrad ergibt: Kinematisches Gleiten mit 5-Punkt-Führung. Abb. 3.5a zeigt einen Schlitten, der fast rein kinematisch aufgebaut ist und der für leichte Lasten brauchbar ist; Abb. 3.5b zeigt einen Schlitten, bei dem die Berührungspunkte auf mehr oder weniger

lineare Berührungsgebiete ausgedehnt sind, so daß sich ein halbkinematischer Aufbau ergibt. Als Gegenstück hierzu ist in der Abb. 3.5c eine Schwalbenschwanzführung üblicher Art dargestellt. Selbstverständlich kann eine derartige Führung, solange sie unverformt ist, nur an wenigen, zufällig verteilten Punkten Kontakt haben. Je genauer die Herstellung ist, um so weniger Ver-

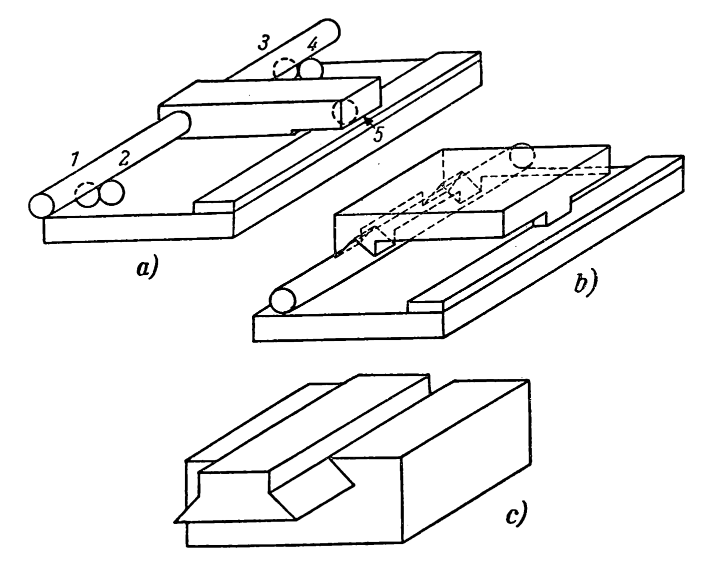


Abb. 3.5. Konstruktionen für gleitende Bewegung a) kinematisch; b) halbkinematisch; c) Schwalbenschwanzführung

formung ist nötig, um die Anzahl und Größe der im Kontakt stehenden Bereiche zu vergrößern. Praktisch werden derartige Gleitführungen mit einem Schmierfilm versehen, der die Belastung über die gesamte Fläche verteilt. So sind sie dann imstande, große Kräfte zu übertragen, und werden daher stets bei den Führungen an Werkzeugmaschinen benutzt. Bei Meßinstrumenten indessen, bei denen nur relativ geringe Belastungen auftreten, gibt der kinematische Aufbau eine höhere Genauigkeit der Fixierung bei geringerem Fertigungsaufwand.

Damit die Bewegung nach Abb. 3.5 wirklich auf eine reine Translation beschränkt bleibt, müssen die führenden Flächen genau gerade und parallel sein. Die Bedingung der Geradheit wird durch Drehen, Schleifen oder Läppen erfüllt (die Prozesse sind hier nach wachsendem Genauigkeitsgrad und steigenden Kosten geordnet); die Forderung der Parallelität verlangt sorgfältige Konstruktion oder Justierung. Bei manchen Aufbauten kann es wirtschaftlich sein, die Führungen aus genauen Zylindern herzustellen, die man gegen eine bearbeitete ebene Fläche drückt. Dies wird durch Abb. 3.6 veranschaulicht, die zugleich zeigt, wie der kinematische Aufbau nach Abb. 3.5 abgeändert

werden kann, um die gleitende Bewegung durch rollende Bewegung von Stahlkugeln zu ersetzen. Dank der guten Qualität der käuflichen Stahlkugeln sind die zulässigen Belastungen ziemlich hoch. Ein Kugelschlittenaufbau ist für Gleitführungen bei Höchstpräzisionsinstrumenten sehr geeignet; er wird (z. B. von Leitz) bei den Feintriebführungen von Mikroskopen benutzt.

Um schwerere Belastungen zu ermöglichen, kann man mehrere Stahlkugeln in den Führungen verwenden. Der Aufbau ist dann zwar nicht mehr kinematisch, da aber die Kugeln sehr genau gleich groß und sehr genau rund erhalten werden können, kann man – unter der Voraussetzung, daß die Führungsnuten genau geradlinig sind – eine gute Verteilung der Last mit sehr geringen Verformungen erreichen.

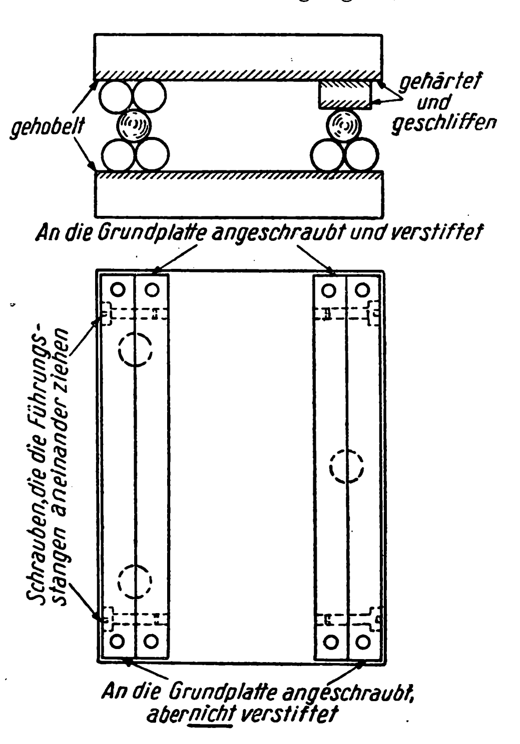


Abb. 3.6. Konstruktion eines auf Kugeln gelagerten Schlittens in kinematischer Anordnung

3.5 *Ein Freiheitsgrad der Rotation*

Es gibt eine ganze Anzahl kinematisch aufgebauter Führungssysteme, die Drehung um eine Achse erlauben; die Abbildung 3.7a zeigt einen für Laboratoriumsherstellung von Apparaturen brauchbaren Aufbau, die Abb. 3.7b und c stellen in Hilgerschen Instrumenten verwendete Axialanordnungen dar (Pollard 1929).

Man benutzt indessen auf diesem Gebiet der einfachen Drehungen die kinematische Anordnung seltener als bei den Gleitführungen. Das hat seinen Grund nicht in irgendwelchen Mängeln des kinematischen Aufbaues, sondern darin, daß die traditionellen „Fertigteile“ hier optimal durchgebildet sind. Die übliche Konstruktion für die vertikale Achse eines Spektroskops oder Theodoliten sieht eingeschliffene Kegel mit 3° bis 5° Winkel vor, die man entlasten kann, so daß nur das obere und das untere Ende der eingeschliffenen Flächen zur Berührung kommen. Üblicherweise nimmt man den größten Teil der Belastung durch einen einstellbaren Bund oder durch Kugellager auf, so daß die gering belasteten Kegel nur für genau konzentrische Bewegung zu sorgen haben. Bei einigen Theodolitkonstruktionen hat man geschliffene

und geläppte Zylinderflächen als zentrierende Elemente mit einem Kugelzapfen zur Aufnahme des Axialdruckes verwendet. Es ist aber zu bemerken, daß auch sehr genau hergestellte Zentrierungen dieser Art noch verbessert

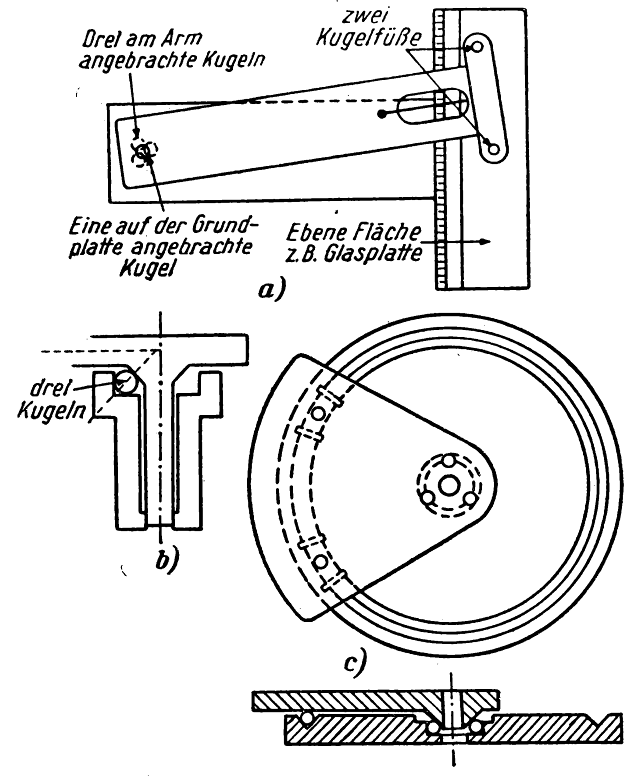


Abb. 3.7a. Einfacher kinematischer Rotationsaufbau (nach dem Goniometer von G. F. C. SEARLE).

Abb. 3.7b. Im Spektrometer von HILGER benutzte halbkinematische Anordnung. Die zu messende Drehbewegung wird von einer Mikrometerschraube erzeugt, deren Achse in der gleichen Horizontalebene liegt wie der Schnittpunkt der durch die Kugeln verlaufenden Kegelnormalen.

Abb. 3.7c. Eine andere, von HILGER verwendete Axialanordnung

werden konnten, indem man sie in einen halbkinematischen Aufbau nach Abb. 3.7b verwandelte.

Die horizontalen Lager solcher Instrumente bestehen üblicherweise aus gedrehten (oder geschliffenen) zylindrischen Zapfen, die in einem keilförmigen Ausschnitt ruhen; es ist dies ein typisches Beispiel für halbkinematischen Aufbau. Die Abb. 3.8 zeigt einige der klassischen Lageranordnungen, wie sie in physikalischen Apparaten benutzt werden.

Die gewöhnlichen Kugellager (Abb. 3.9) sind überbestimmte, keine kinematischen Systeme; sie bestehen aus in genormten Abmessungen hergestellten Einzelteilen, bei denen durch Einsatz von sehr hoch spezialisierten Massen-

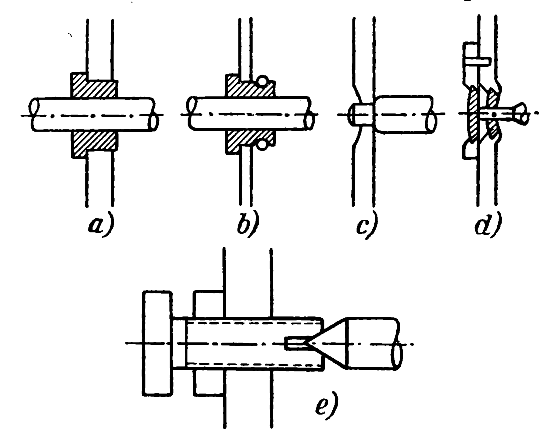


Abb. 3.8. Normale ingenieurmäßige Lagerkonstruktionen. a) Eingepreßte Bronzebuchse. b) Mit geringem Spiel in eine dünne Wand eingesetzte Buchse, durch einen Federring gehalten, was Selbsteinstellung erlaubt. c) Uhrwerkszapfen (man beachte die Vertiefung zum Festhalten des Öles). d) Taschenuhrzapfen, der in einem Rubinlager mit einem Abschlußstein läuft. e) Konischer Zapfen, der in einer Zentrierung läuft.

produktionsverfahren eine hohe Genauigkeit erreicht wird. Es wird hochwertiger Stahl verwendet, und die Lastverteilung beruht auf geringen, sorgfältig geprüften Verformungen der Kugeln und Laufflächen. Es ist daher

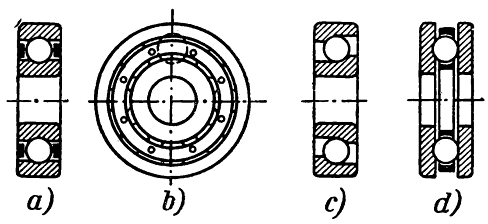


Abb. 3.9. Kugellager. a) und b) Rillenkugellager mit Käfig. Dieses Lager nimmt neben den Querkräften auf den Zapfen auch Längsschub auf. c) Hochschulterlager, für paarweise Verwendung. Bei der dargestellten Form können der Innenring und die Kugeln herausgenommen werden. d) Reines Axiallager.

wichtig, daß die Laufflächen beim Einbau der Lager in das Instrument oder die Maschine nicht deformiert werden, und die Hersteller geben hierzu genaue Anweisungen.

Wenn eine große Kraft in axialer Richtung auftritt, kann man sie durch reine Drucklager – unabhängig von den radialen (Quer-) Lagern – aufnehmen.

Häufiger wird man in der instrumentellen Praxis „Hochschulterlager" verwenden, die sowohl radiale als auch axiale Belastungen aufnehmen können. Üblicherweise benutzt man in der Praxis eines der Lager, das in seiner Lage befestigt wird, zur Fixierung der Welle in axialer Richtung, während die anderen Lager Schiebesitz erhalten. Wenn es darauf ankommt, alles axiale Spiel auszuschalten, kann man paarweise Lager verwenden, bei denen durch eine elastische Kraft (Vorspannung) die inneren Laufringe auseinander und die äußeren Ringe gegen Anschläge gedrückt werden. In dieser Weise montierte, besonders ausgewählte Lager wurden schon für Höchstpräzisionszwecke benutzt (Harrison 1938). Die käuflichen Kugellager verdienen es sicher, häufiger als bisher bei Meßinstrumenten verwendet zu werden.

3.6 Übersicht über die Anwendungsgebiete von kinematischen Anordnungen

Es ist zu betonen, daß ein streng oder nahezu streng kinematischer Aufbau in folgenden Fällen von Wichtigkeit ist:

a) Beim Aufbau von Laboratoriumsapparaturen für nur eine Aufgabe, bei denen Präzision in der Funktion ohne besonders hohe Maßgenauigkeit der Konstruktion verlangt wird.

b) Bei der Entwicklung von werkstattmäßig oder instrumentell hergestellten Instrumenten, bei denen man viel spart, wenn man enge Maßtoleranzen vermeidet. Es liegt in der Natur der Werkzeugmaschinen, daß sie gut dazu geeignet sind, einfache Formen herzustellen (z. B. ebene Flächen oder einfache Zylinder), wogegen die Anfertigung von Spezialformen weitgehend von der Geschicklichkeit und Sorgfalt des Ausführenden abhängt.

c) Bei Geräten für höchste Präzision, z. B. metrologischen Apparaten (zur Bestimmung von Normalmaßen), wo auch größte Kunstfertigkeit bei einem aus „Fertigteilen" gebauten Gerät kaum die genügende Funktionsgenauigkeit ergeben wird und wo die Auswirkungen geringster Abnutzungen bereits von Bedeutung sind.

Andererseits ist die „traditionelle" Art von Lagerung oder Gleitführung mit großen, geschmierten, passend bearbeiteten Flächen immer dann erforderlich, wenn große Kräfte zu übertragen sind. Es ist oft beim Entwurf derartiger Lagerungen vorteilhaft, sie als ausgedehnte halbkinematische Anordnungen anzusehen.

Wir wollen jetzt einige Sonderfälle betrachten, die beim Aufbau von Meßinstrumenten vorkommen.

3.7 Hysterese der Bewegung: Verwendung von Federn als Führung

Wenn wir ein Meßinstrument – sagen wir: ein verschiebbares Meßmikroskop – haben, bei dem „Spiel" („Schlupf" oder „toter Gang") zwischen den Bauteilen auftritt, dann hängt bei einer gegebenen Ablesung auf der Skala die wirkliche Stellung des Meßelementes von der Richtung ab, in der man

sich dieser Ablesung genähert hat, und wenn wir die Stellung als Funktion der Ablesewerte auftragen, erhalten wir eine Hysteresiskurve. Wenn wir einen vollen zyklischen Umlauf der Ablesungen zugrunde legen, wird diese Kurve geschlossen sein, solange nicht noch ein anderer, die Stellung verändernder Faktor vorliegt.

So tritt in allen vorstehend beschriebenen Gleit- und Drehbewegungsanordnungen eine gewisse Reibung auf, die ihre Angriffsrichtung mit der Bewegungsrichtung ändert. Die Kräfte im System sind also nicht reversibel,

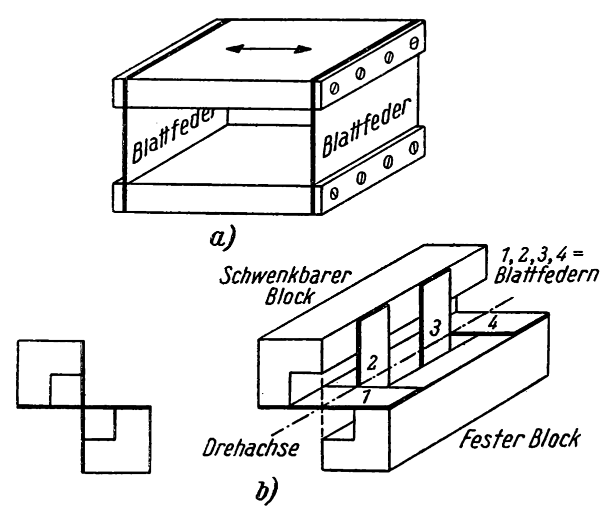


Abb. 3.10. Federführungen. a) Blattfederanordnung für parallelgeführte Bewegung. b) Gekreuzte Federn gestatten Drehung um eine Achse

und bei Präzisionsarbeiten kann die Verformung der Teile unter der Wirkung der Reibungskräfte merklich werden, so daß die Reibung zur Hysterese der Bewegung beiträgt. Wir haben bereits gesehen, daß ein kinematisch aufgebautes System frei von totem Gang sein muß, die Reibungshysterese wird jedoch auch in einem solchen System noch auftreten. Es ist daher in der Praxis üblich, beim Gebrauch von Instrumenten, wie z. B. Meßmikroskopen, die endgültige Einstellung immer in *einer* Richtung vorzunehmen, um für gleichbleibende, hysteresefreie Ablesungen zu sorgen.

Wenn wir zwei Teile eines Instrumentes durch geeignet angeordnete Federn verbinden, erhalten wir eine Führung, die eine Längs- (Abb. 3.10a) oder eine Drehbewegung (Abb. 3.10b) ohne Reibung gestattet (abgesehen von der sehr kleinen inneren Reibung der Federn). Wir können zwar jetzt den einen Teil gegen den anderen nur durch Anwenden und Aufrechterhalten einer bestimmten Kraft bewegen, aber bei vielen Instrumenten, besonders in der Präzisionsmeßkunde, ist das weniger störend als die Reibungshysterese (vgl. als ausgezeichnetes Beispiel im *Dictionary of Applied Physics* [Lexikon der

angewandten Physik] die Beschreibung einer Meßvorrichtung im Bd. III, beim Artikel „Lehren"). Federführungen besitzen beträchtliche Vorteile für die Praxis, vor allem bei tragbaren Geräten, da die Einzelteile fest miteinander verbunden sind und da die Führungen nicht so leicht durch Schwingungen oder durch kurzzeitige Überbelastungen beim Fallen oder Anstoßen beschädigt werden.

Federführungen können auch dazu benutzt werden, in eleganter Weise feine Justierungen in ihrer Lage zu fixieren, z. B. bei Interferometern. Abb. 3.11 zeigt eine derartige Justierung: Durch Anziehen der Schraube bei A

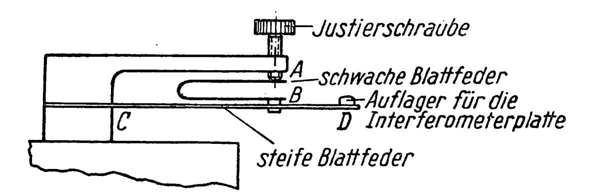


Abb. 3.11. Feinjustierung mit Federn, z. B. für eine Platte eines Interferometers

biegt sich die Feder AB und übt Biegekräfte auf das relativ steife Teil BC aus; die Bewegung des Punktes D ist dadurch sehr fein regelbar. Selbstverständlich ist dieses Verfahren auf kleine Verschiebungen begrenzt.

3.8 Fehler mit Sinus- und Cosinusverhalten an Meßinstrumenten

Bei Meßmikroskopen und einigen anderen Instrumenten treten Fehler dadurch auf, daß die Führungsflächen nicht genau gerade sind; die Größe

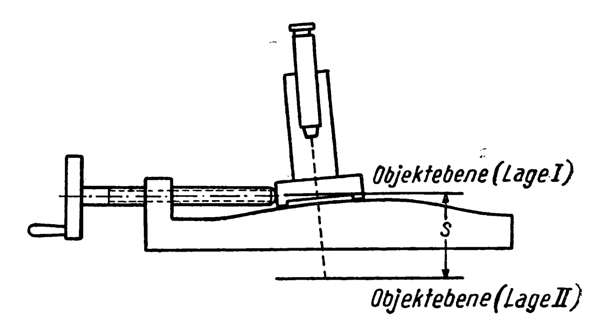


Abb. 3.12. Zur Verdeutlichung von Sinus- und Cosinusfehlern bei Meßinstrumenten

dieser Fehler hängt stark von der Bauart des Instrumentes ab. Betrachten wir das schematisch in der Abb. 3.12 dargestellte Gerät.

Da der Gleitweg nicht geradlinig ist, ändert sich der Winkel zwischen der Achse der Schraube und der optischen Achse des Mikroskops, wenn

das Instrument verschoben wird. Wenn die Schraubenachse in der Objektebene des Mikroskops liegt, hängt der bei einer Kippung θ auftretende Fehler von

$$1 - \cos\theta$$

ab und ist eine von zweiter Ordnung kleine Größe. Wenn dagegen die Objektebene von der Schraubenachse um die Strecke s entfernt ist (in der Beobachtungsrichtung gemessen), hängt der Fehler von

$$s \cdot \sin\theta$$

ab und ist in θ von erster Ordnung. Der Unterschied zwischen Fehlern mit Sinus- und mit Cosinusverhalten ist bei allen Geräten wichtig, die eine Länge mit Hilfe einer gleitenden Verschiebung messen; Fehler mit Sinusverhalten treten z. B. bei der gewöhnlichen Schublehre auf, aber nicht bei der üblichen Mikrometerschraube. Solche Instrumente sollen möglichst so aufgebaut werden, daß die Meßskala oder -schraube und die zu messende Länge in derselben Geraden liegen, dann können nur Fehler mit Cosinusverhalten auftreten.[1]) Bei Meßmikroskopen zur Auswertung photographischer Platten (einer wichtigen Instrumentengruppe) kann man dies meist am leichtesten dadurch erreichen, daß man mit Hilfe der Schraube den Plattenschlitten sich unter einem feststehenden Mikroskop bewegen läßt.

3.9 Einstellung von Längsverschiebungen

Das klassische Verfahren zur genauen Einstellung einer Längsverschiebung benutzt Mikrometerschraube und Mutter. Die genauesten Mikrometerschrauben werden einzeln hergestellt, indem man auf eine gut ausgeführte Schraube eine lange Mutter aufpaßt, wobei die Fehler gleichmäßig verteilt und dadurch ausgeschaltet werden. Die Einstellfehler einer in dieser Weise hergestellten Mikrometerschraube können bis auf wenige Ångströmeinheiten verringert werden. Handelsübliche Mikrometerschrauben müssen mit geringerem Arbeitsaufwand hergestellt werden, gut ausgeführte besitzen etwa 1 μ Genauigkeit. Um diese Genauigkeit tatsächlich auszunutzen, muß die Anbringung der Mutter und die Ausbildung der Widerlager für die Schraube sehr sorgfältig überlegt werden, und die Ausführung erfordert ausgezeichnete Wertarbeit.

Häufig wird das Widerlager so hergestellt, daß ein gehärteter Zapfen als genaue Kugelfläche ausgebildet und durch eine Feder gegen eine polierte Fläche aus gehärtetem Stahl oder aus Saphir gepreßt wird. Dabei ist es günstiger, wenn die konvexe Fläche ruht und die ebene Fläche sich an der Schraube befindet, wobei man mit optischen Verfahren prüft, daß diese Fläche senkrecht zur Drehachse steht.

Die Verbindung zwischen der Meßschraube oder -mutter und dem zu bewegenden Schlitten muß so ausgebildet sein, daß sie nur die Verschiebung

[1]) „ABBEsches Prinzip". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

des Schlittens in der Längsrichtung führt, ihn aber in den anderen Richtungen frei beweglich läßt. Abb. 3.13 zeigt einige Anordnungen, die zu diesem Zweck verwendet werden.

In der Abb. 3.13b ist eine schöne Lagerung dargestellt, die von Sir HORACE DARWIN für die Cambridge Instrument Company entworfen wurde. Die Teile

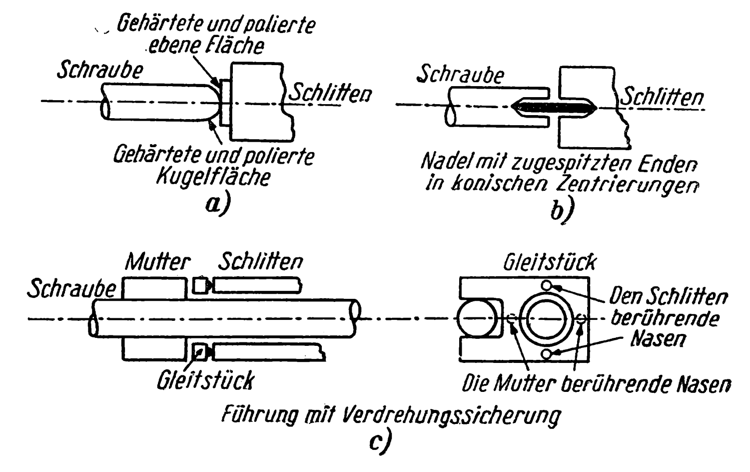


Abb. 3.13. Anordnungen zur Verbindung einer Schraube oder Mutter mit einem beweglichen Schlitten

sind durch eine Nadel mit stumpfen Spitzen verbunden, die zwischen zwei gehärteten Hohlkegeln in den durch Federkraft gegeneinandergedrückten, sich bewegenden Teilen gehaltert ist. Dieses Prinzip kann vielfältig angewendet werden und ist sehr zu empfehlen.

Kurze Mikrometerschrauben (einige Zentimeter lang), die in Muttern mit einer Teilung auf dem Ring gelagert sind, kann man zu mäßigen Preisen bei den Herstellern von technischen Mikrometern kaufen. Sie sind zum Erzielen genau einstellbarer Verschiebungen sehr wertvoll. Auf den besten von ihnen kann man bis zu 2 μ direkt ablesen. Der Ring kann in eine passende Bohrung eingeklemmt und die Längsbewegung der Schraube auf den Schlitten mit einer Anordnung nach Abb. 3.13a oder b übertragen werden.

Da genaue lange Schrauben teuer, schwer zu beschaffen und schwierig zu montieren sind, ist es oft wirtschaftlicher, größere Verschiebungen optisch zu messen, indem man mit einem Mikroskop geringer Vergrößerung (das mit einer Okularteilung oder einem Mikrometer ausgerüstet ist) eine genaue Skala mit feinen Strichen auf Glas oder Metall beobachtet.

Ein mechanisches Element, das sehr hohe Genauigkeit bei der Einstellung einer Längsverschiebung erreichen läßt, ist ein dünnes (0,05 mm), gespanntes Stahlband, das sorgfältig über Rollen und Scheiben von großem Radius

geführt ist (Abb. 3.14). Es kann z. B. dazu benutzt werden, zwei Längsbewegungen zu koordinieren, Translation in Rotation umzuformen oder einfache Rechenoperationen durchzuführen.

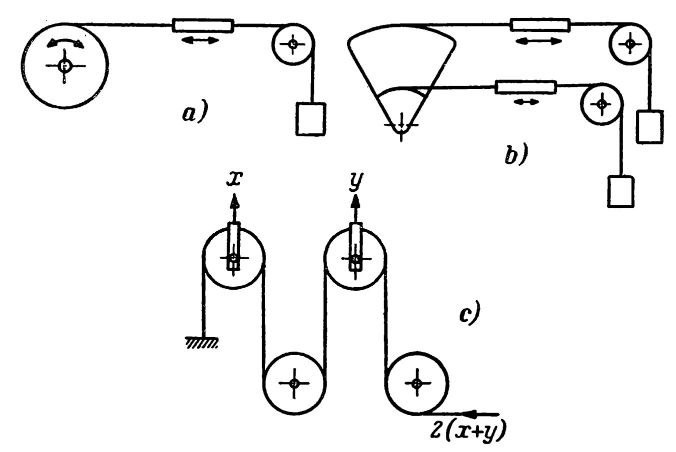


Abb. 3.14. Benutzung eines Stahlbandes zur Bewegungsübertragung. a) Umformung einer Translation in eine Rotation. b) Herstellung zweier proportionaler Längsbewegungen. c) Addition von zwei Längsbewegungen

3.10 Einfluß von Zentrierfehlern auf Verdrehungswinkelmessungen

Oft ist verlangt, den Verdrehungswinkel einer Welle mit Hilfe eines Teilkreises zu messen. Wenn man den Teilkreis mit einem einzigen Zeiger, Nonius oder Mikroskop abliest, wird die Ablesegenauigkeit meist durch die Genauigkeit begrenzt, mit welcher man das Zentrum der Drehung mit dem Mittelpunkt des Teilkreises – d. h. dem Zentrum, um das beim Gravieren der Teilung gedreht wurde – in Übereinstimmung bringen kann. Abb. 3.15 zeigt,

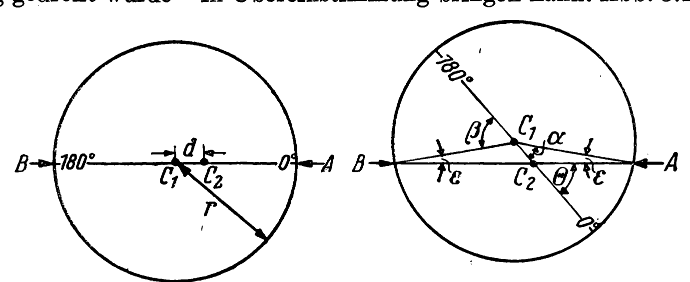


Abb. 3.15. Zur Verdeutlichung des Zentrierfehlers. C_1 ist der Mittelpunkt des Teilkreises, und die Drehung θ erfolgt um C_2. α und β sind die an den Zeigern A und B abgelesenen Drehwinkel. Es ist dann $\alpha = \theta - \varepsilon$ und $\beta = \theta + \varepsilon$, wobei näherungsweise $\varepsilon = \frac{d \cdot \sin\theta}{r}$ gilt

daß der Fehler beim Ablesen eines Verdrehungswinkels am größten wird, wenn der Verdrehungswinkel 180° erreicht (Drehung von 90° bis 270° in der Abb. 3.15), und daß der Fehler dann gleich $2d/r$ ist, wobei d den Zentrierfehler bedeutet und r den Radius des Teilkreises. Für einen Teilkreis mit 12 cm Durchmesser und die recht mäßige Genauigkeit von 1 Bogenminute beträgt der zulässige Zentrierfehler weniger als 0,01 mm; einen so geringen Fehler zu erreichen, erfordert schon recht schwierige Werkstattoperationen.

Dieser Fehler wird ausgeschaltet, wenn man den Verdrehungswinkel als das Mittel der Werte bestimmt, die man von zwei Nonien oder Mikroskopen erhält, die einander auf dem Teilkreis diametral gegenüberstehen. Solche einander gegenüberliegende Zeiger müssen bei jeder Präzisionswinkelmessung vorgesehen und abgelesen werden. Die Mittelbildung aus den gegenüberliegenden Ablesungen hat noch den weiteren Vorteil, daß sich der Einfluß von zufälligen Teilungsfehlern des Teilkreises verringert und daß gewisse periodische Fehler der Teilung herausfallen. Aus diesem Grunde werden bei manchen Instrumenten, z. B. astronomischen Durchgangsfernrohren, weitere Paare von Ablesemikroskopen rund um den Teilkreis verteilt angebracht.

3.11 Die Abmessungen physikalischer Apparate (Allgemeine Betrachtungen)

Wenn eine Apparatur für einen physikalischen Versuch geplant wird, muß man als einen der ersten Faktoren allgemein den Maßstab betrachten, in dem das Gerät konstruiert werden soll.

Manchmal werden die Abmessungen eines Instrumentes direkt durch seine Aufgabe und durch die Maßstäbe des Naturvorganges, mit dem man es zu tun hat, bestimmt. So wird der Durchmesser eines Fernrohrobjektivs aus der Wellenlänge des Lichtes und der geforderten Winkelauflösung oder der Lichtstärke ermittelt, die erforderlich ist, um Sterne einer bestimmten Größe noch sehen zu können. Die Abmessungen einer Nebelkammer zur Untersuchung von α-Teilchen richten sich nach der Reichweite der Partikel; der Durchmesser eines Zyklotrons ist durch den Impuls der schnellsten zu erzeugenden Teilchen und die Stärke des Magnetfeldes festgelegt. Letztere ist durch die Eigenschaften der magnetischen Wirkstoffe ziemlich eng begrenzt, so daß Zyklotrone für hohe Energien Maschinen von gigantischen Abmessungen werden müssen.

In anderen Fällen ist der Maßstab eines Instrumentes nicht schon im ersten Entwurf so eng vorgeschrieben und muß durch ein Abwägen der Vor- und Nachteile entschieden werden. In der Praxis kann er durch gewisse genormte oder durch bereits vorhandene Ausrüstungsteile, die eingebaut werden sollen, bestimmt werden, oder nach dem allgemein Üblichen oder aus konstruktiven Überlegungen. Die Größe der üblichen Mikroskope ist z. B. offensichtlich sehr weitgehend durch die Abmessungen des menschlichen Körpers festgelegt, da ja die Einstellungen und das Objekt auf dem Objekttisch mit der Hand bedient werden müssen, während der sitzende Beobachter von oben in das Instrument blickt. Die Brauchbarkeit von Apparaten für geophysi-

kalische Vermessungen wird durch ihre Eignung zum Transport bestimmt, denn die Wirtschaftlichkeit ihres Einsatzes kann erheblich von der Personenzahl abhängen, die erforderlich ist, um sie zu tragen.

Die Größe eines Instrumentes kann auch von der Schwierigkeit seiner Herstellung beeinflußt werden, dies wird besonders augenfällig, wenn die in funktionaler Hinsicht optimale Größe sehr klein wäre. Sehr kleine Ausführung erfordert nun gewöhnlich eine erhöhte Genauigkeit der Abmessungen, und die Genauigkeit der Bearbeitung von Metallteilen ist durch die in der Werkstatt zur Verfügung stehende Ausrüstung und Geschicklichkeit ziemlich scharf begrenzt.[1] Außerdem kann es schwierig sein, sehr kleine Teile zur Bearbeitung zu haltern und dann Schneidkräfte anzuwenden, ohne die Teilchen zu verformen, so daß viele Teile während der Herstellung vielleicht stärker beansprucht werden als während ihrer Funktionszeit. Oft werden von den Experimentatoren selbst oder von auf solche Aufgaben spezialisierten Technikern neuartige und ungebräuchliche Herstellungsverfahren entwickelt, um die bei der Anfertigung sehr kleiner Teile nach normalen Werkstattmethoden auftretenden Schwierigkeiten zu vermeiden. Die Einführung der Quarzfäden (Boys 1895) war ein Markstein in dieser Entwicklung, und ein weiteres Beispiel bildet die Konstruktion kleiner Thermosäulen (vgl. Strong 1938).

Insgesamt ist die Tendenz zu beobachten, daß die handelsüblichen Instrumente mit wachsender Präzision der Werkstattverfahren und mit verbesserter konstruktiver Durcharbeitung kleiner werden. So haben heute z. B. genau konstruierte Theodoliten mit etwa 15-cm-Teilkreisdurchmesser die 1-m-Instrumente ersetzt, die zu Anfang des 19. Jahrhunderts im Gebrauch waren; die typische Präzisionswaage des modernen Chemielaboratoriums ist ein Gerät mit kurzen Waagebalken und optischer Vergrößerung des Ausschlages. Die gleiche Tendenz begegnet uns bei Elektrometern und Galvanometern. Gleichzeitig wurden die Proportionen der Instrumente geändert, um einen viel steiferen Aufbau zu erzielen, der die Geräte leichter handhabbar und ablesbar macht, da sie bei Berührung weniger abgelenkt werden. Die Verringerung der Gesamtabmessungen erlaubte es, den für die Einzelteile zur Verfügung stehenden Platz relativ größer zu machen, ohne das ganze Instrument sinnlos schwer zu machen.

3.12 Ein Beispiel zur Frage der Abmessungen: Rotierende Räder

Oft kann man die Richtung, in der man die Abmessungen eines Instrumentes weiterentwickeln muß, durch eine einfache Rechnung finden. So gibt es z. B. eine Anzahl physikalischer Versuche, bei denen schnell rotierende Körper gebraucht werden. Wenn wir geometrisch ähnliche Körper betrachten, dann bestimmen die Festigkeit und die Dichte des Materials eine Grenze für die *lineare Umfangsgeschwindigkeit*, oberhalb derer der Körper durch die Zentri-

[1] $50\,\mu$ ist eine normale Werkstattoleranz für gute Bearbeitung, $5\,\mu$ ist eine Präzisionstoleranz, die Spezialverfahren in der Werkstatt verlangt.

fugalkräfte zerreißt. (Der Beweis hierfür und eine Betrachtung über die optimale Formgebung für eine rotierende Scheibe ist bei STODOLA zu finden.)

Für ähnliche Körper gilt

$$r^2 \cdot \omega^2 \sim \frac{\sigma}{\varrho},$$

wobei r der Radius und ω die Winkelgeschwindigkeit im Grenzfall sind, σ ist die Zugfestigkeit und ϱ die Dichte.

Wenn der Versuchszweck *größte Lineargeschwindigkeit* für einen Radkranz aus gegebenem Material erfordert (z. B. eine Messung des Dopplereffektes einer an dem Rad reflektierten Strahlung oder einige Typen von Geschwindigkeitsdiskriminatoren für Moleküle), dann ist durch Festigkeitsbetrachtungen keine bestimmte Größe festzulegen.

Wenn die Forderung nach der *höchsten Beschleunigung* gestellt ist, wie etwa in einer Zentrifuge, dann soll – da die Beschleunigung

$$r \cdot \omega^2 \sim \frac{1}{r} \cdot \frac{\sigma}{\varrho}$$

ist – der Rotor so klein wie möglich gemacht werden. Dies gilt auch, wenn die *Winkelgeschwindigkeit* groß gemacht werden soll, wie z. B. bei einem Apparat zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit nach dem FOUCAULTschen Prinzip. In allen diesen Fällen soll das Material für den Rotor so gewählt werden, daß sich der größtmögliche Wert für das Verhältnis σ/ϱ ergibt; praktisch besteht die Wahl zwischen einem hochfesten Stahl und einer leichten, festen Magnesium- oder Aluminiumlegierung.

Bei einer anderen Art von Aufgaben ist die *größte Kreiselwirkung* (Impulsmoment $I\,\omega$) des Rades gefordert. Bei geometrisch ähnlichen Körpern ist das Trägheitsmoment I proportional zu $\varrho \cdot r^5$, und wir finden

$$I \cdot \omega \sim \varrho \cdot r^5 \cdot \omega \sim \varrho \cdot r^4 \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}} = r^4 \cdot \sqrt{\sigma \cdot \varrho},$$

so daß es hier vorteilhaft ist, einen großen Rotor aus einem Material zu verwenden, das einen maximalen Wert des Produktes $\sigma \cdot \varrho$ besitzt. Gelegentlich hat man feste Wolframlegierungen für die Rotoren kleiner Kreisel benutzt.

3.13 Andere Beispiele für die Abmessungen von Instrumenten

Eine berühmt gewordene Analyse der Optimalgröße eines Apparates hat C. V. BOYS (1895) für den Versuch der Gravitationskonstantenbestimmung nach CAVENDISH durchgeführt. Wenn man die Schwingungsdauer konstant hält, läßt eine verhältnisgleiche Änderung aller Dimensionen des Torsionssystems und der anziehenden Massen die Empfindlichkeit unverändert. Das Trägheitsmoment des Torsionssystems steigt mit x^5, wenn x das Verhältnis der Linearabmessungen ist. Die Forderung hinsichtlich der Schwingungszeit verlangt dann, daß die Torsionssteifigkeit der Aufhängung im Verhältnis x^5 größer wird, während die Gravitationsanziehung zwischen den Kugeln wie x^4 wächst und das auslenkende Kräftepaar wie x^5, so daß die Winkel-

auslenkung gleichbleibt. Eine Verkleinerung der Abmessungen machte es jedoch möglich, die Störungen durch ungleichmäßige Temperatur erheblich zu verringern, und erlaubte es, die Größe der anziehenden Massen relativ zur übrigen Apparatur zu erhöhen. Die Konstruktion eines kleinen Torsionssystems mit ziemlich langer Schwingungsdauer wurde von Boys praktisch durch die Einführung der Quarzfadenaufhängung ermöglicht, und die Empfindlichkeit der Apparatur wurde gegenüber dem großen Gerät von Cavendish beträchtlich gesteigert. – Eine ähnliche Analyse für ein Drehspulgalvanometer (siehe § 6.6) zeigt, daß bei einer gegebenen Schwingungszeit die Empfindlichkeit dann am höchsten ist, wenn das bewegte System möglichst klein gemacht wird.

Auch auf andere Weise kann man sich die Eigenschaften kleiner Torsionssysteme zu Nutzen machen: Die Luftdämpfung eines kleinen Systems ist viel größer als die eines größeren Systems gleicher Form und gleicher Schwingungsdauer. Bei tragbaren Instrumenten kann man manchmal die Widerstandsfähigkeit des Torsionssystems gegen bei der Handhabung oder beim Fallenlassen auftretende Trägheitskräfte erhöhen. Verkleinert man alle Dimensionen eines Galvanometers, wobei man die Schwingungsdauer konstant hält, so läßt sich zeigen, daß dann die Widerstandsfähigkeit – beurteilt nach der Belastung je Flächeneinheit der Aufhängung – etwas verringert wird, andererseits wächst aber, wie bereits erwähnt, die Empfindlichkeit bei dieser Änderung beträchtlich, und der Konstrukteur hat zu entscheiden, ob er etwas von diesem Empfindlichkeitsgewinn aufgeben und – anstatt die Schwingungsdauer herabzusetzen – die Beanspruchung in der Aufhängung verringern und gleichzeitig das Instrument robuster machen will.

3.14 Thermische Überlegungen zur Größe physikalischer Apparate

a) Bei kalorimetrischen Versuchen, bei denen Wärmemengen gemessen werden, hängt die aufgenommene Wärmemenge von x^3 ab, die Geschwindigkeit des Wärmeverlustes durch die Oberflächen ist proportional zu x^2, wenn x ein Maß für die Linearabmessungen darstellt. Es ist deshalb vorteilhaft, kalorimetrische Versuche in einem großen Maßstab durchzuführen, vorausgesetzt, daß das Experiment so eingerichtet werden kann, daß die Zeit bis zum Erreichen des thermischen Gleichgewichtes durch die Vergrößerung der Abmessungen nicht zu sehr verlängert wird.

b) Die Zeit, die erforderlich ist, damit Temperaturdifferenzen in einer Materialmenge von gegebener Form durch Wärmeleitung verschwinden, hängt vom Quadrat der Linearabmessungen ab und ist umgekehrt proportional zur Temperaturleitfähigkeit

$$h = \frac{k}{c_p \cdot \varrho},$$

wo k die Wärmeleitfähigkeit, c_p die spezifische Wärme und ϱ die Dichte des Materials bedeuten. Der am einfachsten zu betrachtende Fall ist

der einer unendlichen Platte der Dicke a, für die die Temperaturverteilung der Differentialgleichung

$$h \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

gehorcht. Wenn die Außenflächen sich anfangs auf Umgebungstemperatur befinden und die Übertemperatur an einem Punkt im Innern der Platte eine sinusförmige Funktion seines Abstandes von einer Außenfläche ist, dann besitzt die Gleichung die einfache Lösung

$$\theta = \theta_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \sin \pi \frac{z}{a}$$

mit

$$\tau = \frac{a^2}{\pi^2 \cdot h^2}.$$

Dies zeigt, daß die Übertemperatur exponentiell mit einer durch τ gegebenen Zeitkonstanten abnimmt, ohne die Form ihres Verlaufes zu ändern.[1]) τ gibt auch die Größenordnung der Relaxationszeit für jeden Körper an, dessen Abmessungen der Dicke der Platte ähnlich sind. So wird z. B. die Relaxationszeit für eine 2-cm-Platte aus Aluminium bei

$$k = 0{,}5 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{s} \cdot {}^\circ\text{C}};$$

$$c_p = 0{,}21 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot {}^\circ\text{C}};$$

$$\varrho = 2{,}7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3};$$

$$h = 0{,}88 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

annähernd gleich $\frac{1}{2} s$ und diejenige einer 2-cm-Kugel oder eines gleich großen Würfels – aus der dreidimensionalen Gleichung berechnet – etwa gleich $\frac{1}{8} s$.

c) Temperaturdifferenzen können auf verschiedene Weise physikalische Messungen stören. Thermische Verformung von optischen Oberflächen, thermoelektrische Spannungen und die Wirkung von Konvektionsströmungen (Boys 1895) können von Bedeutung sein. Aus b) geht hervor, daß solche Temperaturunterschiede in einer kleinen Apparatur schneller verschwinden als in einer großen. Um das Verschwinden dieser Temperaturdifferenzen zu ermöglichen, und zum Schutz gegen von außen hineingebrachte Temperaturunterschiede kann man das empfindliche Element möglichst dicht mit einem Medium hoher Temperatur-

---

[1]) Wenn die Anfangsverteilung komplizierter ist, kann man sie durch eine Fourierreihe ausdrücken, wobei dann die Glieder höherer Ordnung schneller abklingen als das einfache Sinusglied. Letzteres stellt deshalb die Temperaturverteilung in den späteren Stadien der Abkühlung dar, und τ ist die wichtigste der Zeitkonstanten.

leitfähigkeit umgeben und dieses seinerseits mit einigen Schichten, die abwechselnd geringe Wärmeleitfähigkeit und hohe Temperaturleitfähigkeit besitzen. In ganz extremen Fällen wählt man als Außenschicht ein Flüssigkeitsbad mit Rührer, in dem die mechanische Bewegung anstelle der Leitung für den Wärmetransport sorgt. Selbstverständlich ist es leichter, derartige Vorkehrungen bei einem kleinen System zu treffen als bei einem großen.

3.15 Statisches Gleichgewicht an Instrumenten

Bei den bewegten Teilen der Instrumente muß man oft dafür sorgen, daß die Massen um eine Drehachse im Gleichgewicht sind, d. h., daß der Schwerpunkt der bewegten Teile auf der durch die Lager bestimmten Drehachse liegt. Diese Bedingung stellt sicher, daß von der Erdanziehung herrührende Kräftepaare bei jeder beliebigen Lage des Gerätes im Gleichgewicht bleiben und daß von der Trägheit herrührende Kräftepaare ausgeglichen bleiben, wenn das Instrument Beschleunigungen unterworfen ist. Dies ist offensichtlich z. B. bei einem Amperemeter von Bedeutung, das mit horizontaler oder vertikaler Lage der Skala benutzt werden soll, oder bei einem Flugzeugbordinstrument, das in ungewöhnlichen Beschleunigungsfeldern verwendet wird. Man nennt diese Bedingung „statisches Gleichgewicht". Wenn die z-Achse Drehachse ist, gilt mathematisch die Forderung

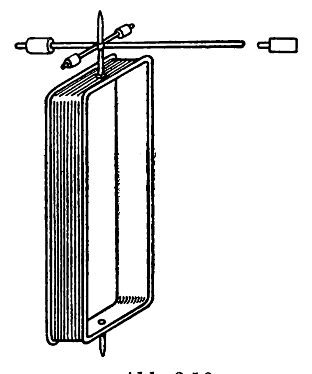


Abb. 3.16
Ausgleichsgewichte an einem Drehspulinstrument

$$\sum mx = \sum my = 0,$$

wobei x und y die Koordinaten des Massenelementes m sind.

Im allgemeinen muß man zwei Justierungen vorsehen, um diese Bedingung erfüllen zu können; Abb. 3.16 zeigt, wie zwei justierbare Massen benutzt werden, um das bewegte System eines in Zapfen gelagerten Drehspulinstrumentes auszubalancieren. Bei einfacheren Instrumenten sieht man üblicherweise ein Gewicht zum Ausgleichen des Zeigers vor und biegt das Zeigerende, so daß die doppelte Bedingung erfüllt werden kann.

3.16 Dynamisches Gleichgewicht

Manchmal ist eine andere Form der Gleichgewichtsbedingung von Bedeutung. Wir betrachten eine Achse, die sich in Lagern dreht und die statisch ausgeglichene Massen trägt, wie in der Abb. 3.17 dargestellt. Bei der Rota-

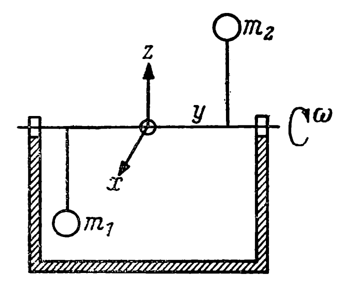


Abb. 3.17. Zur Verdeutlichung eines gestörten dynamischen Gleichgewichtes

tion sind „Zentripetalkräfte“[1]) nötig, um die Massen auf ihren Kreisbahnen zu halten. In der dargestellten momentanen Lage haben diese Kräfte die Größe

$$m_1 z_1 \omega^2 \quad \text{und} \quad m_2 z_2 \omega^2,$$

und sie bilden ein Kräftepaar um die x-Achse:

$$(m_1 y_1 z_1 + m_2 y_2 z_2) \cdot \omega^2.$$

Diesem Kräftepaar muß durch die Reaktionskräfte der Lager auf die Achse das Gleichgewicht gehalten werden, wobei die Ebene, in der das resultierende Kräftepaar liegt, sich mit der Achse dreht. Im Ergebnis wirken Kräfte mit wechselndem Vorzeichen auf das Gestell, das die Lager trägt. Es ist klar, daß diese Ableitung auf eine beliebige Anzahl Massen erweitert werden kann. Falls das rotierende System z. B. der Rotor einer elektrischen Maschine ist, werden in der Umgebung störende Schwingungen verursacht. Wenn nun die Massen so verteilt sind, daß derartige Kräftepaare nicht auftreten, nennt man das System „dynamisch ausbalanciert“ oder „ausgewuchtet“. Dynamisches Gleichgewicht um die y-Achse verlangt die Erfüllung der beiden Bedingungen

$$\sum m y z = 0 \quad \text{und} \quad \sum m x y = 0.$$

Das ist gleichbedeutend mit der Forderung, daß die Drehachse mit einer Hauptträgheitsachse zusammenfallen muß.

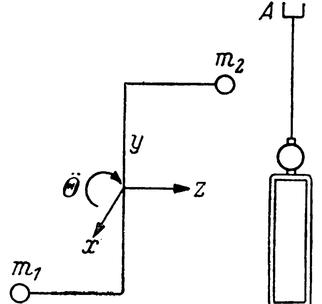


Abb. 3.18. Auswirkung eines gestörten dynamischen Gleichgewichtes auf die Schwingungen eines aufgehängten Systems

In der Ingenieurpraxis bemüht man sich, dynamisches Gleichgewicht dadurch zu erreichen, daß man die rotierenden Teile so symmetrisch wie möglich macht. Bei schnell rotierenden Elementen, wie etwa Kreiselrädern, wird das endgültige dynamische Gleichgewicht durch Justierung eingestellt: Der Rotor läuft in einem nachgiebig aufgebauten Lagergestell, und man bohrt an passenden Stellen Löcher in die Scheibe, bis ein erschütterungsfreier Lauf erreicht ist.

Bei einem empfindlich aufgehängten Meßsystem ist dynamisches Gleichgewicht aus einem anderen Grunde erforderlich: Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, tritt eine Kopplung zwischen der Rotation des Systems um die Aufhängeachse und der Drehbewegung um eine horizontale Achse auf. Wir betrachten das dynamisch nicht ausgewuchtete System nach Abb. 3.18, das einer Winkelbeschleunigung $\ddot{\theta}$ um die x-Achse unterworfen werde. Die Trägheitskräfte $m_1 y_1 \ddot{\theta}$ und $m_2 y_2 \ddot{\theta}$ erzeugen ein Kräftepaar

$$m_1 y_1 x_1 \ddot{\theta} + m_2 y_2 x_2 \ddot{\theta}$$

um die y-Achse, das nur bei

$$\sum m x y = 0$$

[1]) Im Original steht fälschlich „Zentrifugalkräfte“. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

verschwindet. Wie wir gesehen haben, ist dies eine der Bedingungen für dynamisches Gleichgewicht.

Wenn wir etwa die Galvanometeraufhängung nach Abb. 3.18 betrachten und wenn dabei der Punkt A horizontalen Schwingungen ausgesetzt ist, so daß dem aufgehängten System Pendelschwingungen aufgezwungen werden, dann leuchtet jetzt ein, daß diese bei fehlendem dynamischen Gleichgewicht Störungen in den gemessenen Ablenkungen um die vertikale Aufhängeachse verursachen werden.

3.17 Mechanische Störungen; erschütterungsfreie Aufstellungen

Viele Instrumente werden durch mechanische Schwingungen schwer gestört und müssen – auch unter den üblichen Laboratoriumsbedingungen – vor diesen geschützt werden. Diese Notwendigkeit wird noch dringender, wenn ein Instrument unter bestimmten Industriebedingungen verwendet wird, und wird sehr kritisch im Flugzeug. Die erste Verteidigungslinie gegen Vibrationsstörungen liegt beim Aufbau des Instrumentes selbst. So können z. B. die Mikrophonie-Schwingungen von Elektronenröhren durch Verbesserung der Halterung der Elektroden verringert werden, und verschiedene Hersteller liefern Röhren, bei denen gut gehalterte Elektroden ein besonderes Konstruktionsmerkmal sind. Die Auswirkung von Schwingungen auf aufgehängte Meßsysteme – etwa in Galvanometern – hängt weitgehend vom Grad des dynamischen Gleichgewichtes an dem bewegten System ab (vgl. § 3.16).

Ein Instrument kann – mehr oder minder wirkungsvoll – von Schwingungen isoliert werden, indem man es auf einer erschütterungsfreien Lagerung aufstellt. Eine solche besteht im Prinzip aus einer Masse, die mit ihren Befestigungen durch ein System von elastischen Federn verbunden ist. Wenn wir nur eine Koordinate betrachten, zeigt sich, daß der Schwächungsfaktor (Amplitude der resultierenden Schwingung zur Amplitude der auferlegten Störung) für eine harmonische Schwingung der Frequenz p gleich

$$\beta = \left| \frac{1}{1 - \frac{p^2}{n^2}} \right|$$

wird, wobei n die Eigenschwingungsfrequenz des Systems ist. Hieraus geht hervor, daß man eine große Schwächung erhält, wenn die Periode der Eigenschwingung viel länger (die Frequenz also niedriger) ist als die der Störung, und daß Störungen mit sehr tiefen Frequenzen ($p/n < 1$) nicht geschwächt werden. Für mäßig tiefe Frequenzen ist der erschütterungsfreie Aufbau sogar schädlich, und bei $p = n$ wird – ohne Dämpfung – die Schwingungsamplitude unendlich.

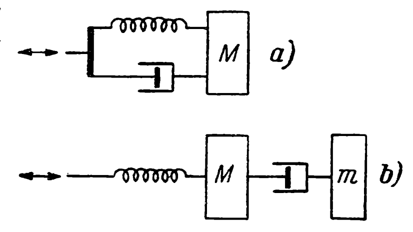
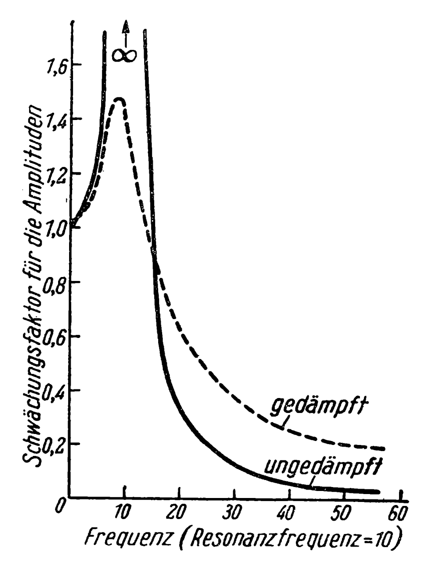


Abb. 3.19. Vereinfachte mechanische Ersatzbilder für erschütterungsfreie Lagerungen. a) Mit Dämpfung zwischen der aufgehängten Masse und der „Erde", b) mit „innerer" Dämpfung

Wenn man parallel zu der Federaufhängung eine Dämpfung vorsieht (Abb. 3.19a), wird die Schwingungsamplitude in der Umgebung der Reso-



nanzstelle verringert, aber die Abb. 3.20 zeigt, daß dabei die Schwächung von Störungen in dem Frequenzbereich, in dem der erschütterungsfreie Aufbau vorteilhaft ist, geringer ist als im ungedämpften Fall. Die letzte Ursache für dieses Ergebnis ist, daß der Dämpfer einen Weg bildet, auf dem Vibrationen zu der aufgehängten Masse gelangen können. Ein besseres Resultat erhält man, wenn man eine Dämpfung im *Innern* der schwingenden Masse verwendet. Ein solches Dämpfungssystem ist in der Abb. 3.19 b schematisch dargestellt; eine Ausführungsart, die eine schwingende Ölmasse benutzt, wird später besprochen.

Abb. 3.20. Schwingungsabschwächung bei einem System, das von einer an einer Feder aufgehängten Masse gebildet wird, mit und ohne eine Dämpfung parallel zur Feder

3.18 *Ausführungsformen der erschütterungsfreien Aufstellung*

Bei der Konstruktion von erschütterungsfreien Aufstellungen müssen wir folgende Grundsätze beachten:

a) Die Verbindung zwischen der gelagerten Masse und der Umgebung muß eine – relativ zu derjenigen der zu erwartenden Störungen – möglichst lange Schwingungsperiode besitzen.

b) Translationsschwingungen, die auf die aufgehängte Masse übertragen

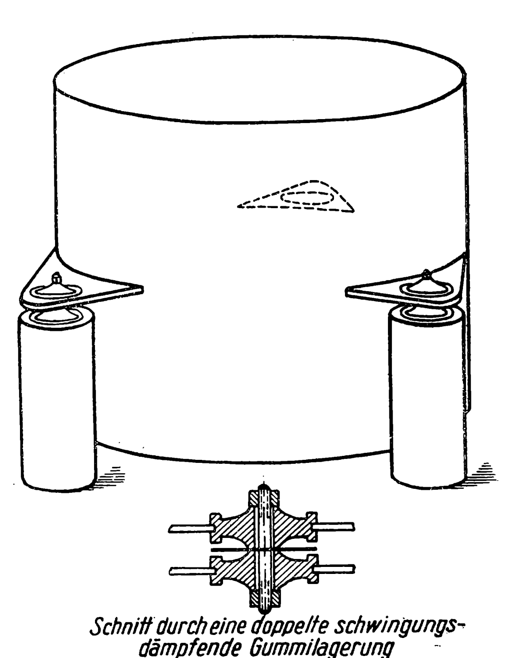


Abb. 3.21. Anwendung von schwingungsfreien Gummilagerungen. Der Schwerpunkt der aufgehängten Masse soll in der Ebene der Lagerungen liegen

werden, dürfen dabei nicht in Rotationsschwingungen umgeformt werden, denn letztere sind meist schädlicher als die erstgenannten. Aus diesem Grunde soll der Schwerpunkt der aufgehängten Masse in der Ebene liegen, die die Angriffspunkte der Aufhängungen enthält, und soll relativ zu diesen Angriffspunkten symmetrisch liegen.

Abb. 3.21 zeigt, wie diese Gedanken bei einer Lagerung angewendet werden, die für einen in einem Flugzeug oder in einem Motorfahrzeug einzusetzenden Apparat bestimmt ist, wobei käufliche Gummilagerungen als elastische Elemente verwendet wurden. Bei dieser Anordnung werden Schwingungen in allen Richtungen mehr oder weniger gleichmäßig behandelt;

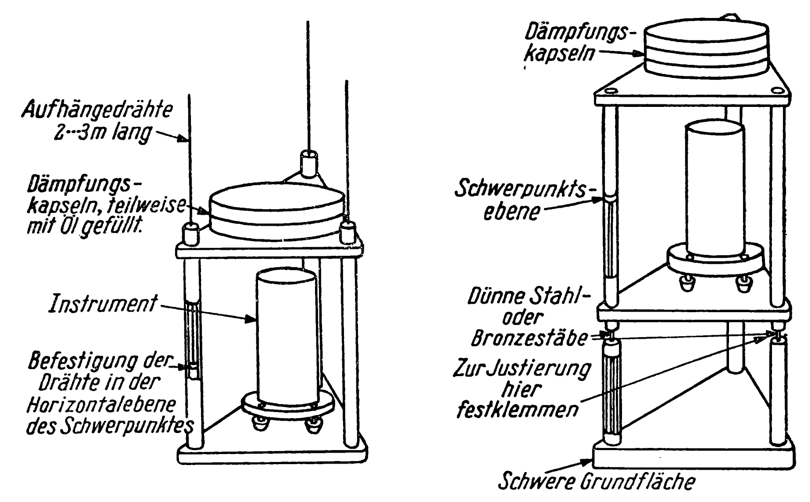


Abb. 3.22. Aufhängung von JULIUS mit innerer Öldämpfung

Abb. 3.23. Schwingungsfreie Aufstellung nach MÜLLER (umgedrehtes elastisches Pendel)

nun sind aber Instrumente mit Torsionsaufhängungen, die ja in der Laboratoriumspraxis besonders wichtig sind, nahezu unempfindlich gegen vertikale Vibrationen, so daß es vorteilhaft ist, eine Lagerung zu entwickeln, die eine lange Schwingungsdauer für horizontale Bewegung besitzt, auch wenn sie dabei in der Vertikalrichtung ziemlich steif wird. Eine derartige Lagerung ist die in der Abb. 3.22 dargestellte Aufhängung von JULIUS. Die Drähte sind so lang, daß sich eine Pendeldauer von 2 bis 3 s ergibt, und die Befestigungspunkte der Drähte am Instrumentenkäfig liegen in einer Ebene mit dem Schwerpunkt des belasteten Käfigs. JULIUS benutzte als Dämpfung Wattebüschel zwischen dem „Boden“ und den Befestigungspunkten der Drähte am Käfig; es stellte sich aber heraus, daß das später zu beschreibende Flüssigkeits-Dämpfungssystem wirksamer ist.

Der Hauptnachteil dieser Aufhängung ist ihre Größe, die es schwierig macht, sie in einem normalen Raum anzubringen und sie vor Luftzug zu schützen (der Schutz vor Luftzug ist ein wichtiger Faktor). Eine andere Lösung als die JULIUS-Aufhängung bietet das umgedrehte elastische Pendel, wie es von MÜLLER vorgeschlagen und behandelt wurde, der auch eine Art von innerer Dämpfung durch die Reibung einer Flüssigkeit (Leichtöl) in flachen zylindrischen Kammern (Abb. 3.23) einführte.

3.A Anhang

In diesem Anhang sind Hinweise auf gewisse elementare Fragen zusammengestellt, die beim Aufbau von physikalischen Apparaten auftreten, und einige Warnungen vor Aufbaufehlern, die erfahrungsgemäß von Physikern ohne ingenieurmäßige Ausbildung vielfach begangen werden.

3.A 1 Einige konstruktive Hinweise

Schrauben oder Bolzen[1]), die zwei Teile miteinander verbinden, soll man nicht als ein Mittel zur genauen Lagefixierung des einen Teiles relativ zum anderen ansehen, und die Löcher, durch die sie gesteckt werden, sollen keine enge Passung erhalten. Die Lagefixierung kann durch rein kinematische Elemente (vgl. § 3.3) bewirkt werden, wobei die Schrauben die Andruckkräfte liefern; dieses Verfahren ist dann zu bevorzugen, wenn die Teile häufig wieder zusammengesetzt werden sollen, wobei die Lage genau eingehalten werden muß. Bei normalen Instrumenten verwendet man üblicherweise Kegelstifte (Abb. 3.24). Wenn die Einzelteile in die richtige Lage gebracht und verschraubt worden sind, werden die Löcher für die Kegelstifte gebohrt und kegelig aufgerieben.

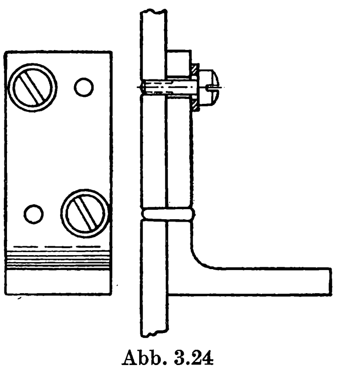


Abb. 3.24
Gebrauch von Kegelstiften

In gewissen Fällen ist es wichtig, daß ein Teil genau zentrisch zu einem anderen liegt, wobei aber geringe relative Verdrehungen ohne Einfluß sind. Es hat sich praktisch gut bewährt, dann an das eine Teil einen zylindrischen Zapfen anzudrehen, der in eine genaue Bohrung im anderen Teil gesteckt wird. Dabei reichen meist gewöhnliche Schrauben für die Fixierung der Winkellage aus (Abb. 3.25).

[1]) Gelegentlich werden „Paßbolzen“ mit gewindelosen, zylindrischen Flächen zur Lagefixierung verwendet. Für den Instrumentenbau sind sie aber weniger geeignet als die Kegelstifte.

Eine rotierende Welle ist normalerweise mit zwei Lagern ausgerüstet, die genau in Linie liegen müssen, wenn sie eine größere Traglänge besitzen. Die Verwendung von selbsteinstellenden Kugellagern vermeidet diese Schwierigkeit; die Abb. 3.8 b zeigt eine einfache Form eines selbsteinstellenden Buchsenlagers, die sich als nützlich erwiesen hat. Im Instrumentenbau ist es weder erforderlich noch erwünscht, eine Welle in drei oder mehr Lagern zu unterstützen. Wenn zwei Wellen, auch wenn sie nominell in einer Linie liegen, miteinander verbunden werden sollen, muß dies durch eine biegsame Kupplung erfolgen (siehe Abb. 3.26).

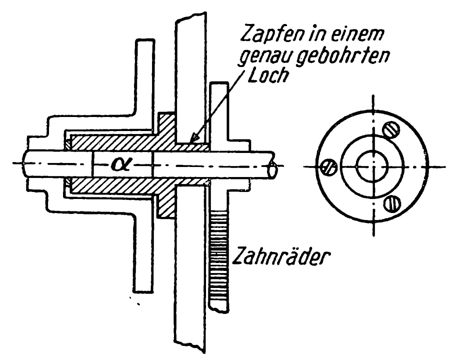


Abb. 3.25. Anwendung der Zapfenzentrierung: Ein auf einer Platte befestigtes verlängertes Lager. Die Zentrierung ist wichtig, da von ihr der Eingriff eines Zahnradpaares abhängt. (Die Skizze zeigt einen Teil eines Steuerungsmechanismus für eine Nebelkammer. Man beachte auch, daß die Welle bei α abgedreht ist und nur an den Enden trägt)

Es ist sehr unschön, einen Mechanismus zu konstruieren, dessen Funktion davon abhängt, daß eine Nocke oder ein Hebel ein Einzelteil in eine durch einen Anschlag festgelegte Lage zwingt; so soll z. B. ein Ventil nicht durch eine Nocke gegen seinen Sitz gedrückt und zum Schließen gebracht werden. Durch sehr genaue Bearbeitung kann die Bedingung gerade erfüllt werden, sie hängt dann aber stark vom Verschleiß ab. Etwas günstiger wird es, wenn man eine Justierung vorsieht, mit der die Bedingung erforderlichenfalls wieder eingestellt werden kann; die bessere Lösung ist es aber, ein federndes Element an der richtigen Stelle anzubringen. Der Grundgedanke ist dabei, sinnvolle Toleranzen zu bekommen, ohne sinnlos große elastische Spannungen hervorzurufen. In vielen Fällen (z. B. bei Ventilen) muß nur eine Lage durch einen Anschlag festgelegt werden, der bewegte Teil soll durch Federkraft gegen diesen Anschlag gedrückt und durch die Nocke abgehoben werden. Selbstverständlich können zwei Federanordnungen kombiniert werden, wenn beide Enden des Ausschlages festgelegt werden sollen.

Zahnradgetriebe werden häufig zur Verbindung von Wellen benutzt, die sich mit voneinander abhängigen, eventuell verschiedenen, Geschwindigkeiten drehen sollen. Getriebe im Instrumentenbau haben Zykloiden- (Uhrwerks-) oder Evolventenverzahnung[1]), mit den Einzelheiten der Zahnform braucht man sich üblicherweise bei der Laboratoriumsarbeit aber nicht zu befassen. Das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeit zweier Wellen ist um-

[1]) Im englischen Text wird *involute* statt Evolvente gebraucht. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

gekehrt proportional zum Verhältnis der Durchmesser der „Teilkreise“ genannten Kreise auf den beiden Rädern, auf denen die Berührungspunkte

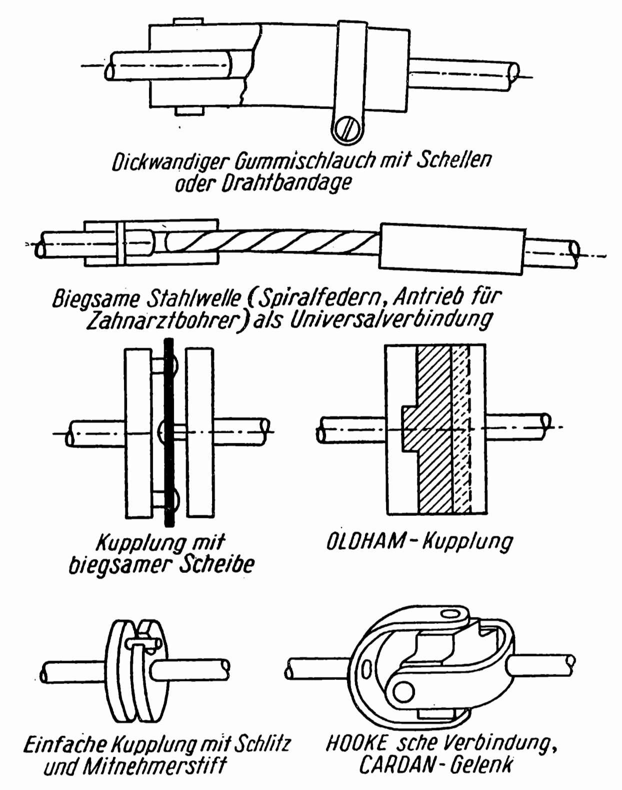


Abb. 3.26. Formen von Universalkupplungen

zwischen den Zähnen liegen. Die Zähnezahl der Räder muß im gleichen Verhältnis stehen wie die Teilkreisdurchmesser.

Zur Kennzeichnung, ob es sich um ein feineres oder gröberes Getriebe handelt, dient der sogenannte Modul[1]). Wenn ein Zahnrad vom Teilkreisdurchmesser d (in Millimetern gemessen) n Zähne hat, ist sein Modul

$$m = \frac{d}{n}.$$

[1]) Im Original ist die englische Bezeichnungsweise angegeben: Wenn d' den in Zoll gemessenen Teilkreisdurchmesser bedeutet, ist die Kenngröße *diametral pitch* (abgekürzt D.P.) als n/d' definiert (also – abgesehen vom Längenmaßstab – reziprok zum „Modul“ der deutschen Norm). Als gebräuchlicher Wert wird 40 D.P. angegeben. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Modul 0,5 ist eine gebräuchliche Angabe für (ziemlich robuste) Zahnräder im Instrumentenbau. Alle Räder mit Evolventenverzahnung, die den gleichen Modul haben, können miteinander kombiniert werden. Der theoretische Abstand zwischen den Achsen ist die Hälfte der Summe der Teilkreisdurchmesser; wenn der Achsabstand merklich größer ist als dieser Wert, laufen die Räder mit einem gewissen Spiel. Es ist nicht möglich, befriedigende evolventen-

Tafel 3.2

Nützliche Angaben über belastete Träger

	Durchbiegung	maximale Spannung
Gewichtsloser Träger, an einem Ende eingespannt, am anderen belastet	$\frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J}$	$\frac{F \cdot l \cdot e}{J}$
Gewichtsloser Träger, an beiden Enden unterstützt, in der Mitte belastet	$\frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J}$	$\frac{F \cdot l \cdot e}{4 \cdot J}$
Gewichtsloser Träger, an beiden Enden eingespannt, in der Mitte belastet	$\frac{F \cdot l^3}{192 \cdot E \cdot J}$	$\frac{F \cdot l \cdot e}{8 \cdot J}$
Gleichmäßig belasteter Träger, an einem Ende eingespannt	$\frac{f \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot J}$	$\frac{f \cdot l^2 \cdot e}{2 \cdot J}$
Gleichmäßig belasteter Träger, an beiden Enden unterstützt	$\frac{5 \cdot f \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot J}$	$\frac{f \cdot l^2 \cdot e}{8 \cdot J}$
Gleichmäßig belasteter Träger, an beiden Enden eingespannt	$\frac{f \cdot l^4}{84 \cdot E \cdot J}$	$\frac{f \cdot l^2 \cdot e}{12 \cdot J}$

F = Kraft (an einem Punkt angreifend)
f = Kraft pro Längeneinheit (gleichmäßig verteilt)
E = Elastizitätsmodul[1])
$J = \int\int y^2 \cdot dx \cdot dy$ = zweites Moment der Querschnittsfläche, oft „Flächenträgheitsmoment“ genannt. Für einige wichtige Querschnittsformen wird J in der Tafel 3.3 angegeben
e = Abstand der äußersten Faser von der neutralen Achse

[1]) In der angelsächsischen Literatur vielfach Y = Youngscher Modul. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

verzahnte Ritzel mit weniger als etwa 10 Zähnen herzustellen, da man dann die Zahnform verändern muß, um ein freies Abwälzen zu ermöglichen. Eine gewisse Verformung ist schon bei 12 Zähnen nötig, und allgemein gilt: Je größer die Zähnezahl ist, die für ein Zahnradpaar benutzt wird, um so glatter laufen die Räder. Andererseits sind grobe Zähne fester als feine, und ihr Eingriff wird weniger durch eine vorliegende Abweichung vom korrekten Achsabstand beeinflußt.

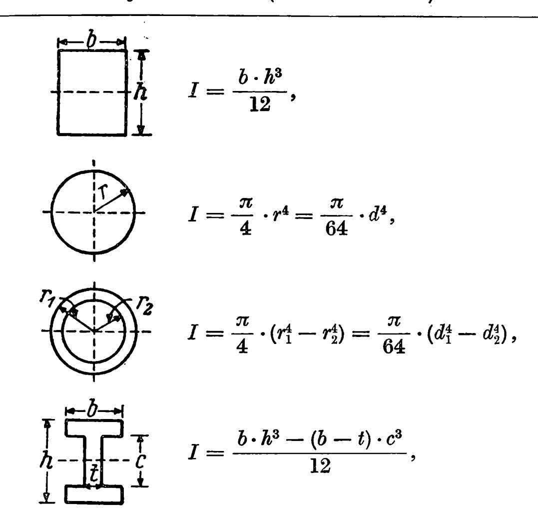
Ein Schneckengetriebe hat für große Untersetzungsverhältnisse einen geringeren Platzbedarf als ein Stirnradgetriebe, aber der mechanische Wirkungsgrad von Schneckengetrieben in Instrumenten ist stets gering. Das ist nicht in allen Fällen ein schwerer Nachteil. Es soll noch daran erinnert werden, daß die Axiallagerung einer Schnecke sehr exakt vorgenommen werden muß und daß die Reibung in dem Drucklager von schwerwiegendem Einfluß auf den Gesamtwirkungsgrad ist; die Verwendung eines Kugellagers als Drucklager ist gewöhnlich durchaus berechtigt.

3.A 2 Formeln aus der Konstruktionsmechanik

Es erscheint angebracht, hier noch einige der grundlegenden technischen Formeln anzuführen, die beim Aufbau von Versuchsgeräten von Nutzen sein können. In vielen Fällen genügen für den größten Teil einer Apparatur ziemlich grobdimensionierte Konstruktionen, wofür man die hier in den

Tafel 3.3

Flächenträgheitsmomente (Zweite Momente)



Einige andere Formen kann man als Summen oder Differenzen dieser Querschnitte betrachten; wie man leicht sieht, sind die dritte und vierte der vorstehenden Formeln auf diesem Wege abgeleitet worden.

Tafeln 3.2 bis 3.6 angegebenen Formeln verwenden kann. Einzelne, entscheidende Teile der Apparatur werden dagegen wahrscheinlich in irgendeiner Hinsicht bis an die erreichbaren Grenzen der Leistungsfähigkeit gebracht werden müssen, und in diesen Fällen sind eingehendere Untersuchungen wissenschaftlichen Charakters notwendig.

Tafel 3.4

Daten für dünne Stäbe unter zentraler Druckbelastung

(EULERsche Knickfestigkeitskriterien)[1]

	Knicklast
Beide Enden frei in der Achse geführt	$\frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{l^2}$
Ein Ende eingespannt, das andere frei in der Achse geführt	$\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot J}{l^2}$
Ein Ende eingespannt, das andere frei beweglich	$\frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{4 \cdot l^2}$
Beide Enden eingespannt	$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot J}{l^2}$

E = Elastizitätsmodul

J = Flächenträgheitsmoment nach Tafel 3.3

[1]) Diese Tafel wurde berichtigt und ergänzt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 3.5

Angaben über das Verhalten zylindrischer Wellen

Es sei

$M =$ übertragenes Drehmoment

$G =$ Schubmodul

$J_p = \iint r^2 \cdot dx \cdot dy =$ polares zweites Moment (polares Trägheitsmoment) um die Achse:

$J_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$ für eine massive Welle vom Durchmesser d

$J_p = \frac{\pi}{32} \cdot (d_1^4 - d_2^4)$ für eine Hohlwelle mit dem Außen- und Innendurchmesser d_1 und d_2

Dann ist
die Verdrehung (im Bogenmaß) pro Längeneinheit

$$\frac{M}{G \cdot J_p};$$

die maximale Schubspannung

$$\frac{M \cdot d}{2 \cdot J_p}.$$

Man beachte, daß die maximal zulässige Schubspannung gleich der Hälfte der maximalen Zugspannung für ein gegebenes Material ist.

Kritische Rotationsfrequenz einer Welle, die in nicht-richtungsstarren Lagern geführt ist[1]:

$$\frac{\pi}{2 \cdot L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J}{m}}.$$

Hier bedeutet

$L =$ Länge der Welle zwischen den Lagern

$m =$ Maße der Welle pro Längeneinheit

$J =$ Trägheitsmoment der Querschnittsfläche der Welle nach Tafel 3.3

---

[1]) Diese kritische Drehzahl ist unbedingt zu vermeiden, da hier die geringste Unwucht die Welle zu großen Querschwingungen anregt. Oberhalb der kritischen Tourenzahl läuft die Welle ruhiger, sie „zentriert sich selbst". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 3.6

Wandspannungen von Gefäßen unter Druck

Dünne, gekrümmte Wandflächen unter Innendruck:

Zugspannung in einem Zylindermantel $= \frac{p \cdot r}{s}$,

Zugspannung in einer Kugel $= \frac{p \cdot r}{2 \cdot s}$,

wobei

p = Innendruck
r = Radius
s = Wandstärke

Kreisplatte unter Druck, z. B. die ebene Endfläche eines Zylinders, unter Bedingungen, bei denen die Durchbiegung klein gegen die Wandstärke bleibt:

Am Rand *unterstützte* Platte,

Durchbiegung in der Mitte $= \frac{3}{16} \cdot \frac{(1-\sigma)(5+\sigma)}{E \cdot s^3} \cdot p \cdot r^4$,

maximale Zugspannung (in der Mitte) $= \frac{3}{8} \cdot \frac{r^2}{s^2} \cdot (3+\sigma) \cdot p$.

Am Rand *eingespannte* Platte,

Durchbiegung in der Mitte $= \frac{3}{16} \cdot \frac{1-\sigma^2}{E \cdot s^3} \cdot p \cdot r^4$,

maximale Zugspannung (am Rand) $= \frac{3}{4} \cdot \frac{r^2}{s^2} \cdot p$.

Hier bedeutet

r = Radius der Platte
E = Elastizitätsmodul
p = Druck
s = Wandstärke
σ = Poisson-Koeffizient

KAPITEL IV

KONSTRUKTIONSWERKSTOFFE

4.1 Einleitung

Oft wird man im physikalischen Laboratorium Geräte nach den üblichen Regeln der Technik aufbauen müssen, wobei die „klassischen" Werkstoffe Verwendung finden. Hier soll deshalb einiges über die Eigenschaften und die Anwendungsmöglichkeiten dieser Werkstoffe mitgeteilt werden; weitere Angaben und Formeln sind in technischen Lehr- und Handbüchern zu finden.

Es gibt indessen im normalen Laboratoriumsgebrauch auch einige Werkstoffe, die in der allgemeinen Technik nur wenig verwendet werden. Noch wichtiger ist der Fall, wo experimentelle Arbeiten von der Benutzung bestimmter Materialien abhängen, deren Eigenschaften in gewisser Hinsicht besonders günstig sind, z. B. die elastischen Eigenschaften von Fäden aus geschmolzenem Quarz, der hohe Schmelzpunkt von Wolfram oder die magnetische Permeabilität einiger Eisen-Nickel-Legierungen. Diese „extremen" Materialien werden in steigendem Maße auch in der Industrie verwendet, da ihr meist recht hoher Preis durch die Vorteile wettgemacht wird, die ihre Benutzung bietet; für experimentelles Arbeiten sind sie aber besonders wichtig, da von den Eigenschaften einer Substanz die gesamte Leistungsfähigkeit eines Instumentes abhängen kann und eine günstigere Wahl des Materials an einer kritischen Stelle ein ganz neues Forschungsgebiet eröffnen kann.

4.2 Metalle, hauptsächlich hinsichtlich ihrer mechanischen Eigenschaften betrachtet

Metalle werden selbstverständlich bei der Gerätekonstruktion viel verwendet, und die Abb. 4.1 gibt einen Überblick über die Wege, auf denen man Metallteile für Instrumente und Maschinen herstellen kann. Üblicherweise werden nur Arbeitsprozesse der beiden letzten der dargestellten Gruppen in der Laboratoriumswerkstatt durchgeführt, manchmal werden jedoch auch kleine Schmiede- und Gußstücke sowie Modelle in der Werkstatt hergestellt.

Die nachstehenden Größen werden zur Kennzeichnung der Festigkeit von Werkstoffen gebraucht; die gewählten Parameter beziehen sich gewöhnlich auf einachsigen Zug:

a) Die Elastizität (Elastizitätsmodul oder Youngscher Modul).

b) Die Zugfestigkeit. Dies ist die höchste Spannung, die bei einem bis zum Bruch fortgeführten Zugversuch erreicht wird. Es ist üblich und

bequem, die Spannung als die Kraft pro Flächeneinheit des ursprünglichen Probenquerschnittes zu berechnen. Die relative Dehnung beim Bruch wird ebenfalls gemessen.

c) Die Proportionalitätsgrenze als die niedrigste Spannung, bei der das Material merklich von der linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung abweicht. Sie ist weniger scharf bestimmt als

d) die 0,1%- (oder 0,2%- usw.) Grenze, die die zum Erzeugen einer bleibenden Verlängerung um 0,1% (oder 0,2% usw.) der Ausgangslänge erforderliche Spannung darstellt.

e) Die sogenannte ausgeprägte oder natürliche Streckgrenze, die nur wenige Werkstoffe zeigen, ist die Spannung, bei der sich das Material ohne weitere Zunahme der Belastung verlängert. Nachdem eine solche Verlängerung bei konstanter Last stattgefunden hat, tritt gewöhnlich im weiteren wieder ein ziemlich regelmäßiges Anwachsen der Verlängerung mit der Spannung ein.

Alle vorgenannten Größen werden in der britischen und amerikanischen Technik üblicherweise in tons/sq. in. oder in lb./sq. in.[1]) angegeben, in Deutschland und in allen anderen Ländern, die Mitglieder der sogenannten Meterkonvention sind, gibt man kg/mm² an.[2])

Wenn man diese Werte bei der Konstruktion benutzt, muß man noch „Sicherheitsfaktoren" ansetzen, die Unterschiede im Material berücksichtigen, vorübergehende Spannungserhöhungen – z. B. durch Trägheitskräfte (Stoßbelastung) – und Ermüdungserscheinungen des Werkstoffes. In einigen wenigen Fällen, wo Menschenleben auf dem Spiel stehen (z. B. bei Druckkesseln, Aufzugseilen u. ä.), sind diese Faktoren gesetzlich festgelegt; im allgemeinen bleiben sie der Erfahrung des Konstrukteurs überlassen. Im Normal-

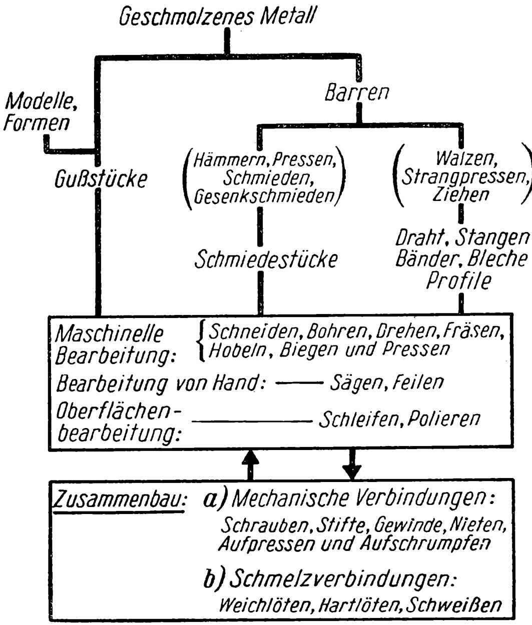


Abb. 4.1

[1]) 1 ton/sq. in. = 2240 lb./sq. in. = 157 kg/cm² = 1,57 kg/mm² = $1{,}55 \cdot 10^8$ dyn/cm². 1 American ton = 2000 lb.

[2]) Zusatz der Red. d. dtsch. Ausg.

fall dürfte die Betriebsspannung etwa zwei Drittel der 0,1 %-Grenze betragen; dies setzt aber voraus, daß die Betriebsbedingungen ziemlich genau bekannt sind. Die etwas konservativere Praxis wählt die Betriebsspannung gleich der Hälfte der Prüfspannung.

Die Eigenschaften von Metallen werden sowohl durch Wärmebehandlung als auch durch mechanische Verformung tiefgreifend beeinflußt. In den meisten reinen Metallen und in einigen Legierungen stellt die Veränderung der kristallinen Struktur den Haupteffekt einer Behandlung bei hoher Temperatur dar. Wenn die Wärmebehandlung länger fortgesetzt wird, wird diese Struktur gröber, und das ist gewöhnlich unerwünscht. Der durch eine reine Wärmebehandlung ausgeglühte Werkstoff ist weich und besitzt nur relativ geringe Festigkeit, er hält jedoch eine beträchtliche Verformung ohne Bruch aus.[1])

Wenn das Material durch Strecken, Biegen, Ziehen oder Hämmern kalt bearbeitet wird, zerstört man die gleichmäßige Kristallstruktur, und es tritt eine Faserstruktur auf. Der Werkstoff wird härter und fester, aber auch spröder; oft zeigt er merkliche Anisotropie infolge dieser Faserstruktur („Textur"). So besitzt z. B. kaltgewalztes Messing in der Walzrichtung eine höhere Festigkeit als senkrecht dazu, und während man es senkrecht zur Walzrichtung biegen kann, bricht es sofort, wenn die Falte in der Walzrichtung liegt.

Die Auswirkung der Wärmebehandlung wird bei Legierungen oft durch Umwandlungen in der Phasenstruktur des Materials kompliziert, z. B. durch Ausscheidung von Kristallen einer anderen Zusammensetzung aus einer homogenen Substanz. Diese Erscheinung ist bei den Eisen-Kohlenstoff-Legierungen (den Stählen) besonders wichtig, sowie in Legierungen, wie Duraluminium und Beryllium-Bronze, die Ausscheidungshärtung zeigen.

4.3 Stähle

Stähle sind Kohlenstoff enthaltende Eisenlegierungen[2]). Tafel 4.1 gibt eine allgemeine Einteilung der reinen Eisen-Kohlenstoff-Stähle. Weiche und mittlere Stähle werden im allgemeinen in der Werkstatt keiner Wärmebehandlung unterzogen, wenn sie auch manchmal in glühendem Zustand verarbeitet oder zwischen mehreren Kaltbearbeitungsvorgängen durch Glühen bei 500 bis 650 °C angelassen werden. Die maximal bei weichen oder mittleren Kohlenstoffstählen erreichbare Zugfestigkeit ändert sich, je nach den besonderen Eigenschaften des betreffenden Stahls, von etwa 30 kg/mm² (bei 28% Dehnung) bis zu 55 bis 70 kg/mm² (bei 12 bis 15% Dehnung). Die

[1]) Einige Metalle (z. B. Tantal, Blei) sind zwar weich, halten jedoch keine starke Verformung aus, da sie sich bei Kaltverformung nicht verfestigen. Eine gewisse Kaltverfestigung bewirkt nämlich automatisch eine Verteilung der Spannungen während der Verformung.

[2]) Der Verfasser verweist hier auf das britische Normblatt (British Standard) B.S. 971/1950 als einen wertvollen Führer durch die Vielzahl der Stähle mit besonderen Eigenschaften. Für den deutschen Leser wäre entsprechend die Zusammenstellung der einschlägigen Normblätter im DIN-Taschenbuch, Bd. IVa zu empfehlen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Festigkeit kann durch Kaltziehen zum Draht sehr stark erhöht werden: Draht aus weichem Stahl kann eine Zugfestigkeit von 60 bis 95 kg/mm² haben, und bei hochwertigem kaltgezogenem Draht kann die Zugfestigkeit über 160 kg/mm² erreichen.

Tafel 4.1

Reine Kohlenstoffstähle

Weicher Stahl .... 0,06 bis 0,25% C	Niedrigster Kohlenstoffgehalt, wird für Nieten gebraucht. Normale Bleche und Träger liegen im Bereich von 0,15 bis 0,25% C. Diese Stähle werden durch Wärmebehandlung nur wenig gehärtet
Mittlerer Kohlenstoffstahl .... 0,25 bis 0,6 % C	Schienen; blank gezogene Profile
Kohlenstoffreicher Stahl........... 0,6 bis 0,8 % C	Federn; Werkzeuge ohne Schneidkanten
Werkzeugstahl .... 0,8 bis 1,5 % C (kleine Barren sind als „Silberstahl" im Handel)	Schneidwerkzeuge. Stahl mit 1,1 bis 1,5% C wird für leichte Werkzeuge verwendet, um scharfe Schneidkanten zu bekommen

Die Kohlenstoff-Werkzeugstähle sind deshalb so vorteilhaft, weil sich ihre Härte durch Wärmebehandlung regeln läßt. Wenn man diese Stähle auf eine Temperatur von etwa 800 °C (helle Rotglut) erhitzt und in Wasser abschreckt, werden sie extrem hart und spröde.[1]) Dieser voll ausgehärtete (martensitische) Stahl ist nur für Spezialzwecke brauchbar; er wird durch den „Anlassen" genannten Wiedererhitzungsprozeß zäher und weniger hart gemacht. Bei diesem Vorgang zerfällt der Martensit, der eine harte, nahezu homogene Verteilung von Kohlenstoff und Eisen darstellt, in ein Gemisch mit feinkörniger Struktur. Man kann die Eigenschaften des Stahls durch Veränderung der Temperatur und der Dauer des Anlassens genau regeln. In der modernen Industriepraxis wird dieser Prozeß mit dem Thermometer überwacht, in kleinen Werkstätten dagegen wird er gewöhnlich nach dem klassischen Verfahren der „Anlauffarben" geregelt: Das Werkstück wird blankgeschmirgelt und – z. B. auf einer Eisenplatte – erhitzt. Der sich hierbei bildende Oxydfilm zeigt Interferenzfarben, beginnend mit einem blassen Gelb, das zum Schluß in Blau übergeht. Wenn die gewünschte Farbe auftritt, wird das Werkstück weggenommen und abgeschreckt. Auch nach dem Anlassen ist ein solcher Stahl noch zu hart zu spanabhebender Bearbeitung, er kann aber in einem Endarbeitsgang auf genaues Maß gebracht oder durch Schleifen zu einer Schneidkante geschärft werden. Während dieses Bearbeitungsvorganges darf das Werkstück nicht so heiß werden, daß das Anlassen beeinflußt wird. Die Abb. 4.2 zeigt diese Vorgänge in einer graphi-

[1]) Es gibt legierte Stähle, die schon bei viel geringerer Abkühlungsgeschwindigkeit vollkommen gehärtet werden können; diese Stähle werden in Öl abgeschreckt oder in einem Luftstrom. Dies stellt einen Vorteil dar, da bei heftigem Abschrecken Verwerfen oder Reißen auftreten kann.

schen Darstellung. Die Tafel 4.2 gibt eine Zusammenstellung der Anlauffarben, die zur Kontrolle beim Anlassen benutzt werden.

Normalisieren = Wärmebehandlung bei 750 bis 800° C und langsames Abkühlen
↓ (Üblicherweise wird Stahl in diesem „normalisierten" Zustand gehandelt)
Bearbeitung von Hand oder mit Werkzeugmaschinen, Schmieden bei Rotglut
↓
Härten = Erhitzen auf etwa 800° C und Abschrecken in Wasser
↓
Anlassen = Erwärmen auf Temperaturen im Bereich von 200 bis 300° C und
↓ Abschrecken
Endbearbeitung durch Schleifen

Abb. 4.2. Herstellung eines Einzelteiles aus gehärtetem Stahl (etwa 1% C)

Tafel 4.2
Das Anlassen von Werkzeugstahl

Anlauffarben	Temperatur °C	Verwendungszweck
Blasses Gelb	225	Leichte Drehstähle, chirurgische Schneidwerkzeuge, Rasiermesser
Helles Strohgelb	235	Drehstähle, Fräser
Tiefes Strohgelb	240	Bohrer, kleine Messer
Braun	255	Reibahlen, Gewindeschneider, Stanzeisen, Messer
Purpur	275	Bohrer
Dunkelblau	290	Holzsägen
Mittleres Blau	305	feine Sägen
Hellblau	315	Holzbohrer, Meißel

4.4 Legierte Stähle

In der Industrie, insbesondere bei der Fertigung von Automobilteilen, werden heute vielfach Stähle verwendet, die neben Kohlenstoff noch andere Legierungselemente (wie Ni, Cr, V, W, Mo) enthalten. In der Laboratoriumswerkstatt werden die legierten Stähle nicht viel benutzt, wenn nicht ganz besondere Forderungen vorliegen, man muß aber bedenken, daß sie eine beträchtlich höhere Zugfestigkeit erreichen können als die einfachen Kohlenstoffstähle. So besitzt z. B. ein Stahl mit 3,5% Ni und 0,4% C nach geeigneter Wärmebehandlung eine Zerreißfestigkeit von ungefähr 170 kg/mm². Im Handel sind auch Bolzen aus hochfestem Stahl, die gelegentlich wertvoll werden, weil sie Platz sparen, denn ihr Durchmesser kann viel kleiner gehalten werden als der eines Weicheisenteiles mit der gleichen Festigkeit.

Stähle, die Chrom (12 bis 18%) und Kohlenstoff (0,3 bis 0,7%) enthalten, sind ziemlich hart und zeigen hohe Korrosionsfestigkeit (rostfreie Schneidwerkzeugstähle); Stähle mit Chrom und Kohlenstoff, die Wolfram und

manchmal auch Vanadium enthalten, behalten ihre Härte bei Erhitzung bis zur Rotglut und werden für hochbelastete Schneidwerkzeuge benutzt (Schnellarbeitsstähle).

Gewisse legierte Stähle mit geringem Kohlenstoffgehalt behalten auch bei normalen Temperaturen das eigentlich für Eisen nur bei hohen Temperaturen charakteristische Kristallgitter (kubisch-flächenzentriertes γ-Eisen) bei. Diese „austenitischen" Legierungen sind paramagnetisch, nicht ferromagnetisch; sie werden durch Kaltbearbeitung gehärtet und nicht durch Glühbehandlung. Austenitische Stähle mit 10% Mangangehalt werden industriell für schwere mahlende Beanspruchungen eingesetzt wegen ihrer besonders hohen Kaltverfestigung bei kleinen Verformungen. Die austenitischen rostfreien Stähle (insbesondere der Stahl mit 18% Cr und 8% Ni[1]), der in England als „*Staybrite*" bezeichnet wird) sind fest – z. B. Zerreißfestigkeit 70 kg/mm², kann durch Kaltwalzen noch weiter erhöht werden –, hart und besonders korrosionsfest. Diese Legierung ist in Form von Blechen, Profilen und Stangen einfach zu verarbeiten; sie kann spanabhebend bearbeitet werden, wenn sie auch für sehr weitgehende Bearbeitung zu hart ist.

4.5 Invar und Elinvar

Die Wärmeausdehnung von Eisen-Nickel-Legierungen ändert sich mit der Zusammensetzung in der in Abb. 4.3 dargestellten eigentümlichen Weise und besitzt bei etwa 36% Ni ein Minimum. Die so zusammengesetzte Legierung (das käufliche Material enthält noch etwas Mangan und eine sehr geringe Menge Kohlenstoff) wird „*Invar*" genannt und ist für die Herstellung von Geräteteilen besonders geeignet, deren Abmessungen sich bei Wechsel der Raumtemperatur nicht ändern sollen (z. B. Distanzplatten für Interferometer, Uhrpendel). Den niedrigen Ausdehnungskoeffizienten erhält man nur in einem engen Temperaturbereich. Der tatsächliche Wert hängt von der thermischen und mechanischen Vorbehandlung ab und kann bei manchen Proben nahezu Null werden. Diese Legierung ist für die Herstellung von Längennormalmaßen wertvoll, vor allem für Bandmaße für Vermessungszwecke, da diese dann keine genaue Kontrolle der Versuchstemperatur erfordern. Ihre Maßhaltigkeit über längere Zeit wird jedoch bezweifelt (siehe z. B. ROLT 1929). Auch die Wärmeleitfähigkeit von Eisen mit 36% Nickel ist sehr niedrig $\left(0{,}026\,\frac{\text{cal}}{\text{cm}\cdot\text{s}}\right)$ man wird diese Legie-

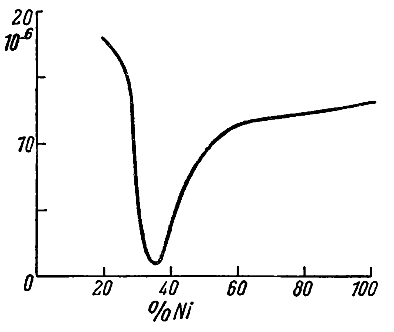


Abb. 4.3. Die Wärmeausdehnung von Eisen-Nickel-Legierungen im Temperaturbereich 0 bis 100° C

[1]) In Deutschland meist unter der KRUPPschen Bezeichnung „V2A" bekannt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

rung deshalb dann einsetzen, wenn eine mechanische und elektrische Verbindung (Widerstand 90 $\mu\Omega \cdot$ cm) verlangt ist, die möglichst wenig Wärme zu- oder ableiten soll, wie etwa in Tieftemperaturgeräten oder bei gewissen Halterungen im Innern von Vakuumröhren.

Eine besondere Legierung, die Nickel und Eisen und außerdem ein anderes Element – gewöhnlich Chrom – enthält, besitzt die Eigenschaft, daß sich ihr Elastizitätsmodul mit der Temperatur nicht ändert; sie heißt „Elinvar". Man hat sie zur Anfertigung von Stimmgabeln benutzt, sowie viel für die Unruhefedern von Uhren verwendet.

4.6 Kupfer und seine Legierungen

Kupfer ist vor allem seiner elektrischen Eigenschaften wegen wichtig (vgl. § 4.14); manchmal ist auch seine hohe Wärmeleitfähigkeit von Bedeutung. Man verwendet dieses Metall für Rohre, da es sich leicht löten und kalt bearbeiten läßt. Zwischen den einzelnen Schritten einer Kaltbearbeitung wird Kupfer bei etwa 600 °C (Rotglut) ausgeglüht, wobei man es von dieser Temperatur abschrecken kann. Die spanabhebende Bearbeitung von Kupfer ist ziemlich schwierig, weil das weiche und zähe Material das Werkzeug verschmiert.

4.7 Kupfer-Zink-Legierungen: Messing

Messing (= Kupfer-Zink-Legierung) ist billiger, fester und leichter zu bearbeiten als Kupfer, die elektrische und thermische Leitfähigkeit sind jedoch viel geringer. Messing kommt als Stangen, Rohre, Bleche und Bänder in den Handel; die Härte und Festigkeit dieses Materials rührt von der Kaltverformung bei der Herstellung her. Wenn man Messing während der Verarbeitung ausglühen muß, erhitzt man es kurzzeitig auf 500 bis 600 °C. Messing ist nach wie vor eines der geeignetsten Metalle für Laboratoriumskonstruktionen, da es so leicht zu verarbeiten ist. Es kann sehr einfach weich- und mit Silber hartgelötet werden. Da die normalen Hartlote selbst Messinglegierungen mit Schmelzpunkten sind, die nicht sehr von dem des Konstruktionsmessings abweichen, ist das Hartlöten damit nicht ganz einfach. Messing-Gußstücke werden bei großen Stückzahlen hergestellt und können für viele Zwecke verwendet werden, sie sind aber nicht mit Sicherheit porenfrei.

4.8 Kupfer-Zinn-Legierungen: Bronze

Die Zinn enthaltenden Legierungen sind sehr viel kostspieliger als Messing und werden deshalb nur angewendet, wenn ihre besonderen Eigenschaften von Bedeutung sind.

Gußbronze[1]) ergibt sehr saubere Gußstücke, die viel weniger zur Porosität neigen als Messingguß. Dieses Material wird daher für alle Arten von dichten Gefäßen benutzt.

Phosphorbronze (die Phophor nur als minimale Beimischung enthält) wird für hochbelastete Lagerbuchsen benutzt, die aus käuflichen Strang-

[1]) In der englischen Literatur findet man auch noch die alte Bezeichnung „gun metal" = Geschützbronze. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

gußstangen gefertigt werden, und für federnde Elemente, die aus kaltbearbeitetem Blech oder Draht geschnitten werden. Das Material ist in verschiedenen Stufen der Kaltverformung (und damit der Härte) im Handel; die stark kaltbearbeitete Legierung ist einer der festesten Nichteisenwerkstoffe. Gewalztes Phosphorbronzeblech ist merklich anisotrop, so daß federnde Elemente unter Berücksichtigung der „Textur" bzw. der Walzrichtung herausgeschnitten werden müssen.

4.9 Kupfer-Nickel-Legierungen

Diese Legierungen sind zäh, fest und besonders korrosionsbeständig. Sie laufen unter verschiedenen Namen, z. B. Neusilber[1]). Die Legierung Konstantan ist einer der wichtigsten Werkstoffe für elektrische Widerstände (vgl. § 4.14); sie kann auch für Elektroden und andere Bauteile im Innern von Vakuumröhren benutzt werden. Eine weitere Sonderverwendung von Nickel-Kupfer-Legierungen ergibt sich bei gewissen Geräten, wo für thermische Untersuchungen Rohrverbindungen gebraucht werden, die eine sehr geringe Wärmeleitung besitzen. Invar (siehe § 4.5) und einige der austenitischen Chromstähle haben aber noch geringere Wärmeleitfähigkeiten.

4.10 Kupfer-Beryllium-Legierungen

Eine Legierung, die etwa 2% Beryllium im Kupfer enthält, besitzt ganz besondere Eigenschaften, die sie für Federn und hochbeanspruchte Bauteile sehr wertvoll machen. Richtig behandelt, ist sie wahrscheinlich das festeste Nichteisenmetall, das uns zur Verfügung steht. Dieses Material wird als Blech, Draht usw. behandelt und kann durch Kaltverformung auf verschiedene Härtegrade gebracht werden. Wenn es bereits durch Schneiden und Biegen geformt worden ist, kann es auch nur durch eine Wärmebehandlung gehärtet werden; diese Eigenschaft bedeutet einen wichtigen Vorzug der Berylliumbronze gegenüber Legierungen, wie etwa Phosphorbronze, die nur durch Kaltbearbeitung gehärtet werden können. Die übliche Wärmebehandlung für ein ursprünglich „halbhartes" Material besteht z. B. in einer anderthalbstündigen Erhitzung auf 300 °C. Der dabei ablaufende Vorgang heißt Ausscheidungshärtung; er beruht auf der Ausbildung einer Art von Netzwerk harter Kristalle aus einer übersättigten festen Lösung. Der Werkstoff hat nach optimaler Wärmebehandlung eine Zerreißfestigkeit von 120 bis 160 kg/mm^2 bei einer 0,1%-Grenze (siehe § 4.2) von 95 bis 110 kg/mm^2. Berylliumbronze kann vor der Wärmebehandlung mit Silber hartgelötet werden oder nach der Härtungsglühung weichgelötet werden, ohne ihre endgültigen Eigenschaften zu beeinflussen.

4.11 Aluminium und Leichtmetallegierungen

Diese Materialien besitzen eine Wichte von 2,7 bis 2,8; zur Zeit sind sie beträchtlich billiger als Messing, wenn man das Volumen oder die Festigkeit dem Vergleich zugrunde legt. Es stehen Guß- und Knetlegierungen[2]) zur

[1]) Im englischen Original: German silver. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Knetlegierungen sind für Schmieden und andere Warmverformungen geeignet.

Verfügung, und es wird eine große Vielzahl von Formen durch Ziehen und Tiefziehen hergestellt. Die meisten dieser Legierungen lassen sich sehr gut spanabhebend bearbeiten, und verschiedene besitzen eine mit weichem Stahl vergleichbare Festigkeit. Leichtmetallegierungen werden deshalb viel und in immer noch steigendem Maße bei der Konstruktion physikalischer Apparate eingesetzt. Ihr auffälligster Nachteil ist, daß sie nicht befriedigend durch Weichlöten verbunden werden können und daß Schweißen – obwohl es in der Industrie angewendet wird – besondere Erfahrung erfordert und nicht immer im Laboratorium möglich ist. In der üblichen Laboratoriumspraxis muß man daher mechanische Verbindungen benutzen. Klebstoffe auf Kunststoffbasis zur Herstellung oder Sicherung von Verbindungen bei Aluminium sind in der Entwicklung (vgl. § 4.13).

Das handelsübliche Reinaluminium kann kalt bearbeitet und erforderlichenfalls bei etwa 350 °C ausgeglüht werden. Es ist gut für Blechkonstruktionen anzuwenden, z. B. zum Aufbau von Chassis für elektronische Geräte, seine Zugfestigkeit ist jedoch gering (etwa 8 kg/mm^2 Zerreißfestigkeit). Es gibt eine sehr große Vielfalt von Aluminiumlegierungen. Silizium enthaltende Legierungen (z. B. GAlSi[1]) sind für Gußteile im Instrumentenbau besonders geeignet; es gibt auch einige Gußlegierungen, die nach einer Wärmebehandlung eine beträchtliche Festigkeit (z. B. 30 kg/mm^2 Zerreißfestigkeit) entwickeln.

Einige der Aluminium-Knetlegierungen können ohne besondere Vorkehrungen kalt bearbeitet werden, aber die festeren Legierungen, insbesondere der wichtigen Duraluminiumgruppe (Al mit Cu, Mg und etwas Mn), vertragen nicht viel Kaltbearbeitung. Sie zeigen die Erscheinung der Ausscheidungshärtung (siehe § 4.10) schon bei Raumtemperatur: Duraluminium wird durch Erhitzen auf 480 bis 500 °C (Lösung der Ausscheidungen) und Abschrecken in Wasser weich gemacht. Dann beginnt sofort die Ausscheidungshärtung (Alterung), die bei normaler Temperatur in vier oder fünf Tagen nahezu beendet ist. Jegliche Art von Kaltbearbeitung soll deshalb innerhalb von ein oder zwei Stunden nach dem Abschrecken beendet sein. In der Industriepraxis wird die Wärmebehandlung in einem Salzbad (üblicherweise eine Schmelze aus einem Gemisch von Natriumnitrit und -nitrat) oder in einem geschlossenen Ofen vorgenommen.

Magnesium und die hierauf basierenden Legierungen sind die leichtesten, im Handel erhältlichen Konstruktionsmetalle. Sie besitzen eine Wichte von 1,75 bis 1,85, und einige der Legierungen erreichen Zerreißfestigkeiten von ungefähr 25 kg/mm^2 (im kaltverformten Zustand). Magnesiumlegierungen lassen sich besonders gut zerspanen.[2] Man kann manchmal durch Verwendung von Magnesiumlegierungen das Gewicht und die träge Masse der bewegten Teile von Instrumenten beträchtlich herabsetzen.

---

[1]) Im englischen Original ist die Legierung B.S. 2/L 33 angeführt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Hierbei ist aber die Gefahr einer Entzündung der Späne zu beachten. Nie mit Wasser löschen! (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

4.12 Das Verbinden von Metallen: Löten und Schweißen

Wie in Abb. 4.1 angegeben, kann man Metallteile entweder auf mechanische Weise oder durch Schmelzverbindungen vereinen. Letzteres soll hier mehr ins einzelne gehend betrachtet werden.

Bei den Lötprozessen wird ein Lot verwandt, dessen Schmelzpunkt tiefer liegt als der Schmelzpunkt der zu verbindenden Metalle, und die letzteren werden – wenigstens zeitweilig – über den Schmelzpunkt des Lotes erhitzt. Das Lot benetzt dann die Metalle und legiert sich in der Oberfläche mit ihnen. Wenn man die Verbindung zerreißt, dann erfolgt die Trennung eher im Lot als in der Legierungsstelle mit dem anderen Metall. Damit diese Vereinigung erfolgen kann, müssen die Oberflächen sauber sein; meist muß man ein chemisches Flußmittel, z. B. Zinkchloridlösung, benutzen, das die Oxydfilme weglöst. Das Flußmittel muß nach Fertigstellung der Verbindung durch Abwaschen mit heißem Wasser entfernt werden. Für den Sonderfall einer Weichlötung von sauberen Oberflächen, wie beim Herstellen elektrischer Verbindungen, verwendet man Harz (Kolophonium) als Flußmittel, dessen Aufgabe es mehr ist, das Metall vor Oxydation zu schützen, als aktiv die Oxyde zu lösen; Kolophonium korrodiert nicht. Lötdraht, der eine Seele von Kolophoniumflußmittel enthält, wird beim Verdrahten elektrischer Schaltungen sehr viel benutzt.

Beim Weichlöten wird das Werkstück in der Flamme erhitzt oder durch einen heißen Kupferkolben. Dabei ist es wesentlich, daß das Werkstück den Schmelzpunkt des Lotes erreicht, das an kaltem Metall nicht haftet. Bei Verwendung des Lötkolbens wird das flüssige Lot dazu benutzt, den thermischen Kontakt zwischen dem Kolben und dem Werkstück zu verbessern, und der Kolben wird langsam an der Lötstelle entlangbewegt. Wenn der oben erwähnte Lötdraht mit Seele verwendet wird, müssen die Metallteile gesäubert und möglichst vorher verzinnt werden; das Lot und der Kolben werden dann gleichzeitig an die Verbindungsstelle gebracht. Es ist nicht günstig, das Lot am Kolben aufzuschmelzen und dann den Kolben an das Werkstück zu führen. Beim Löten von elektrischen Verbindungen soll der Kolben[1]) so heiß sein, daß die Verbindungsstelle ohne einen längeren Gebrauch des Kolbens, der die angrenzenden Teile zu hoch erhitzen könnte, auf die Löttemperatur gebracht wird. Oft kann man empfindliche elektrische Bauteile vor der Hitze des Lötvorganges dadurch schützen, daß man eine gut wärmeleitende Masse (als „thermischen Nebenschluß“) an der Verbindung zwischen dem Bauteil und der Lötstelle anbringt. Manchmal kann man die Zange, mit der man ein Bauteil festhält, als thermischen Nebenschluß ausnutzen.

Ein häufiger Grund für das Mißlingen von Lötungen ist eine Relativbewegung der Bauteile gegeneinander gerade dann, wenn das Lot erstarrt. Bei konstruktivem Arbeiten ist es vielfach günstig, die Bauteile zunächst mit

[1]) Im englischen Original steht – wohl irrtümlich – „das Eisen“; es werden stets Kupferkolben verwendet. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 4.3

Lote

Bezeichnung	Zusammensetzung [%]	Schmelzpunkt [°C]	Flußmittel	Bemerkungen
WOOD-Metall	Bi 50; Cd 12,5; Pb 25; Sn 12,5	61	*a*	Lötung bei besonders niedrigen Temperaturen, Schmelzsicherungen
ROSE-Metall	Bi 50; Pb 25; Sn 25	94	*a*	
Hartes Lot mit niedrigem Schmelzpunkt	Pb 40; Sn 40; Bi 20	150	—	Für Instrumentenfedern zu empfehlen
Weichlot	Pb 67; Sn 33	240	*a*	Niedriger Zinngehalt gibt billigere und härtere Lote, die beim Erstarren ein breiiges Zwischenstadium zeigen
	Pb 50; Sn 50	188	*a*	
	Pb 36; Sn 64	181	*a*	Eutektische Zusammensetzung, für elektrische Verbindungen geeignet
Silberlot	Ag 45; Cu 30; Zn 25	720	*b*	
	Ag 72; Cu 28	778	*c*	Ag-Cu-Eutektikum. Für Hochvakuumarbeiten zu empfehlen, da keine flüchtigen Bestandteile
Silber	Ag 100	962	*c*	
Kupfer	Cu 100	1084	*c*	
Schlaglot (Messing-Hartlot)	Cu 54; Zn 46	875	*b*	

a = Zinkchlorid-Flußmittel
b = Borax-Flußmittel
c = am günstigsten im Vakuum ohne Flußmittel zu benutzen

Lot zu „verzinnen“, sie dann zu montieren und gemeinsam zu erhitzen, bis das Lot flüssig wird (und „verschweißt“). Wenn man einen dünnen Weichlotfilm zur Sicherung und Festlegung einer mechanischen Verbindung benutzt (z. B. Schraube und Mutter mit Lot überzieht und sie heiß zusammenschraubt), erhält man eine besonders feste, gasdichte Verbindung. Bei einer häufig angewendeten Form der Verbindung bildet das Lot eine „Leiste“ (Abb. 4.4); empfehlenswert ist es, diese Leiste an der heißen Verbindungsstelle herzustellen, indem man das Lot in Form eines in Flußmittel getauchten

Drahtes zuführt, und dann die Naht mit einem in reines Wasser getauchten Draht zu säubern, bevor man die Verbindung erkalten läßt. Jede Lötverbindung, die mit einem korrodierenden Flußmittel hergestellt wurde, soll nach der Fertigstellung mit heißem Wasser gut abgewaschen werden.

Hartlote sind viel fester als Weichlote; bei Verwendung eines Flußmittels dringen sie sehr leicht in enge Spalten ein. Die Erhitzung wird fast stets mit einer Gebläseflamme durchgeführt, die man im Falle eines größeren Werkstückes in einer Art von einfachem Herd aus feuerfestem Stein sammelt. Schlaglote sind weiche Messinglegierungen, die man als Hartlot verwendet, in erster Linie zur Verbindung von Kupfer- und Stahlteilen. Reines Silber und Kupfer kann man nach dem im § 5.8 beschriebenen Verfahren als Verbindungsmetalle benutzen.

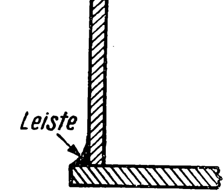


Abb. 4.4. An einer Lötverbindung gebildete Leiste

Beim Schweißen werden die zu verbindenden Teile örtlich aufgeschmolzen, und das zugefügte Material – wenn man überhaupt Material zubringt – ist in seiner Zusammensetzung den Werkstücken mehr oder weniger ähnlich. Bei der Flammenschweißung (Gasschweißung, Autogenschweißung) benutzt man üblicherweise eine Azetylen-Sauerstoff-Flamme, und das zugefügte Metall wird von einem in die Flamme gehaltenen Stab (Schweißdraht) abgeschmolzen. In der üblichen Werkstattpraxis wird dieses Verfahren oft bei weichem Stahl angewendet, man kann aber auch Kupfer, Aluminium und andere Metalle schweißen. Lichtbogenschweißen (Elektroschweißung) ist industriell wichtig, wird aber in kleineren Werkstätten weniger verwendet als das Flammenschweißen. Punktschweißung wird sehr oft bei der Herstellung von Elektroden für Vakuumröhren gebraucht, sie wird im Kapitel V, 3. Anhang, besprochen werden; man kann sie auch für leichte Konstruktionen anwenden, jedoch sind die Laboratoriums-Punktschweißgeräte im allgemeinen für Materialien von mehr als etwa einem Millimeter Dicke nicht kräftig genug.

4.13 Kunststoffkleber für Metalle

Neuerdings sind einige in der Wärme härtende Kunststoffe entwickelt worden, die gut an Metallen haften und die zur Herstellung und zur Sicherung von Verbindungen in der Laboratoriumspraxis benutzt werden können. Besonders günstig ist ihre Verwendung bei Aluminium, das nicht gut gelötet werden kann. Die unter dem Namen „Araldit“ käufliche Substanz schmilzt bei etwa 100 °C zu einer leichtflüssigen Schmelze und polymerisiert bei etwa 200 °C zu einem festen Körper, der ein wirksamer Alleskleber ist. Araldit wird z. B. für das Einkitten dünner Fenster in GEIGER-Zähler benutzt, und wir haben es auch zum Füllen der Poren von Aluminiumgußstücken gebraucht. Gegen viele der gewöhnlichen Chemikalien ist es beständig.[1])

[1]) Als Beispiel für einen deutschen Metallklebstoff sei das Epoxydharz K des VEB CHEMISCHE WERKE BUNA genannt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

4.14 Metalle für elektrische Zwecke

Für gewöhnliche elektrische Leiter steht Kupfer praktisch konkurrenzlos da. Aluminium ist gelegentlich für Spulenwicklungen benutzt worden, häufiger für Starkstromsammelschienen, wo seine große Oberfläche bei gegebener Masse oder gegebener Leitfähigkeit eine gute Wärmeableitung zur Folge hat. Silber ist als Leiter von Bedeutung in Form dünner Folien in Kondensatoren und als Überzug für Hochfrequenzleiter; aus wirtschaftlichen Gründen kann es nur selten als massiver Leiter eingesetzt werden.

Die Leitfähigkeit des Kupfers hängt stark von seiner Reinheit ab, die in der Tafel 4.4 angegebene Zahl bezieht sich auf eine internationale Norm für handelsüblich reines, bearbeitetes und ausgeglühtes Kupfer; manchmal wird eine etwas höhere Leitfähigkeit erreicht. Die Werte für Eisen, Platin und Wolfram sind in der Tafel 4.4 wegen ihrer Bedeutung für Spezialzwecke angeführt worden. Die elektrischen Widerstände aller reinen Metalle ändern sich in erster Näherung proportional zur absoluten Temperatur.[1])

Tafel 4.4

Handelsüblich reine Metalle für elektrische Zwecke

Metall	Wichte [g/cm³]	spezifischer Widerstand bei 20° C [$\mu\Omega \cdot$ cm]	Temperatur-koeffizient des Widerstandes bei 0° C	Schmelz-punkt [°C]
Kupfer	8,9	1,7	$4{,}26 \cdot 10^{-3}$	1083
Silber	10,5	1,63	$4 \cdot 10^{-3}$	961
Aluminium	2,7	2,8	$4 \cdot 10^{-3}$	658
Eisen	7,8	9,6	$5 \cdot 10^{-3}$	1530
Platin	21,4	10,6	$4 \cdot 10^{-3}$	1771
Wolfram (Draht)	19,0	5,5	$5 \cdot 10^{-3}$	3400

4.15 Legierungen für elektrische Zwecke

Kadmium ist eines der Metalle, die den geringsten Einfluß auf die Leitfähigkeit von Kupfer besitzen, und Kupfer mit 1 bis 2% Kadmium ist eine vorteilhafte Legierung, wenn man ein Metall mit hoher Leitfähigkeit braucht, das fester und härter als reines Kupfer ist.

Elektrische Widerstände werden üblicherweise aus Legierungen hergestellt, deren Widerstand im Vergleich zu dem von reinen Metallen hoch ist und sich viel weniger mit der Temperatur ändert als bei diesen. Einige wichtige Legie-

[1]) Diese Beziehung ist z. B. für eine Abschätzung der Arbeitstemperatur einer Kupferwicklung aus dem gemessenen Widerstand im Vergleich zum Widerstand bei Zimmertemperatur nützlich.

Ein genauerer Wert für den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes von Kupfer ist 0,00428 pro ° C, ausgehend vom Widerstand bei 0° C, wobei der Widerstand proportional zu (Celsius-Temperatur) + 234° ist.

rungen sind in der Tafel 4.5 angeführt. Tafel 4.6 bringt Näherungswerte für einige Metalle und Legierungen, die zur Herstellung von Thermoelementen geeignet sind.

Tafel 4.5

Legierungen mit wichtigen elektrischen Eigenschaften

Material	spezifischer Widerstand [$\mu\Omega \cdot$cm]	Eigenschaften	Anwendungen
Kadmiumbronze (1 bis 2% Cd)	≈ 1,8	Höhere Festigkeit als Kupfer, verbunden mit hoher elektrischer Leitfähigkeit (90 bis 95% von der des reinen Kupfers)	Mechanisch beanspruchte Drähte und Spezialwicklungen, Elektroden für Punktschweißgeräte, Schalterkontakte
Konstantan (Eureka, Advance), etwa 55% Cu, 45% Ni	≈ 50	Niedriger Temperaturkoeffizient des Widerstandes. Hohe Thermospannung gegen Kupfer (etwa 40 μV/°C)	Widerstände für Meßzwecke und zur Stromregelung, Heizgeräte für niedrige Temperaturen bis 400° C
Manganin	≈ 44	Niedriger Temperaturkoeffizient des Widerstandes. Kleine Thermospannung gegen Kupfer	Meßwiderstände, bei denen die hohe Thermospannung von Konstantan gegen Kupfer nicht tragbar ist. Die Legierung muß hartgelötet werden und soll nach dem Wickeln ausgeglüht werden; dann stellt sie ein sehr stabiles Widerstandsmaterial dar
Chrom-Nickel, 80% Ni, 20% Cr (z. B. Nichrome V, Chromel A)	103	Zunderfest bei hohen Temperaturen	Elektrische Heizgeräte- und Ofenwicklungen, die an der Luft bei Temperaturen bis 1100° C arbeiten
Chrom-Nickel mit Eisen und Mangan (z. B. Nichrome, Chromel C)	109	Duktiler als das vorige Material, Maximaltemperatur aber nur etwa 950° C	Elektrische Heizungen und Regulierwiderstände

4.16 Magnetisch weiche Werkstoffe

Die in der Laboratoriumspraxis verwendeten magnetischen Werkstoffe zerfallen in zwei Gruppen: magnetisch „weiche" Werkstoffe mit hoher Permeabilität und geringer Koerzitivkraft und magnetisch „harte" Werkstoffe mit hoher Remanenz und Koerzitivkraft.[1])

[1]) Beide Gruppen sind besonders eingehend bei BOZORTH (1951) beschrieben.

Tafel 4.6

Thermoelemente [1])

	Thermospannung bei der Arbeitstemperatur [μ V/°C]
a) Speziallegierungen für höchste Empfindlichkeit [2])	
Wismut gegen Wismut mit 5% Sn	≈120
Wismut gegen Antimon	75 bis 150
Die Thermospannung dieser Elemente hängt von der Kristallorientierung ab	
b) Für Laboratoriumsmessungen bei niedrigen Temperaturen	
Kupfer gegen Konstantan (bis 400° C)	40 [3])
Konstantan gegen Chromel P (90% Ni, 10% Cr; bis 750° C)	70
c) Thermoelemente aus unedlen Metallen für Öfen bei mäßigen Temperaturen bis 1000° C und für intermittierende Verwendung bei höheren Temperaturen bis 1200° C	
Chromel P gegen Alumel (94% Ni, 2% Al mit Si, Mn)	40
Die Drähte werden von den Herstellern mit näherungsweisen Eichungen der Elemente geliefert, die eine Genauigkeit von einigen Grad ergeben	
d) Platin-Thermoelementlegierungen	
Platin gegen Platinrhodium (90% Pt, 10% Rh)	10
Bis 1300° C verwendbar, kurzzeitig bis 1500° C	
Genaue Satzeichungen sind bei den Herstellern zu erhalten, und bei besonderen Vorsichtsmaßregeln ist eine Genauigkeit von 1 bis 2° bei 1000° C erreichbar.	

Die Tafel 4.7 gibt die Kenndaten einiger magnetisch „weicher" Werkstoffe. Weicheisen wird dort verwendet, wo eine beständige, hohe Induktion verlangt wird, wie bei den Kernen von Elektromagneten. Wo ein Elektromagnet dazu dient, das größtmögliche Feld in einem Luftspalt zu erzeugen, da ist die Sättigungsinduktion im Eisen ausschlaggebend. Wenn das verlangte Feld größer ist als die Sättigungsinduktion, muß man die Pole des Magneten kegelig ausbilden (vgl. S. 141), und es kann sich lohnen, die Polschuhe aus der relativ teuren Legierung 50% Kobalt, 50% Eisen herzustellen, für welche die Sättigungsinduktion B_∞ ungefähr 10% höher liegt als für das beste handelsübliche Eisen. Mit Ausnahme von Kobalt erniedrigen alle Zusätze zu reinem Eisen das B_∞, so daß man möglichst reines Eisen für die Pole von Elektromagneten nimmt, wenn auch kohlenstoffarmer Stahl – sorgfältig ausgeglüht – nicht viel schlechter ist.

[1]) Der Verfasser verweist hier auf das britische Normblatt B.S. 1041/1943, „Temperaturmessung". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Vgl. Strong (1939) und die dort zitierten Literaturstellen.

[3]) Nach dem Taschenbuch von D'Ans und Lax maximal etwa 20 μ V/°C. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Siliziumstahl (üblicherweise etwa 4% Si, z. B. „Stalloy") hat große technische Bedeutung wegen seiner geringen Hystereseverluste bei vollen Magnetisierungskreisläufen mit einer Amplitude von ungefähr $B_{max} = 13000$ G. Er besitzt einen mehrfach größeren elektrischen Widerstand als reines Eisen, und das bewirkt eine Verminderung der Wirbelstromverluste in elektrischen

Tafel 4.7

Magnetisch weiche Werkstoffe

A. *Bei großer Induktion B zu verwendende Werkstoffe.*

	$4\pi \cdot I_{max}$
Weichstes Eisen	21500
Stahl mit 3,7% Silizium	19500
Eisen-Kobalt-Legierung (mit 40 bis 50% Co)	23000

Anmerkung:

Die *Permeabilität* von Eisen ist sehr empfindlich gegen Verunreinigungen. Ein typischer Wert für „Dynamoblech" bei $B = 8000$ G ist etwa $\mu = 5000$. Der *Hystereseverlust* beträgt bei 4%igem Siliziumstahl etwa 0,6 von dem für „Dynamoblech", wenn B_{max} zwischen 10000 und 13000 G liegt.

B. *Werkstoffe mit größter Permeabilität in schwachen Feldern.*

Material	μ_{Anf}	μ_{max}	Sättigung
Mumetall, Permalloy C	$3 \cdot 10^4$	$\approx 10^5$ bei $H = 0{,}05$ Oe	$B = 8000$ G bei $H = 0{,}5$ Oe
Supermalloy (USA, höchste Werte für derartige Legierungen)	$\approx 10^5$	$\approx 10^6$ bei $H = 0{,}003$ Oe	$B = 8000$ G bei $H = 0{,}05$ Oe

C. *Werkstoffe mit mittleren Permeabilitätswerten.*

Material	μ_{Anf}	μ_{max}	Sättigung
Radiometall, Permalloy B	2000	$2 \cdot 10^4$ bei $H = 0{,}3$ Oe	$B = 15000$ G bei $H = 3$ Oe
Rhometall, Permalloy D	1500	8000 bei $H = 0{,}5$ Oe	$B = 11000$ G bei $H = 5$ Oe

D. *Werkstoffe für Temperaturkompensationen (mit niedrigem* Curie-*Punkt).*

Material	Permeabilitätsänderung		im Temperaturbereich	
	von	bis	von	bis
30% Ni, 70% Fe	100	20	0° C	50° C
70% Ni, 30% Cu	25	6	0° C	60° C

Diese Tafel gibt die Eigenschaften handelsüblicher Werkstoffe, zu einer weitergehenden Information sind die Veröffentlichungen der Hersteller (z. B. Mond 1949) heranzuziehen.

Maschinen. Siliziumstahl ist der übliche Werkstoff für Transformatorkerne. Ein neues, jetzt eingeführtes Material ist 3%iger Siliziumstahl, der einer starken Kaltwalzung unterworfen wurde, die eine ausgerichtete Struktur[1]) hervorruft. Dieser Werkstoff zeigt ein im Vergleich zu normalem Siliziumstahl verbessertes magnetisches Verhalten, wenn die verwendete Magnetisierungsrichtung mit der Walzrichtung übereinstimmt.

Die Werkstoffe der Tafel 4.7 B sind durch hohe Permeabilität in schwachen magnetischen Feldern ausgezeichnet. Ihre Hysteresisschleifen sind sehr schmal, wobei die Sättigungsinduktion nicht besonders hoch ist. Eine der interessantesten Anwendungen dieser Materialien sind die Kerne von Niederfrequenztransformatoren. Diese Spezialwerkstoffe haben die Gestaltung dieser Bauteile revolutioniert, da bereits mit Kernen von relativ kleinem Querschnitt der Fluß im Kern sehr groß gemacht werden kann im Vergleich zu den magnetischen Verlusten. Die Kerne dürfen aber keiner nennenswerten Gleichstrommagnetisierung ausgesetzt werden, da sie bereits in ziemlich schwachen Feldern Sättigung erreichen und damit ihre charakteristische hohe Permeabilität verlieren. In ähnlicher Weise ergeben diese Legierungen hervorragende magnetische Abschirmungen, z. B. für Transformatoren und Galvanometer, solange die Störfelder schwach genug bleiben. Gewöhnlich müssen diese Abschirmungen selbst noch durch einen äußeren Schutz aus Eisen abgeschirmt werden. Die Eigenschaft, bereits in schwachen Feldern Sättigung zu erreichen, ist bei einer Anzahl von Geräten zum Feststellen schwacher magnetischer Felder angewendet worden (vgl. S. 195).

Die charakteristischen Eigenschaften der hochpermeablen Legierungen treten erst nach sorgfältiger Glühbehandlung auf (z. B. eine halbe Stunde bei 1000 °C in einer Wasserstoffatmosphäre), sie sind sehr empfindlich gegen Kaltbearbeitung, und man muß das Material schon nach jeder kleinen Verformung wieder ausglühen. Jedes Drehen oder Bohren nach der Glühbehandlung muß mit besonders geschärften Werkzeugen erfolgen, um eine Härtung durch Kaltverformung und die daraus folgende Verschlechterung der magnetischen Eigenschaften zu vermeiden.

Die Eigenschaften der Werkstoffe aus der Gruppe C der Tafel 4.7 sind denen der Gruppe B ähnlich, aber weniger extrem. Diese Stoffe behalten ihre Permeabilität, die anfangs kleiner ist als die der Werkstoffe aus der Gruppe B, bei höheren Feldstärken bei. Ihre Hauptanwendung finden sie bei Transformatorkernen für Ton- und niedrige Rundfunkfrequenzen.

Bei den in der Gruppe D der Tafel 4.7 aufgeführten Materialien liegt der CURIE-Punkt bei relativ niedrigen Temperaturen; ihre nützliche Besonderheit ist es, daß ihre Permeabilität bei normalen Temperaturen mit Erhöhung der Temperatur rapid absinkt. Sie können deshalb für die Kompensation von Temperatureinflüssen auf den permanenten Magnetismus und den Spulenwiderstand bei elektrischen Geräten eingesetzt werden, da ein magnetischer Nebenschluß aus einer dieser Legierungen einen bei steigender Temperatur kleiner werdenden Anteil des verfügbaren magnetischen Flusses abzweigt.

---

[1]) „Textur". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

4.17 Magnetisch harte Werkstoffe

Auch die für Permanentmagneten geeigneten Legierungen sind in den letzten Jahren sehr verbessert worden. Die normale Aufgabe eines Permanentmagneten ist das Aufrechterhalten eines magnetischen Feldes in einem Luftspalt (z. B. bei Drehspulinstrumenten, in Magnetrons) oder eines magnetischen Momentes (z. B. bei Kompaßnadeln, in Magnetometern). In jedem Falle ist das magnetische Material einem entmagnetisierenden Felde ausgesetzt, das man berechnen kann. Ein Werkstoff für Permanentmagneten muß deshalb eine beträchtliche Koerzitivkraft besitzen (siehe Abb. 4.5) und wird beim Gebrauch Bedingungen unterworfen sein, die in den in der Abbildung dargestellten Quadranten der Magnetisierungskurve fallen. Für einen magnetischen Kreis (wie er im Anhang dieses Kapitels behandelt werden wird, vgl. Abb. 4.11) ergibt die Berechnung, daß der Magnetwerkstoff am günstigsten ausgenutzt wird, wenn die Abmessungen so gewählt werden, daß das Produkt $B \cdot H$ seinen für das betreffende Material maximalen Wert erreicht. Werkstoffe für Permanentmagneten können deshalb (bei gleichem Volumen) anhand des Maximalwertes von $B \cdot H$ verglichen werden, der bei den einzelnen Materialien erreichbar ist. Die Tafel 4.8 zeigt, daß $(B \cdot H)_{\max}$ für einige der neueren Materialien viel höher liegt als für die alten Magnetstähle, so daß ein viel geringeres Volumen für eine bestimmte Aufgabe erforderlich ist. Wegen des hohen, $(B \cdot H)_{\max}$ entsprechenden Wertes der Koerzitivkraft werden die neuen Werkstoffe vielfach am günstigsten in Form relativ kurzer Blöcke angewendet, die mit Polstücken aus Weicheisen versehen werden. Eine derartige Konstruktion ist auch ihren mechanischen Eigenschaften gut angepaßt: Sie sind zu hart und spröde, um spanabhebend bearbeitet zu werden; sie müssen in der verlangten Form gegossen und durch Schleifen endbearbeitet werden.

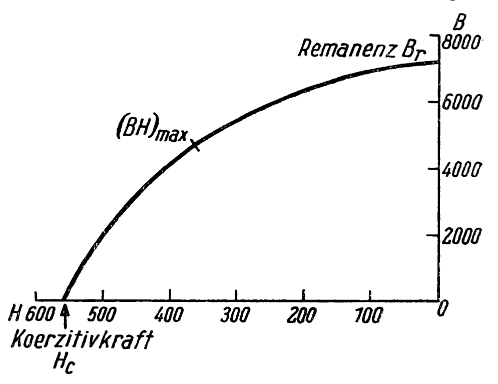


Abb. 4.5

Die anisotropen Legierungen der Tafel 4.8 erreichen ihre optimalen Eigenschaften, wenn sie nach der Bearbeitung geglüht und in einem Magnetfeld abgekühlt werden. Sie müssen dann mit der gleichen Richtung der Magnetisierung aufmagnetisiert und verwendet werden, wie sie während der Abkühlung vorlag; der Aufbau des magnetischen Kreises muß dieser Bedingung angepaßt werden.

Die Magnetisierung dieser Legierungen ist erheblich weniger temperaturempfindlich als die von Magnetstählen (die Änderung der Magnetisierung zwischen 0 und 100 °C liegt bei Alnico in der Größenordnung von 1 % und bei

Tafel 4.8

Beispiele von Werkstoffen für Permanentmagneten

Material	B_{rem} [G]	H_{Koerz} [Oe]	$(B \cdot H)_{max}$ [G · Oe]	B bei $(B \cdot H)_{max}$ [G]	H bei $(B \cdot H)_{max}$ [Oe]
Anisotrope Legierungen, z. B. Alcomax III, Alnico V (USA), Ticonal G	12500 bis 13500	600 bis 750	$4{,}5 \cdot 10^6$ bis $5{,}5 \cdot 10^6$	9500	500
Alnico-Legierungen	7500	550	$1{,}7 \cdot 10^6$	5000	350
Alni-Legierungen	5800	550	$1{,}25 \cdot 10^6$	3500	350
35%iger Kobaltstahl	9000	250	$0{,}95 \cdot 10^6$	6000	16
3%iger Kobaltstahl	7200	130	$0{,}35 \cdot 10^6$	4250	83
6%iger Wolframstahl	10500	65	$0{,}3 \cdot 10^6$	7000	43
Vicalloy (USA, duktil)	9000	300	$1 \cdot 10^6$	5500	180
Vectolite (USA, Sinteroxyd)	1600	900	$0{,}5 \cdot 10^6$	950	500

Diese Tafel gibt die Eigenschaften von verfügbaren Werkstoffen an. Für weitergehende Informationen vgl. TYRRELL (1950) oder die Veröffentlichungen der Hersteller.[1]

Wolframstahl von 10%); außerdem sind diese Legierungen beständiger gegen Entmagnetisierung durch Wechselfelder als Stahl. Eine konstante Leistungsfähigkeit der Magneten kann man dadurch erzielen, daß man sie künstlich gegenüber den Arbeitsbedingungen nach Abb. 4.5 etwas entmagnetisiert; jede kleine Magnetisierungsänderung durch äußere Felder erfolgt dann auf einer Neben-Hysteresisschleife, die eine beträchtlich geringere Neigung besitzt als die normale Magnetisierungskurve.

Die Eigenschaften der neuen Magnetlegierungen gestatten die Verwendung von Permanentmagneten in Fällen, die früher nur den Elektromagneten vorbehalten waren. Sie können z. B. ernsthaft für Massenspektrographen in Erwägung gezogen werden, sowie für α- und β-Strahlen-Spektrographen, wobei ihre naturgegebene Konstanz bei langen Belichtungszeiten offensichtlich von Vorteil ist.

---

[1] Der Verfasser verweist hier insbesondere auf die PERMANENT MAGNET ASSOCIATION, Sheffield.

Zum Vergleich seien noch die Werte für einen Sinterwerkstoff des VEB KERAMISCHE WERKE (Hermsdorf/Thür.) angegeben:

Material	B_{rem} [G]	H_{Koerz} [Oe]	$(B \cdot H)_{max}$ [G · Oe]	B_m [G]	H_m [Oe]
Maniperm...	1700 bis 2000	1300 bis 1600	$0{,}55 \cdot 10^6$ bis $0{,}8 \cdot 10^6$	1000	800

(D. Red. d. dtsch. Ausg.)

4.18 Unmagnetische Werkstoffe

Es macht keine Schwierigkeiten, Werkstoffe zu erhalten, die für normale Zwecke hinreichend unmagnetisch (d. h. frei von Ferromagnetismus) sind. In diesem Zusammenhang sei daran erinnert, daß die austenitischen Stähle (siehe § 4.4) paramagnetisch und nicht ferromagnetisch sind, was manchmal nützlich ist.

Es ist jedoch relativ schwierig, metallische Werkstoffe zu finden, die für die Verwendung in empfindlichen Magnetometern und ähnlichen Instrumenten genügend frei von ferromagnetischen Verunreinigungen sind. In kritischen Fällen muß man die Teile vor dem Einbau mit einem empfindlichen Magnetometer prüfen (Johnson und Steiner 1937), und es ist zu beachten, daß ein Stoff, der eine offensichtlich ordnungsgemäße para- oder diamagnetische Permeabilität zeigt, dennoch eine remanente Magnetisierung infolge ferromagnetischer Verunreinigungen besitzen kann; dieser Effekt kann aufgedeckt werden, wenn man mit einem empfindlichen Magnetometer nach der Einwirkung eines starken Magnetfeldes prüft.

Magnetische Verunreinigungen, in erster Linie Eisen, können beim Guß hereinkommen, einige Hersteller liefern deshalb Messing und Bronzen in besonderen, unmagnetischen Sorten. Chapman und Bartels (1940) geben Richtlinien für das Gießen von unmagnetischen Kupferlegierungen. Es ist festgestellt worden, daß man Kupfer durch Wärmebehandlung im Wasserstoffstrom (2 Stunden bei 850°) unmagnetisch machen kann; offenbar löst sich die Verunreinigung bei dieser Behandlung im Kupfergitter auf (Constant und Mitarbeiter 1943; vgl. auch B. S. I. R. A. 1924). Einige der handelsüblichen Leichtmetallegierungen entsprechen in dieser Hinsicht den Ansprüchen; Plexiglas ist ausgezeichnet, wo es anwendbar ist.

Es ist noch nicht geklärt, ob beachtenswerte Mengen von ferromagnetischen Verunreinigungen bei der gewöhnlichen Bearbeitung mit reinen Stahlwerkzeugen vom Material aufgenommen werden; es ist aber eine sinnvolle Vorsichtsmaßregel, mit Karbidschneiden versehene Werkzeuge zu benutzen und für hochgradige Sauberkeit bei der Arbeit zu sorgen.

4.19 Isolierstoffe

Die elektrisch isolierenden Werkstoffe werden üblicherweise in verschiedene Klassen eingeteilt:

a) Hochtemperaturisolatoren, zu verwenden oberhalb von, sagen wir, 200 °C. (Tafel 4.9.)
b) Isolatoren für allgemeine Zwecke, einschließlich der Textilstoffe und der Kunststoffe. (Tafeln 4.10 und 4.11.)
c) Drahtumhüllungen.
d) Isolierlacke, vielfach auch zum Imprägnieren von Textilstoffen und Spulen benutzt.
e) Isolieröle, in die elektrische Geräte eingetaucht werden, um das Verhalten bei hohen Spannungen zu verbessern oder um zur Kühlung beizutragen.
f) Isolatoren, die auch für elektrostatische Arbeiten ausreichen. (Tafel 4.12.)

Tafel 4.9. *Isolierstoffe für hohe Temperaturen*

Werkstoff	Wichte g/cm³	Dielektrizitätskonstante	Verlustwinkel	Durchschlagfestigkeit	Bemerkungen
Glimmer	2,75 bis 3	6,7	2 bis 8 · 10^{-4} bei 50 Hz; 2 · 10^{-4} bei 1 MHz	10 bis 20 kV für 0,1 mm	Dünne, biegsame Platten, bis 500° C verwendbar (einige Sorten bis 900° C). Der bernsteingelbe Phlogopit ist in den elektrischen Eigenschaften dem roten Muskovit unterlegen, verträgt aber höhere Temperaturen. Unter den Verwendungen sind zu nennen: Waschapparate und Separatoren, die unter Druck elektrisch beansprucht werden; Isolation von Heizelementen und Ofenwicklungen; Dielektrikum für Kondensatoren
Hartporzellan	2,3 bis 2,5	6	≈2 · 10^{-2} bei 50 Hz bis 1 MHz	30 kV für 1 mm; 90 kV für 5 mm	Zu verwenden bis 1400° C. Nach der Herstellung nicht einfach zu bearbeiten. Unter den Verwendungen sind zu nennen: Rohre für Öfen und Perlen zur Isolierung von Drähten bei hohen Temperaturen
Spezialkeramiken für Hochfrequenz	2,7				Verwendet als Spulenkörper und Kondensatordielektrikum bei Hochfrequenz. Die Typen 2 und 3 können bei Verwendung als Kondensatordielektrikum so kombiniert werden, daß sie temperaturkompensierte Kondensatorkombinationen ergeben
Typ 1		6	10^{-3} bei 50 Hz; 3 · 10^{-4} bei 1 bis 50 MHz;		
Typ 2		80 (negativer Temperaturkoeffizient)	3 · 10^{-4} bei 1 bis 50 MHz		
Typ 3		20 (Temperaturkoeffizient positiv oder Null)	3 · 10^{-4} bei 1 bis 50 MHz		

Steatit	2,6 bis 2,8	5,5 bis 6,5	$2 \cdot 10^{-3}$ bei 50 Hz	5 bis 10 kV für 1 mm; 800 V für 5 mm bei 900° C	Kann vor der Sinterung fertig bearbeitet werden. Gesintertes Material wird bei etwa 1500° C weich. Gibt gute Isolation bei 600° C und ist bei höheren Temperaturen noch brauchbar. Unter den Verwendungen sind zu nennen: Teile von Vakuumröhren, spanabhebend bearbeitete Bauteile
Aluminiumoxyd	3,0 bis 3,9	bis 9,9 (gesintert)		800 V für 5 mm bei 1200° C	Als Rohre und Stangen im Handel erhältlich. Läßt sich nach der Herstellung nicht mehr gut bearbeiten. Unter den Verwendungen sind zu nennen: Ofenkörper und andere Bauteile für Temperaturen bis zu 1900° C
Zirkonoxyd, Magnesiumoxyd, Thoriumoxyd, Berylliumoxyd					Spezialisolierstoffe für hohe Temperaturen
Glas (Hartglas)	2,25	4,5	$\approx 3 \cdot 10^{-3}$ bei 30 kHz, steigt mit der Temperatur	19 kV für 1 mm	Wird infolge Elektrolyse bereits bei Temperaturen weit unter dem Schmelzpunkt leitend. Pyrex-Hartglas und andere hoch silikathaltige Gläser sind elektrisch günstiger als weiche Gläser
Quarzgut	2,0 bis 2,2	3,5 bis 3,7	$\approx 3 \cdot 10^{-4}$ bis 50 MHz	20 bis 40 kV für 1 mm	Unter den Verwendungen sind zu nennen: Rohre für Öfen, Isolatoren für Thermoelemente, für Widerstandsthermometer und für allgemeine Zwecke bis 1000° C; höhere Temperaturen bei kurzer Dauer

Tafel 4.9 (Fortsetzung)

Werkstoff	Wichte g/cm³	Dielektrizitätskonstante	Verlustwinkel	Durchschlagfestigkeit	Bemerkungen
Asbest				2 kV für 0,25 mm	Erhältlich als Papier, Pappe, Schnur oder gewebtes Tuch. Elektrische Eigenschaften mäßig; als Drahtisolation bis 150° C für Dauerbetrieb und bis 250° C bei intermittierendem Betrieb. Greift bei höheren Temperaturen Metalle an
Asbest-Zement-Pappe	1,5			3 kV für 6 mm	Ziemlich spröde, zersplittert bei hohen Temperaturen. Verwendung als erste Isolation nicht zu empfehlen, wird aber für feuerfeste Isolierungshüllen benutzt, als Lichtbogenschutz in Schaltern usw.

4.20 Kunststoffe

Eine Vielzahl organischer, harzartiger Werkstoffe ist in den letzten Jahren industriell in Gebrauch gekommen. Ihre Gießbarkeit kann gewöhnlich in einer Laboratoriumswerkstatt nicht ausgenutzt werden; wenn man also nicht fertige Gußstücke verwenden kann, müssen Kunststoffe wie Metalle verarbeitet und zerspant werden. Am häufigsten werden sie im Laboratorium als elektrische Isolatoren eingesetzt, die leicht zu bearbeiten und recht fest sind. Sie sind aber auch für mechanische Konstruktionen nützlich, bei denen ein leichtes Gewicht von Bedeutung ist und keine großen Spannungen auftreten.

Die Kunststoffe werden üblicherweise in (thermisch) härtbare und thermoplastische Materialien[1]) eingeteilt: Die ersteren erleiden bei der ersten Formung in der Hitze eine irreversible Veränderung, sie sind danach starr und bei allen Temperaturen bis zum Beginn der Verkohlung unschmelzbar; die letzteren können wiederholt durch Erhitzen weich gemacht werden.

Die Tafel 4.13 faßt die Eigenschaften einiger der wichtigsten Gruppen von Kunststoffen zusammen, die im Laboratorium Anwendung finden.

4.21 Bemerkungen zu den Werkstoffen der Tafel 4.13

Die Bakelit- (Phenol-Formaldehyd-) Kunstharze werden gewöhnlich nicht ohne passive Füllstoffe verwendet; man hat aber auch schon

[1]) In der englischsprachigen Literatur: „thermo-setting" und „thermo-plastic". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 4.10 *Isolierstoffe für allgemeine Zwecke*

Werkstoff	Dielektrizitätskonstante	Verlustwinkel	Ungefähre elektrische Festigkeit (Durchschlag oder Durchbruch)	Bemerkungen
Gummi	2,5		90 kV für 3 mm	Unvulkanisiert oder schwach vulkanisiert. Unbrennbar, oxydiert aber. Temperaturen unterhalb 90° C
Hartgummi	2,5 bis 4	0,01 bis 0,04 bei Rundfunkfrequenzen		Die Eigenschaften hängen von den Füllstoffen ab
Trockenes Papier				Unter Öl verwendbar
Preßpappe			30 kV für 3 mm	
Vulkanfiber			7 kV für 3 mm	Mechanisch fest. Nicht für die erste Isolation zu empfehlen
Phenolharz-Schichtpreßstoffe (Pertinax u. ä.)			25 kV für 3 mm[1]), Spezialwerkstoffe teilweise besser	Sehr vielfältige Verwendung, insbesondere zum Aufbau von Teilen elektrischer Anlagen. Die englische Norm[1]) verlangt eine Isolation von 1000 MΩ zwischen Klemmen mit 32 mm Abstand. Geringe Kriechstromfestigkeit. Derartige Werkstoffe sind auch als Rohre erhältlich
Isolierband[2]) ...			1 kV	
Polyvinylchlorid	6 bis 9		25 bis 30 kV für 2 mm	Drahtummantelungen und Isolierschläuche
Nylon (Perlon)..	4	0,02	25 kV für 2 mm	
Polystyrol......	2,5	$2 \cdot 10^{-4}$	62 kV für 1,5 mm	Für Hochfrequenzzwecke, als elektrostatischer Isolator
Polyäthylen	2,3	$2 \cdot 10^{-4}$	62 kV für 1,5 mm	Für Hochfrequenzkabel, als elektrostatischer Isolator
Teflon (Polytetrafluoräthylen, PTFE)	2	10^{-4}	30 kV für 1,5 mm	Für Hochfrequenzzwecke, als elektrostatischer Isolator

[1]) Englische Norm B.S. 113.
[2]) Nach der englischen Norm B.S. 1078.

Tafel 4.11

Bemerkungen über Isolierstoffe für elektrische Spulen usw.

1. *Temperaturklassen*[1])

Klasse	Beschreibung	Heißester Punkt[2])	Temperatur-anstieg (*a*)	Maximale Temperatur (*b*)
0	Baumwolle, Seide, Papier (weder imprägniert noch getränkt).............	90° C		
A	Baumwolle, Seide, Papier (imprägniert oder getränkt); Kunstharze und Schichtpreßstoffe; Lacke und Emaille auf Leitern	105° C	55° C bei natürlicher Kühlung; 75° C bei verstärkter Kühlung	110° C
B	Glimmer, Asbest, Glasfaser mit Bindemitteln..	130° C	75° C (trocken)	145° C
C	Glimmer, Glas, Porzellan usw. (anorganische Stoffe)			

a) Die Temperaturanstiege werden aus Widerstandsmessungen der Spulen bestimmt.[3]) Die maximale Umgebungstemperatur ist 40° C.

b) Dies sind die maximalen Arbeitstemperaturen für stark belastete Motorwicklungen[4]), ermittelt aus Widerstandsmessungen.

2. Die *Drahtisolation* hat bei Wicklungen die wichtige mechanische Aufgabe, die Windungen und Schichten gegeneinander „abzufedern“; fest gewickelter Lackdraht verhält sich in dieser Hinsicht nicht sehr befriedigend. Man kann umsponnenen Lackdraht zum Wickeln benutzen oder zwischen die Schichten Papier einlegen. Neuerdings ist Lackdraht mit Kunstharzüberzug erhältlich, dieser ist bruch- und abriebfester als der nur mit Lack überzogene Draht.

Mindestdurchschlagspannungen zwischen den Windungen:

a) Lackdraht[5]), 1 Minute Belastung

blanker Durchmesser	Effektivwert
0,001 bis 0,002 mm	150 V
0,005 mm	350 V
0,018 mm	1000 bis 1200 V

[1]) Nach Festlegungen der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (1935); vgl. auch die englische Norm B.S. 171.

[2]) Bestimmungen der A. I. E. E., entsprechend den deutschen VDE-Bestimmungen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[3]) Nach der englischen Norm B.S. 171.

[4]) Nach der englischen Norm B.S. 178.

[5]) Nach der englischen Norm B.S. 156.

Tafel 4.11 (Fortsetzung)

b) Einmal in Imprägnierlack getauchter umsponnener Draht erhält eine Durchschlagspannung von ungefähr 1000 V zwischen den Windungen.
Mit Glasfasern isolierter Draht ist für Spulen vorteilhaft, die hoch belastet werden müssen. Wenn man dabei organische Bindematerialien verwendet, begrenzen diese die zulässigen Temperaturen; neuerdings wurden Silikone für diesen Zweck benutzt. Die mechanischen Eigenschaften von derartigen Glasisolationen sind nicht besonders gut.

3. *Transformatoröl*[1]) soll eine Mindestdurchschlagspannung von 40 kV_{eff} für einen 4-mm-Spalt zwischen 13-mm-Kugeln besitzen. Dieser Wert kann nur bei völlig trokkenem Öl erreicht werden.

Tafel 4.12

Isolierstoffe für Elektrometerschaltungen

a) *Hartgummi.* Wird von Licht und durch Oxydation angegriffen, wird heute üblicherweise nicht mehr für Elektrometerzwecke verwendet.

b) *Schwefel.* Wurde früher als isolierende Einbettung bei Elektroskopen benutzt, muß sorgfältig bei nicht zu hoher Temperatur vergossen werden und ist vor Licht zu schützen.

c) *Hartparaffin.* Ein sehr guter Isolator, brauchbar für kurzzeitige Verwendung, nicht hygroskopisch.

d) *Bernstein,* Preßbernstein. Leicht zu bearbeiten, gute Isolatoren.

e) *Quarzgut.* Kann mit konzentrierter Säure und in der Gebläseflamme gereinigt werden, ist mechanisch fest, aber schwierig zu bearbeiten. Die Oberfläche ist leicht hygroskopisch.

f) *Plexiglas* (Methacrylat-Harz). Mäßig guter Isolator, Oberfläche hygroskopisch.

g) *Polystyrol.* Außergewöhnlich guter Isolator, praktisch nicht hygroskopisch; leicht spanabhebend zu bearbeiten.

h) *Polyäthylen.* Weich und biegsam, nicht hygroskopisch.

i) *Polytetrafluoräthylen.* Außergewöhnlich guter Isolator, bis 250° C verwendbar. Kann mit konzentrierter Säure gereinigt werden.

reines Gießharz[2]), das durch Wärme in einfachen, offenen Formen polymerisiert werden kann, zur Herstellung von Modellen für spannungsoptische Untersuchungen benutzt, auch andere Laboratoriumsanwendungen dieses Werkstoffes erscheinen möglich. Die fabrikmäßig verstärkten Werkstoffe[3]) besitzen gute mechanische Eigenschaften, sie werden z. B. für geräuscharme Getriebe verwendet, bei denen ein Kunststoffzahnrad mit einem Stahlritzel im Eingriff steht; die Anwendung dieser Stoffe für elektrische Zwecke ist jedoch auf Arbeiten bei niedrigen Spannungen beschränkt. Die mit Papier verstärkten Materialien besitzen die besten elektrischen Eigenschaften in dieser Gruppe

[1]) Nach der englischen Norm B.S. 148/1951.
[2]) Englischer Handelsname „Catalin". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)
[3]) Preß- und Schichtstoffe = Kunstharze mit Füllstoffen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 4.13 *Kunststoffe (Plaste)*

Bezeichnung	Wichte g/cm³	Zerreißfestigkeit kg/mm²	Erweichungstemperatur oder maximale Gebrauchstemperatur [°C]	Verwendungszwecke
A. Thermisch härtbare Kunstharze				
a) Phenol-Formaldehyd, Gießharz ohne Füllstoff	1,33	1 bis 4	120	
mit Füllstoff (mehr oder weniger isotrop)	1,3 bis 2,0	4 bis 6	120 bis 150	Gegossene Isolatoren und mechanische Bauteile
Schichtstoffe mit Papier- oder Textileinlage	1,3 bis 1,5	6 bis 10 Spezialerzeugnisse bis 32	120 bis 150 je nach dem Füllstoff	Isolatoren (siehe Tafel 4.10) Mechanische Bauteile einschließlich Zahnräder (vgl. § 4.21)
b) Harnstoff-Formaldehyd (mit Füllstoffen)	1,45 bis 1,55	≈4	75	Kriechstromfeste Isolatoren
c) Melaminharz (mit Füllstoffen)	1,5 bis 2,0	4 bis 8	110 bis 180 je nach dem Füllstoff	Kriechstromfeste Isolatoren
d) Alkyd- oder Polyesterharze (phthalsaures Glyzerin usw.)				Lacke
e) Kalthärtende Spezialkunstharze, die mit Beschleunigern angesetzt werden				Klebstoffe. Hermetische Einbettung von elektrischen Bauteilen
f) Araldit				Siehe § 4.13
B. Thermoplastische Kunststoffe				
a) Nitrozellulose (Zelluloid)	1,35 bis 1,40	2 bis 7	60	Lacke und Klebstoffe; Filme

Nicht im einzelnen betrachtet wurden hier Werkstoffe, die Kasein, natürlichen und synthetischen Gummi oder Hartgummi enthalten.

Tafel 4.13 (Fortsetzung)

Bezeichnung	Wichte g/cm³	Zerreiß-festigkeit kg/mm²	Erweichungs-temperatur oder maximale Gebrauchs-temperatur [° C]	Verwendungs-zwecke
b) Azetatzellulose	≈1,3	3 bis 6	50 bis 100	Dünne, durch Verdampfung einer Lösung hergestellte Filme auf Glas, Wasser, Quecksilber
c) Nylon (Perlon)	1,15	6 (Maximum für den kompakten Zustand) 32 bis 38 bei Fäden	150	Feste Fäden und Filme
d) Polyvinylester (insbesondere das Chlorid PVC)	1,2 bis 1,4	1 bis 2	100	Drahtummantelungen und andere biegsame, wasserfeste Hüllen
e) Methylmethacrylat (Plexiglas usw.)	1,2	≈5	80	Durchsichtige Schutzhüllen und Instrumentenbauteile
f) Polystyrol	1,05	5	≈80	Hervorragende elektrische Eigenschaften. Durchsichtige Hüllen und Instrumentenbauteile
g) Polyäthylen	0,9	1	100	Hervorragende elektrische Eigenschaften. Sehr geringe Wasserabsorption. Biegsame Umhüllungen usw.
h) Polytetrafluoräthylen (PTFE, Fluon, Teflon)	2,2	gegossen etwa 1, kalt gewalzt 7 bis 10		Hervorragende elektrische Eigenschaften. Beständig gegen Chemikalien. Selbstschmierende Eigenschaften

(s. Tafel 4.10) und werden vielfach für Einbauteile elektrischer Geräte benutzt. Wir haben dabei gelegentlich ungenügende Isolationswiderstände gefunden, so daß es angebracht sein dürfte, den Werkstoff vor der Verwendung für Hochspannungs-Schwachstrom-Arbeiten erst zu prüfen. Viele dieser Substanzen lassen sich recht gut zerspanen, obgleich man dabei darauf achten muß, daß ein Aufreißen der Schichten bei den lagenweise verstärkten Materialien vermieden wird (insbesondere muß man sie beim Bohren dicht auf eine Unterlage auflegen, in die der Bohrer leicht eindringt); außerdem machen sie die Werkzeuge schnell stumpf.

Methakrylatharz (Plexiglas) ist für sichtbares Licht gut durchlässig, das normale Material schneidet das Ultraviolett bei 3000 Å ab. In geringem Ausmaß ist es für optische Zwecke eingesetzt worden (hierfür gibt es eine Spezialsorte), wir haben z. B. zylindrische Kondensorlinsen aus gewöhnlichem Plexiglas[1]) durch Drehen und Polieren hergestellt. Plexiglas ist besonders geeignet für durchsichtige Instrumentendeckscheiben, als Schutz für auf Papier aufgetragene Skalen usw. Es ist ein sehr guter Isolator (aber nicht so gut wie Polystyrol und Polyäthylen), und seine elektrostatischen Aufladungen können sehr störend werden, wenn es sich in der Nähe von empfindlichen bewegten Systemen befindet. Plexiglas läßt sich ausgezeichnet spanabhebend bearbeiten; es ist weich genug, um bei 110 bis 130 °C gebogen oder in Form gepreßt zu werden, einfaches Biegen kann sogar schon unter heißem Wasser vorgenommen werden.

Polystyrol[2]) ist ebenfalls ein reiner thermoplastischer Werkstoff. Es ist nicht hygroskopisch und ist mit den besten Isolatoren für elektrostatische Zwecke vergleichbar. Es hat bei Rundfunkfrequenzen einen sehr niedrigen Verlustfaktor. Es läßt sich sehr leicht zerspanen und wird bei etwa 800 °C verformbar weich.

Polyäthylen[3]) ist ein ganz besonders guter Isolator für Gleichstrom und für Hochfrequenz. Es ist ein zähes, biegsames Material, das die Herstellung von biegsamen Hochfrequenzkabeln ermöglicht hat, deren Verluste bei 200 MHz klein und bei 3000 MHz noch tragbar sind.

Polytetrafluoräthylen (Fluon, Teflon, PTFE) ist ebenfalls ein ganz besonders guter Isolator für Gleichstrom und für Hochfrequenz. Es ist in hohem Grade unempfindlich gegen chemische Angriffe. Bis zu ziemlich hohen Temperaturen ist es hart und zersetzt sich nicht, so daß es noch bei 250 bis 300 °C verwendet werden kann. Dieser Werkstoff erfordert eine besondere Gießtechnik. In der Laboratoriumspraxis werden Isolatoren spanabhebend aus dem Vollmaterial angefertigt; sie können dann mit scharfen Mitteln gereinigt werden, z. B. durch Kochen in konzentrierter Salpetersäure unmittelbar vor dem Einbau. Das ist ein wichtiger Vorteil dieses Materials gegenüber anderen Kunststoffen.

[1]) Englischer Handelsname „Perspex". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Englische Bezeichnung: „Polystyrene", englischer Handelsname: „Distrene". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[3]) Englische Bezeichnung: „Polyethylene", englische Handelsnamen: „Polythene", „Alkathene". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

4.22 Glas

Seine Durchsichtigkeit, seine leichte (wenn auch eigentümliche) Verarbeitung und seine chemische Widerstandsfähigkeit haben dem Glas eine einzigartige Bedeutung in der Geschichte der Laboratoriumstechnik gegeben. Alle gewöhnlichen Gläser sind homogene Mischungen von Silikaten und Boraten, die aus dem geschmolzenen Zustand ohne Kristallisation abgekühlt wurden. Sie sind also unterkühlte Flüssigkeiten, und beim Erhitzen nimmt ihre Zähigkeit kontinuierlich ab (Abb. 4.6). Es gibt dabei keinen definierten

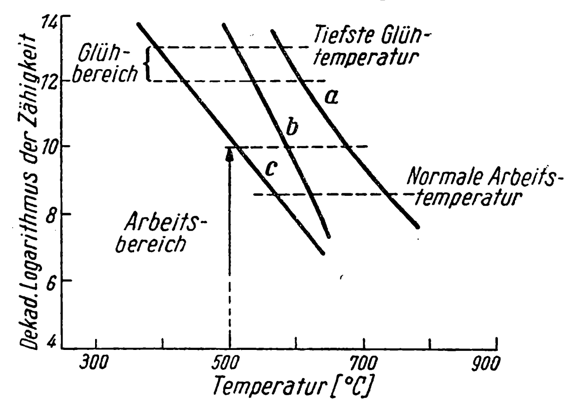


Abb. 4.6. Zähigkeit als Funktion der Temperatur für verschiedene Gläser[1]. a) Borosilikatglas (CHANCE GHA); b) Natron-Kalk-Glas (CHANCE GSA); c) Bleiglas (CHANCE GSB)

Schmelzpunkt, so daß man Gläser durch die Temperaturen kennzeichnet, bei denen ihre Zähigkeit bestimmte Werte annimmt. Der Prozeß des Glasblasens benutzt diese Zähigkeitsänderungen. Andererseits benimmt sich Glas bei gewöhnlichen Temperaturen wie ein spröder Festkörper mit guten elastischen Eigenschaften; die optische Werkstattechnik beruht auf der Verarbeitung von Glas in diesem Zustand. (Zu den Arbeitsverfahren für die optische Werkstatt vgl. STRONG 1938, TWYMAN 1942.)

4.23 Glas als mechanischer Werkstoff

Glas ist sehr druckfest, seine Zugfestigkeit unterliegt jedoch von Stück zu Stück großen Schwankungen und ist sehr empfindlich gegen kleine Oberflächenrisse. Wo Zug- oder Biegefestigkeit verlangt ist – wenn etwa an einem

---

[1]) Als Beispiele für deutsche Erzeugnisse seien die entsprechenden Gläser des VEB JENAer GLASWERK SCHOTT & GEN. genannt:
GHA entspricht Rasotherm,
GSA entspricht 16^{III},
GSB entspricht 1447^{III} oder 1639^{III} (dies sind Borosilikatgläser; da später in § 5.A 1 CHANCE GSB ebenfalls als Borosilikatglas bezeichnet wird, dürfte die Bezeichnung „Bleiglas“ hier ein Irrtum sein). (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Druck- oder Vakuumgefäß ein ebenes Fenster eingesetzt werden soll – ist es oft vorteilhaft, „zähgemachtes“ oder „gepanzertes“ Glas[1]) zu verwenden, das eine Wärmebehandlung erfahren hat, durch die die Oberfläche eine Druckvorspannung erhält, so daß beträchtliche Kräfte aufgebracht werden müssen, bevor sich das Vorzeichen der Spannung in der Oberfläche umkehrt. Derartiges Glas muß fertig – in Form geschnitten und mit allen Bohrungen – von den Herstellern bezogen werden, da es nach der Wärmebehandlung nicht mehr geschnitten oder geritzt werden kann.[2])

Normales Glas ist als Scheiben (aus dem geschmolzenen Material gezogen) und als Platten (gegossen und poliert) im Handel. Plattenglas hat eine Oberfläche, die für gröbere optische Arbeiten eben genug ist; durch Aussuchen kann man kleine Stücke mit einem höheren Ebenheitsgrad finden. Es gibt ein Spezialerzeugnis namens „Zwillingsflächen“-Glas, dessen Oberflächen viel genauer parallel sind als bei einer gewöhnlichen Platte. Glasscheiben und -platten schneidet man mit einem Diamanten, einem gehärteten Stahlrädchen oder mit einem Wolframkarbidwerkzeug. Genaue Schnitte in dickem Glas werden am besten mit einem dünnen Stahlrädchen ausgeführt, in das Diamantstaub eingelagert ist und das wie eine Kreissäge gebraucht wird. Bohrungen werden in Glas mit einem Kupferrohr hergestellt, das von einer Bohrmaschine angetrieben wird, wobei Karborundpulver und Wasser zugeführt werden; neuerdings sind harte, dreischneidige Bohrer aus Wolframkarbid entwickelt worden, die Glas gut bohren. Bei diesen beiden Verfahren muß besondere Sorgfalt darauf verwendet werden, zu verhindern, daß der Bohrer am Ende des Schnittes gewaltsam durchgestoßen wird; am sichersten ist es, vor dem Bohren ein Stück Abfallglas mit Wachs auf die Rückseite des Werkstückes zu kleben. Glaskästen, die allen normalen Lösungsmitteln standhalten, kann man durch Kleben mit Araldit (siehe § 4.13) herstellen, wobei man eine einfache Spannvorrichtung zum Halten der Platten benutzen muß, bis der Kleber im Ofen polymerisiert und damit erhärtet ist.

4.24 Glasblasen

Beim laboratoriumsmäßigen Glasblasen wird das Glas in einer Gebläseflamme auf die für die Verarbeitung erforderliche Zähigkeit gebracht. Die Haupttypen der für Laboratoriumsgeräte benutzten Gläser sind weiches Natronglas und Borosilikatgläser, wie „Pyrex“ und „Chance GHA“; die anderen Gläser der Tafel 4.14 werden für Sonderzwecke verwendet. Weichglas wird im Leuchtgas-Luft-Gebläse verarbeitet und Hartglas in einem Gas-Sauerstoff-Gebläse oder in einem Gas-Luft-Gebläse mit Sauerstoffanreicherung.

---

[1]) Sicherheitsglas, z. B. „Securit“. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Es muß auf die Gefahr für Leib und Leben hingewiesen werden, die beim Zerbrechen eines evakuierten Glasgefäßes beliebiger Größe (einer „Implosion“ – D. Red. d. dtsch. Ausg.) auftritt. Splitter können dabei mit großer Heftigkeit abgeschleudert werden. Eine Kathodenstrahlröhre z. B. muß mit großer Vorsicht behandelt werden und soll im normalen Gebrauch durch eine Schutzscheibe aus Panzerglas betrachtet werden.

Tafel 4.14

Eigenschaften von Gläsern

A. *Gläser für die Glühlampenherstellung*

Bezeichnung	Wichte [g/cm³]	Glühtemperatur [°C]	Ausdehnungskoeffizient	Anwendungen
Natron-Kalk-Glas..	2,5	510	$8{,}7 \cdot 10^{-6}$	Lampenkolben, chemische Apparate
Blei-Natron-Kali-Glas	3,0	390	8,6 bis $9{,}1 \cdot 10^{-6}$	Fußeinschmelzungen. Besserer elektrischer Widerstand als Natron-Kalk-Glas
Borosilikat-Glas (Pyrex-Glas)	2,25	560	$3{,}3 \cdot 10^{-6}$	Laboratoriumsgeräte, Vakuumapparaturen
Borosilikat-Einschmelz-Gläser.... (eine Folge von Gläsern)	2,23 bis 2,30	570 bis 450	$3{,}8 \cdot 10^{-6}$ bis $5{,}0 \cdot 10^{-6}$	Verschmelzungen mit W, Mo, Fe-Ni-Co-Legierungen (vgl. den Anhang zu Kap. V)
Quarzgut	2,0 bis 2,2	1050	$0{,}6 \cdot 10^{-6}$	(vgl. § 4.25)

Bemerkungen:

Die Glühtemperatur entspricht annähernd einer Zähigkeit von 10^{13} CGS-Einheiten. Bei dieser Temperatur verschwinden die Spannungen mit einer Zeitkonstante von wenigen Minuten, und ein evakuierter Kolben wird zusammengedrückt. Die Arbeitstemperatur beim Glasblasen liegt 150 bis 200° höher.

Der angegebene Ausdehnungskoeffizient gilt für normale Temperaturen. Die Ausdehnung verläuft nicht streng linear, sondern steigt in der Nähe der Glühtemperatur merklich an.

B. *Scheiben und Platten aus Natron-Kalk-Glas*
Wichte etwa 2,5 g/cm³
Ausdehnungskoeffizient etwa $8{,}0 \cdot 10^{-6}$

C. *Optische Gläser*
(Vgl. den Anhang zu Kap. VIII)

D. *Spezialgläser*

Glas für Vakuumeinschmelzungen	Vgl. den Anhang zu Kap. V
Glas für Eisenverschmelzung..........	Verschmelzungen mit Eisen, z. B. Drahtglasfenster für Betriebsanlagen
Zwischenschaltgläser	Verbindung verschiedener Glassorten über stufenweise Anschmelzungen; Verbindung von geschmolzenem Quarz mit Glas

Tafel 4.14 (Fortsetzung)

Glaslote	Verbindung von Glasteilen bei relativ niedriger Temperatur
LINDEMANN-(Lithium)-Glas	Für die Austrittsfenster von Röntgenröhren und für röntgenstrahlendurchlässige Reagenzgläser
Alkalimetallfestes Glas	Für Natriumdampflampen
Glas hoher Leitfähigkeit	Glaselektroden für p_H-Wert-Bestimmungen
Thermometergläser	Für Quecksilberthermometer mit hoher Nullpunktskonstanz
Glühgläser (z. B. Jenaer „Supremax")	In chemischen Apparaten für hohe Temperaturen

Das für die Verarbeitung wichtigste Kennzeichen von Hartglas ist seine Widerstandsfähigkeit gegen einen Temperaturschock, d. h. gegen das Zerspringen bei plötzlichen oder örtlichen Temperaturänderungen. Diese Eigenschaft verdankt es seinem niedrigen Ausdehnungskoeffizienten in Verbindung mit seiner guten mechanischen Festigkeit. Bei allen nicht ganz einfachen Glasbläserarbeiten kommt es vor, daß ein Teil des Werkstückes sich unter die Glühtemperatur abkühlt, während andere Teile bearbeitet werden; die hierdurch verursachten Sprünge sind der Hauptkummer für den nicht-berufsmäßigen Glasbläser beim Verarbeiten von Weichglas.[1]) Hartglas ist in dieser Hinsicht viel bequemer, man muß aber dabei nach Abschluß des Glasblaseprozesses die inneren Spannungen durch Ausglühen beseitigen. Einige Operationen, wie etwa das Biegen, sind bei Hartglas schwieriger durchzuführen als bei Weichglas (hauptsächlich wegen der begrenzten Wirksamkeit der Laboratoriumsbrenner), und Hartglasverbindungen enthalten oft feine Poren, die bei Weichglas nahezu unbekannt sind.

Es können hier nur ein paar ganz allgemeine Grundsätze für den praktischen Umgang mit Glas vor dem Gebläse angegeben werden, die Geschicklichkeit bei der Handhabung muß durch die Praxis erworben werden. Die Hauptschwierigkeit liegt in der vollständigen Koordinierung der Bewegungen beider Hände, wenn man zwei Teile eines Rohres hält, die durch weitgehend erweichte Glasmasse verbunden sind. Der geschickte Glasbläser erreicht diese Koordinierung und kann so mit sehr weicher Verbindungsmasse arbeiten; der unerfahrene Arbeiter versucht, nur einen Teil des Rohres weich zu machen und so einen bestimmten Grad von steifer Verbindung zu behalten. Man darf von diesem Notbehelf in gewissem Maße Gebrauch machen, bei der Verarbeitung von großen Rohren ist das sogar unvermeidlich, man muß aber die Teile stets gründlich miteinander verschmelzen, wenn man eine Verbindung herstellt, d. h. jeder Bereich muß einmal in den vollständig flüssigen Zustand gebracht worden sein; außerdem muß am Schluß der Operation das ganze Stück zur Beseitigung von inneren Spannungen noch einmal hinreichend weich gemacht werden. Für große und komplizierte Stücke wird man das durch Glühen im Ofen erreichen, bei der normalen Laborato-

[1]) In heißem Glas – oberhalb der Glühtemperatur – können keine Sprünge auftreten.

riumsarbeit wird es jedoch vielfach vor dem Gebläse gemacht, wobei man eine breite Flamme benutzt. Dieses Ausglühen stellt sicher, daß keine bleibenden Spannungen auftreten, wenn das gesamte Werkstück gleichmäßige Temperatur angenommen hat; es ist aber immer noch möglich, daß das Glas beim Abkühlvorgang springt, wenn verschiedene Teile des Aufbaues mit unterschiedlicher Geschwindigkeit abkühlen. Man kühlt deshalb das heiße Glas langsam im Ofen ab oder in einer breiten, rußenden Flamme ohne Luft oder Sauerstoff. In ähnlicher Weise wird man den Beginn der Erhitzung eines Glasteiles in einer breiten, kühlen Flamme unter dauerndem Drehen durchführen, bis das Glas so heiß ist, daß die Gefahr des Springens vorüber ist. Diese Vorsichtsmaßregeln sind bei stark gedehntem Weichglas besonders nötig.

Man muß die Wände eines Werkstückes aus Glas auf ungefähr gleicher Dicke halten, um von ungleichmäßiger Erhitzung oder Abkühlung herrührende Spannungen zu vermeiden. Für die normale Laboratoriumsarbeit hat diese Regel den Vorrang gegenüber der äußeren Symmetrie des Werkstückes. Wenn man in ein bearbeitetes Werkstück bläst, unmittelbar wenn man es aus der Flamme nimmt, dann werden die dünnsten Wände weiter aufgeblasen; man benutzt diese Tatsache, wenn man in ein Glasrohr ein Loch blasen will (z. B. für ein Ansatzrohr). Wenn der Glasbläser jedoch einige Sekunden wartet, bevor er bläst, dann sind die dünneren Teile auf eine niedrigere Temperatur abgekühlt als die dickeren, und es werden vorzugsweise die letzteren aufgeblasen. Dieses Verfahren benutzt man zum Ausgleichen der Wandstärke eines Werkstückes.

4.25 Quarzgut

Reines Siliziumdioxyd bildet geschmolzen ein typisches Glas, das wichtige Anwendungen findet. Es wird kommerziell hergestellt als ein klares, durchsichtiges Glas oder auch als eine weiße, durchscheinende Masse, die durch winzige Bläschen getrübt ist. Letzteres, das viel billiger ist als der durchsichtige Quarz, wird für die Rohre von Glühöfen usw. gebraucht. Wenn es für Vakuumzwecke verwendet wird, muß seine Oberfläche durch einen Schmelzfluß glasiert werden; man kann Rohre gleich in diesem Zustand kaufen. Das klare Material kann in einer Wasserstoff-Sauerstoff-Flamme wie Glas geblasen werden (für sehr kleine Werkstücke reicht ein Leuchtgas-Sauerstoff-Gebläse aus).[1] Der zur Bearbeitung geeignete Temperaturbereich ist eng, und bei der Arbeitstemperatur findet eine schnelle Abkühlung durch die Wärmestrahlung statt, so daß man das Blasen größtenteils schon durchführen muß, während das Werkstück sich noch in der Flamme befindet (im Gegensatz zur normalen Praxis der Glasbearbeitung). Der geringe Ausdehnungskoeffizient des Materials (siehe Tafel 4.14) gibt ihm eine so hohe Widerstandsfähigkeit gegen einen Temperaturschock, daß Teile in normalen Abmessungen bei plötzlichen Temperaturänderungen nie zerspringen.

---

[1]) Bei der Verarbeitung von Quarz im Gebläse muß man eine dunkle Schutzbrille tragen.

Die hervorragendsten Eigenschaften von Quarzglas sind:

a) *Thermisches Verhalten.* Die Wärmeausdehnung ist sehr gering, und nach dem Erhitzen und Abkühlen erhält man genau wieder die ursprünglichen Abmessungen. Der Werkstoff kann lange Zeit auf 1000 °C gehalten und kurzzeitig auch auf höhere Temperaturen gebracht werden; wenn er jedoch lange Zeit auf höheren Temperaturen bleibt, kristallisiert das metastabile Glas allmählich aus.

b) *Optische Eigenschaften.* Das Glas ist im ganzen sichtbaren Spektrum gut durchsichtig, im Ultraviolett bis etwa 2000 Å und im Infrarot bis ungefähr 3,5 μ. Man verwendet Quarz deshalb bei Entladungslampen und bei Photozellen für Ultraviolettstrahlung.

c) *Elektrische Eigenschaften.* Quarzglas ist einer der besten „elektrostatischen" Isolatoren und besitzt den Vorzug, daß daraus hergestellte Isolierkörper mit scharfen Mitteln gereinigt (z. B. mit konzentrierter Salpetersäure) und schließlich in einer Gebläseflamme ausgeheizt werden können. Es ist auch durch einen kleinen Verlustwinkel in Hochfrequenzfeldern ausgezeichnet ($4 \cdot 10^{-4}$ bis herauf zu 50 MHz).

d) *Mechanische Eigenschaften.* Das Glas besitzt hochwertige mechanische Eigenschaften, insbesondere wenn es zu Fäden gezogen ist.

4.26 Quarzfäden

Die Zerreißfestigkeit und die elastischen Konstanten ändern sich beträchtlich mit dem Fadendurchmesser; die Bruchspannung eines feinen Fadens (5 μ Durchmesser) ist größer als die eines Stahl- oder Wolframdrahtes von gleicher Dicke. Das Material verhält sich bis an seinen Zerreißpunkt elastisch.

Die Tafel 4.15 enthält einige Zahlen nach Meßwerten von REINKOBER, der feststellte, daß die Bruchlast sich von Faden zu Faden stark änderte und deshalb aus seinen Versuchen folgerte, daß das Zerreißen an örtlichen Fehlstellen erfolgt. Die Angaben der Tafel 4.15 entsprechen seinen Durchschnittswerten für „alte" Fäden. Die elastischen Eigenschaften sind gleichmäßiger als die Bruchspannung, zeigen aber auch Unterschiede in der Größenordnung von 10%.

Geschmolzener Quarz – „Quarzgut" – hat besonders ideale elastische Eigenschaften.[1]) Daraus hergestellte Torsionsfäden kehren nach einer Auslenkung genau in ihre Ausgangslage zurück, und ein Torsionspendel mit Quarzfaden besitzt ein sehr niedriges Dämpfungsdekrement. Quarzfäden werden als Torsionsaufhängungen in einer Viehlzahl von Instrumenten gebraucht, und man hat auch schon Spiralfedern und BOURDON-Rohre aus Quarz verwendet. Die Torsionsfäden aus Quarzgut wurden 1923 von C. V. BOYS eingeführt, der sie mit Hilfe eines Strohhalmes zog, der als Pfeil von

[1]) HEYL (1930) gibt an, daß gezogenes Wolfram in seinen Torsionseigenschaften dem Quarz gleichkäme und dabei weniger stark plötzlichen Rissen unter Zugbeanspruchung ausgesetzt sei.

Tafel 4.15

Torsionskonstante und Festigkeit von Quarzfäden

Durchmesser [μ]	Torsions-konstante[1])	Wahrscheinliche Bruchlast [g]
1	0,8	—
2	11	1,2
3	50	2,0
5	325	3,5
10	4100	8,0
20	55000	17,0
30	254000	30,0

Geschmolzener Quarz zeigt die ungewöhnliche Eigenschaft einer mit wachsender Temperatur ansteigenden Elastizität. Die Änderung beträgt für Schub (Torsion) etwa $1{,}3 \cdot 10^{-4}$ je Grad.

einer Armbrust abgeschossen wurde: Ein Ende eines Stückes Quarzstab wurde mit Wachs an dem Pfeil angeklebt, das andere in einer Klammer gehalten, der Quarz wurde mit einem Handgebläse geschmolzen und der Bogen abgeschossen.

Ein einfaches Verfahren, das man zur Herstellung von Fäden mit Durchmessern zwischen 2 μ und 30 μ verwenden kann, besteht darin, sie in horizontaler Richtung durch den Zug eines gespannten Gummifadens auszuziehen. Ein Stück einer Quarzstange wird mit einem Ende an einem Stück quadratischen (etwa $\frac{1}{2}$ cm) Katapultgummis befestigt, das dann um 10 bis 15% über seine natürliche Länge gedehnt wird. Die Quarzstange, die auf eine durch Versuch zu ermittelnde Dicke ausgezogen wurde, ist am anderen Ende an ein festgehaltenes Quarzstück angeschmolzen. Dann wird sie – bei gespanntem Gummi – mit einem von Hand geführten Knallgasgebläse erhitzt. Man muß einen Puffer anbringen, der das Ende des Gummis beim Zurückschnellen auffängt. Es entsteht ein Faden, der meist an beiden Enden noch mit den Quarzstücken zusammenhängt. Der Fadendurchmesser ist durch den Anfangsdurchmesser des ausgezogenen Quarzstabes, durch die Temperatur und die Breite der Flamme bestimmt.

Fäden mit größeren Durchmessern als 30 μ können mit der Hand gezogen werden, und Fäden von kleinerem Durchmesser als 2 μ kann man in einem geeigneten Knallgasgebläse durch den Luftzug der Flammengase ziehen: Eine lange ruhige Flamme, die aus einer Düse von etwa 1 mm Durchmesser brennt, ist nahezu senkrecht nach oben gerichtet, und ein Stück schwarzer Samt wird auf einem Rahmen über ihr ausgespannt. Der Ausführende nimmt in jede Hand ein Stück Stangenquarz, bringt die beiden Stücke zur Berührung und zieht sie dann in der Flamme auseinander. Die von dem geschmolzenen Quarz abgeblasenen Fäden fangen sich auf dem Samt, wo sie

[1]) Torsionskonstante = Drehmoment in 10^{-5} dyn · cm für eine Torsion eines Fadens von 1 cm Länge um den Winkel 1 rad.

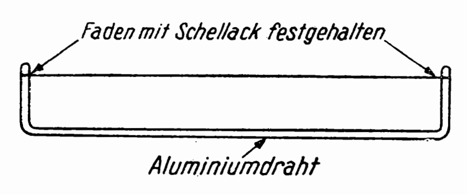


Abb. 4.7
Vorratsrahmen für Quarzfäden

etwa wie Spinnweben zu erkennen sind, wenn man den Samt bei guter Beleuchtung absucht. Mit guten Pinzetten können sie auf Vorratsrahmen aus Draht übertragen werden (Abb. 4.7).

Mancherlei Auskunft über das Ziehen und die Verwendung von Quarz gibt H. V. NEHER in STRONG (1939).

4.A Anhang

4.A 1 Berechnung magnetischer Kreise

Hier soll eine elementare Berechnungsweise für Magnetanordnungen angegeben werden, die die Bedeutung der verschiedenen Eigenschaften der Magnetwerkstoffe erläutert.

Ein Elektromagnet kann in vereinfachter Form unter Benutzung des Begriffes „Magnetischer Kreis" (Abb. 4.8) behandelt und folgender Analyse unterworfen werden:

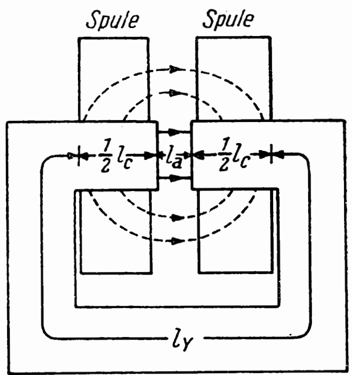


Abb. 4.8. Magnetischer Kreis bei einem Laboratoriumsmagneten

1. Die Normalkomponente der Induktion B verläuft stetig über alle Grenzen zwischen verschiedenen Materialien hinweg. Wir können deshalb näherungsweise schreiben, daß das Produkt aus B und der Querschnittsfläche A im ganzen Kreis konstant ist. An jedem Punkte hängen nun die Induktion B und die Feldstärke H über die Magnetisierungskurve des Materials miteinander zusammen, und zwar gilt

$$\frac{B}{H} = \mu_{\text{eff}}.$$

2. Das Linienintegral von H über irgendeinen geschlossenen Weg ist durch

$$\oint H \cdot dl = \frac{4\pi}{10} \cdot W$$

gegeben, wobei W die Anzahl der durch den Weg verbundenen Amperewindungen bedeutet. Für die Abb. 4.8 gilt, wenn wir das Feld im Luftspalt – wie gezeichnet – als geradlinig annehmen,

$$H_a \cdot A_a = B_c \cdot A_c = B_y \cdot A_y = \mu_c \cdot H_c \cdot A_c = \mu_y \cdot H_y \cdot A_y,$$

$$\oint H \cdot dl = 1{,}26 \cdot W = H_a \cdot l_a + H_c \cdot l_c + H_y \cdot l_y$$

$$= H_a \cdot \left(l_a + l_c \cdot \frac{A_a}{\mu_c \cdot A_c} + l_y \cdot \frac{A_a}{\mu_y \cdot A_y}\right).$$

In der Praxis wird die Lage aber im allgemeinen durch die magnetischen Verluste erheblich verändert: Ein guter Teil des von den Windungen herrührenden Flusses läuft durch Gebiete, wo er nicht ausgenutzt werden kann (gestrichelte Linien in Abb. 4.8). Schon eine näherungsweise Berechnung der Verluste ist ziemlich kompliziert, und eine exakte Berechnung ist fast unmöglich, so daß man für große Magneten die Anordnung gewöhnlich durch Modellversuche prüft, für die man zeigen kann, daß die Feldstärken und Induktionen denen des Magneten im Originalmaßstab entsprechen, wenn die Anzahl der Amperewindungen im gleichen Verhältnis geändert wird wie die Linearabmessungen.

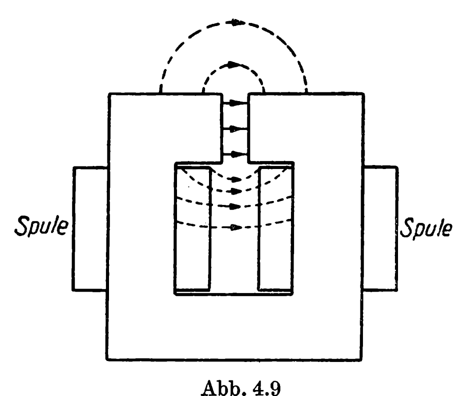


Abb. 4.9
Andere Anordnung eines Laboratoriumsmagneten, die beträchtliche Verluste zeigt

Qualitativ leuchtet ein, daß ein Magnetaufbau nach Abb. 4.8 mit den Wicklungen auf kurzen Kernen direkt am Luftspalt günstiger ist als die Anordnung nach Abb. 4.9; die meisten der modernen Laboratoriumsmagnete sind deshalb nach dem Schema der Abb. 4.8 aufgebaut. Bei einem Magneten dieses Aufbaues treffen Streufelder, die gerade außerhalb des Hauptluftspaltes verlaufen, auf die Kerne in Bereichen, die weit vom Spalt weg liegen. Wenn der Magnet bei hohen Feldstärken benutzt wird, kann in diesen Bereichen Sättigung eintreten und sich so ein niedrigerer Wert von μ_{eff} einstellen; es ist deshalb vorteilhaft, den Querschnitt des Kernes mit der Entfernung vom Spalt anwachsen zu lassen (Abbildung 4.10). Die genaue Ausbildung der Polschuhe ist ein typisches Beispiel für einen Fall, wo mit Vorteil Modellversuche eingesetzt werden.

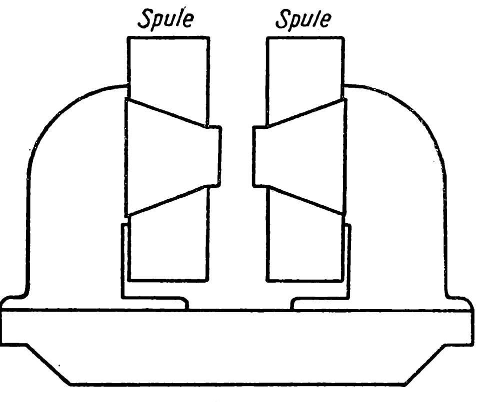


Abb. 4.10. Großer Laboratoriums-Elektromagnet (vgl. Blackett 1936). Man beachte die konische Form der Polschuhe

Wenn der Luftspalt eng und parallel begrenzt ist, dann wird der maximale Beitrag, den die Magnetisierung des Eisens zu H_a liefern kann, gleich

$$4\pi \cdot I_s$$

(I_s=Sättigungsmagnetisierung), und man kann aus der Tafel 4.7 entnehmen, daß dieser Beitrag bei den zur Verfügung stehenden

Werkstoffen nicht viel über 20000 G hinausgeht. Wenn höhere Feldstärken als dieser Wert verlangt werden, können sie nur folgendermaßen erreicht werden:

a) Durch konische Ausbildung der Polschuhe; der zusätzliche Anteil zur Feldstärke kann als von der Verteilung der Magnetpole über die konischen Flächen herrührend angesehen und berechnet werden. Wenn wir annehmen, daß das Eisen in axialer Richtung bis zur Sättigung magnetisiert ist (diese vereinfachende Annahme ist nicht ganz richtig), dann wächst die Feldstärke zwischen Kegelstümpfen vom halben Kegelwinkel θ auf

$$4\pi \cdot I_s \cdot \left(1 - \cos\theta + \sin^2\theta \cdot \cos\theta \cdot \ln\frac{D}{d}\right)$$

an, worin D und d die Durchmesser der Grund- und der Deckfläche der Kegelstümpfe (der Pole) sind. Dies zeigt, daß das Feld bei einer Durchmesserverringerung nur langsam wächst. Der praktisch beste Wert für θ liegt bei etwa 60°, man kann so auf einer kleinen Fläche 50000 G erreichen.

b) Durch Ausnutzung des direkt von den Wicklungen erzeugten Feldes, das sich dem vom Eisen herrührenden überlagert. Bei einem Magneten, dessen Spulen auf kurze, konische Polschuhe aufgewickelt sind, wird die Wicklung vorteilhaft so angebracht, daß sie Feldlinien direkt im Luftspalt erzeugt. Bei sehr großen Feldstärken[1]) kann der Beitrag der Spulen im Vergleich zu dem des Eisens groß werden, und es kann schließlich wirtschaftlicher werden, eine reine Luftspule (Solenoid) ohne Eisen zu verwenden.

Die wichtigsten Kenngrößen der in elektromagnetischen Anordnungen benutzten Werkstoffe sind also der Wert der Sättigungsmagnetisierung I_s für die Polschuhe und die für die Induktion in den übrigen Teilen des magnetischen Kreises verantwortlichen Werte von μ_{eff}. In der Praxis wird man die Polschuhe aus besonders reinem Eisen oder aus Kobaltstahl herstellen und den übrigen Magneten aus einem möglichst weichen Stahl.

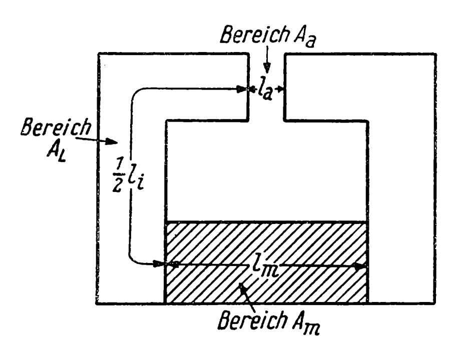


Abb. 4.11. Magnetischer Kreis mit einem Permanentmagneten

Neuerdings ist es möglich geworden, für viele Zwecke Permanentmagnete anstelle von Elektromagneten zu verwenden. Die Abb. 4.11 zeigt einen magnetischen Kreis, der einen Luftspalt, Polschuhe aus magnetisch „weichem" Material und als aktiven Teil ein Stück aus einer

[1]) Über Magneten zur Herstellung sehr hoher Feldstärken vgl. BITTER 1937/39, 1952.

Permanentlegierung enthält. Mit den in der Abbildung angegebenen Bezeichnungen erhält man folgende Hauptbeziehungen:

1. Wenn man die Verluste vernachlässigt, ist das Produkt aus der Induktion B und der Querschnittsfläche A im ganzen Kreis konstant und es gilt
$$B_m \cdot A_m = H_a \cdot A_a.$$
Praktisch muß man $H_a \cdot A_a$ noch mit einem Verlustfaktor K multiplizieren, der nicht genau berechnet werden kann. Wie durch Versuche ermittelt wurde, kann sein Wert zwischen 2 und 10 liegen; die Hersteller von Magneten wählen meist einen Erfahrungswert.

2. Das Linienintegral von H, erstreckt über den gesamten Kreis, ist gleich Null:
$$-l_m \cdot H_m = l_a \cdot H_a + l_i \cdot \frac{B_i}{\mu_i} = l_a \cdot H_a + l_i \cdot \frac{H_a \cdot l_a}{A_i \cdot \mu_i},$$
was man bequemer
$$k \cdot l_a \cdot H_a$$
schreibt, worin k ein Faktor ist, der das Vorhandensein der eisernen Polschuhe berücksichtigt.

Wir erhalten somit
$$A_m = \frac{K \cdot H_a \cdot A_a}{B_m}$$
und
$$l_m = \frac{k \cdot H_a \cdot l_a}{H_m}$$
und für das erforderliche Volumen an Magnetlegierung
$$\frac{K \cdot k}{B_m \cdot H_m} \cdot V$$
(V = Volumen des Luftspaltes).

Hieraus folgt, daß man einen Magnetwerkstoff auf Grund des maximal erreichbaren Wertes von $B \cdot H$ beurteilen kann, und daß man mit Hilfe der obigen Gleichungen dafür sorgen soll, daß das gewählte Material bei seinem maximalen $(B \cdot H)$-Wert verwendet wird.

Eine andere Anwendung von Permanentmagnetlegierungen stellt die Erzeugung eines magnetischen Momentes dar, wie etwa beim Kompaß oder in Magnetometern. Kurze Magnetnadeln unterliegen einem starken entmagnetisierenden Feld, das von ihren eigenen freien Polen herrührt. Dieses Feld kann unter der Annahme, daß die Nadel ein gleichmäßig magnetisiertes Ellipsoid darstellt, näherungsweise berechnet werden. Dabei wurde gefunden, daß die magnetischen Eigenschaften der neuen Magnetwerkstoffe – im Vergleich zu den früheren – eine beträchtliche Erhöhung des magnetischen Momentes je Einheit des Trägheitsmomentes erlauben; die mechanischen Eigenschaften dieser Legierungen begrenzen jedoch die anwendbaren Formen sehr eng.

4.A 2 Kleine Laboratoriumsöfen

Dieser Gegenstand wird bei STRONG (1939) behandelt und besonders eingehend bei SURUGUE (1947), man vergleiche hierzu auch WALDEN (1939). Es erscheint indessen angebracht, auch hier einige Bemerkungen zur Konstruktion einfacher Öfen unter Verwendung der in diesem Kapitel besprochenen Werkstoffe anzufügen.

Kleine Röhrenöfen werden häufig zum Ausheizen von Glasrohren in Vakuumanlagen, von Kühlfallen mit Aktivkohle usw. gebraucht, wobei die Temperaturen 500 °C nicht übersteigen. Am besten stellt man sie her, indem man zwei Lagen von Glimmerplatten um ein Stahl- oder Kupferrohr herumbiegt und mit Chromnickeldraht bewickelt, der seinerseits wieder mit Glimmerplatten und mit zwei Lagen aus Asbestschnur abgedeckt wird. Der Chromnickeldraht wird an den Enden festgelegt, indem man einige Lagen dicht aneinanderwickelt und das freie Ende unter einigen dieser Endlagen hindurchführt. Das freie Ende soll man doppelt verdrillen, um örtliche Erhitzung durch den Strom zu vermeiden; letzterer wird über eine Messingbuchse zugeführt.

Heißes Chromnickel soll man nicht mit Asbest oder mit Schamottezement in Berührung bringen, da diese es angreifen. Aluminiumoxydkitt (Alundum) ist hierfür brauchbar.

Die vorstehend beschriebenen Röhrenöfen haben ziemlich große Wärmeverluste. Öfen mit besserem Wirkungsgrad für höhere Temperaturen kann man bauen, indem man Chromnickeldraht oder -band auf Rohre aus (durchscheinendem) Quarzgut aufwickelt oder auf Hochtemperaturkeramik, wobei man die Wicklung in Aluminiumoxydkitt einbettet und das Ganze mit einem Mantel aus Eisenblech oder Asbestpappe umgibt, mit einer dicken Schicht Kieselgur[1]) als Wärmeisolation.

Ausheizöfen für größere Vakuumanlagen stellt man her, indem man Eisenblechkästen mit etwa 1 cm weicher Asbestpappe (nicht Asbestzementplatten!) auskleidet und zur Heizung käufliche elektrische Heizelemente verwendet. Die Verbindungen werden gewöhnlich aus Reinnickeldraht hergestellt, der bei dieser Temperatur nicht korrodiert. Die heißen Wicklungen der Heizelemente sollen nicht mit der Asbestpappe in Berührung kommen; am besten nimmt man Abstandsstücke aus Steatit oder unglasiertem Porzellan.

[1]) Im englischen Original als deutsches Lehnwort. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

KAPITEL V

VAKUUMTECHNIK

5.1 Einleitung

Die Vakuumtechnik wird im physikalischen Laboratorium hauptsächlich zu zwei Zwecken eingesetzt: Erstens dazu, atomaren und molekularen Teilchen eine größere, von Zusammenstößen relativ freie Wegstrecke zu sichern, und zweitens dazu, Oberflächen relativ frei von Verunreinigungen zu halten.

Der für den ersten Zweck erforderliche Druck kann aus der mittleren freien Weglänge der Gasatome bei normalem Druck (Tafel 5.1) abgeschätzt werden. Die freie Weglänge λ ist bei niedrigen Drücken umgekehrt proportional zum Druck, und die Wahrscheinlichkeit, daß sich auf der Wegstrecke x ein Zusammenstoß ereignet, ist (für kleine Werte von x/λ) gleich x/λ.

Tafel 5.1

Für Vakuumberechnungen nützliche Molekulardaten

Anzahl der Moleküle in einem Mol (Gramm-Molekül)[1]...........	$6{,}023 \cdot 10^{23}$
Anzahl der Moleküle in einem Kubikzentimeter eines Gases bei 0° C und 760 mm Hg...	$2{,}687 \cdot 10^{19}$
Quadratischer Mittelwert der Geschwindigkeiten von Molekülen mit dem Molekulargewicht M (bezogen auf $O_2 = 32$) bei T° K in cm/s	$1{,}58 \cdot 10^4 \cdot \sqrt{\frac{T}{M}}$
Arithmetisches Mittel der Molekülgeschwindigkeiten in cm/s	$1{,}46 \cdot 10^4 \cdot \sqrt{\frac{T}{M}}$

Mittlere freie Weglänge λ von Gasmolekülen bei 300° K und 10^{-3} mm Hg in cm.

H_2	9,4	A	5,4
He	14,9	H_2O	3,4
O_2	5,5	Hg	2,7
N_2	5,1		

Anmerkung:

Die mittlere freie Weglänge wird verschieden definiert. Die in der Tafel 5.1 angegebenen Werte folgen der Darstellung von Chapman (Chapman und Cowling 1939); die in den I. C. T. und bei Kaye und Laby angegebenen Werte entsprechen einer älteren Behandlungsweise und sind etwa 50% höher. Der Unterschied ist für Berechnungen der Größenordnung – wie sie meist vorliegen – nicht besonders wichtig.

---

[1]) Loschmidtsche Zahl; der Zusatz im Original „eines Gases bei 0° C und 760 mm Hg" ist überflüssig. Der im Original angegebene Wert $6{,}06 \cdot 10^{23}$ ist nicht exakt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Wenn also weniger als 1 % beispielsweise von Quecksilberatomen auf einer Flugstrecke von 10 cm im Dampf Zusammenstöße erleiden sollen, muß der Druck niedriger sein als

$$\frac{2{,}7 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 100} = 2{,}7 \cdot 10^{-6}\,\text{mm Hg}.$$

Der zweite Zweck erfordert nur mäßige Vakua, wenn Oberflächen von grober chemischer Vergiftung frei gehalten werden sollen, die Aufgabe wird aber schwierig, wenn eine z. B. durch Erhitzen gereinigte Oberfläche für eine nennenswerte Zeit frei von molekularen Filmen gehalten werden soll.

Die Anzahl der in 1 s erfolgenden Zusammenstöße mit 1 cm² der dem Gas ausgesetzten Oberfläche beträgt

$$\frac{1}{4} \cdot n \cdot v_a,$$

wobei n die Anzahl der Moleküle in der Volumeneinheit und v_a das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten ist.

Wenn wir z. B. verlangen, daß sich auf einer Oberfläche ein monomolekularer Sauerstoff-Film (sagen wir: 10^{15} Moleküle/cm²) nicht schneller als in 1000 s bildet, und wenn wir annehmen, daß alle auf die Oberfläche auftreffenden Sauerstoffmoleküle auf dieser haftenbleiben, dann erhalten wir

$$\frac{10^{15}}{1000} = \frac{1}{4} \cdot \frac{p}{760} \cdot 2{,}7 \cdot 10^{19} \cdot 1{,}46 \cdot 10^{4} \cdot \sqrt{\frac{300}{32}},$$

wo p den gesuchten Partialdruck des Sauerstoffes in mm Hg bedeutet, für den wir also ungefähr $2{,}5 \cdot 10^{-9}$ mm Hg finden.

5.2 Sauggeschwindigkeit

Bei dem in Hochvakuumsystemen herrschenden Druck fließen die Gase „molekular", d. h., Zusammenstöße zwischen Gasmolekülen und den Gefäßwänden sind von viel größerer Bedeutung als Zusammenstöße zwischen Molekülen. Dies gilt, sobald die Dimensionen der Apparatur klein[1]) sind im Vergleich zu der nach Tafel 5.1 berechneten freien Weglänge.

Wenn wir Gas vom Druck p in einem Gefäß mit dem Volumen V haben und eine in einen vollkommen evakuierten Raum führende Öffnung der Fläche A anbringen, dann gehen alle auf die Öffnung treffenden Moleküle dem Gefäß für immer verloren, und der Druck im Gefäß gehorcht der Gleichung

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{1}{N} \cdot \frac{dN}{dt} = -\frac{1}{n \cdot V} \cdot \frac{1}{4} \cdot n \cdot v_a \cdot A,$$

in der N die Gesamtzahl der Moleküle bedeutet, so daß

$$p = p_0 \cdot e^{-\frac{v_a \cdot A \cdot t}{4 \cdot V}} = p_0 \cdot e^{-\frac{S \cdot t}{V}}$$

[1]) Im Original steht irrtümlicherweise „groß". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

wird. Die Größe S, die die Dimension „Volumen pro Zeit“ besitzt, soll „Sauggeschwindigkeit“ der Öffnung genannt werden. Sie wird üblicherweise in Litern pro Sekunde gemessen. Für Luft bei 300°K beträgt die Sauggeschwindigkeit der Flächeneinheit 11,7 l/s, für andere Gase und andere Temperaturen muß dieser Wert mit

$$\sqrt{\frac{29 \cdot T}{300 \cdot M}}$$

multipliziert werden, worin wieder T die absolute Temperatur und M das Molekulargewicht bedeuten.

Die Sauggeschwindigkeit jedes Pumpsystems kann in gleicher Weise definiert werden; sie wird selbstverständlich stets kleiner sein als die „Loch“-Sauggeschwindigkeit einer zu einem Vakuumgefäß führenden gleich großen Öffnung. Der Druck in einem Volumen V, das von einem Pumpsystem der Geschwindigkeit S ausgesaugt wird, sinkt im Idealfall[1]) in der Zeit V/S auf den e-ten Teil. Wenn ein Pumpsystem der Geschwindigkeit S dauernd bei einem Druck p arbeitet, ist das geförderte Gasvolumen – beim Normaldruck P gemessen – gleich

$$\frac{S \cdot p}{P} \quad [l/\mathrm{s}].$$

Diese Größe (die „Förderleistung“) bleibt konstant, wenn man eine Anzahl Pumpen als Kaskade hintereinanderschaltet; man benutzt diese Größe deshalb bei der Berechnung der erforderlichen Sauggeschwindigkeiten für die aufeinanderfolgenden Stufen einer solchen Kaskade.

Bei molekularer Strömung rührt der Widerstand, den ein Verbindungsrohr bietet, von folgendem Mechanismus her: Jedes Molekül, das auf die Wand trifft, prallt in einer Richtung wieder ab, die nicht von seiner ursprünglichen Flugrichtung abhängt, sondern in statistischer Weise durch das Cosinusgesetz bestimmt ist. Nur ein Teil des eintretenden Gases fließt deshalb wirklich in der Saugrichtung, so daß die Sauggeschwindigkeit eines Rohres im Vergleich zu einer Öffnung gleichen Durchmessers herabgesetzt ist.

Da der tatsächliche Fluß durch ein Rohr unter diesen Bedingungen (ebenso wie beim gewöhnlichen zähen Fließen) proportional zur Druckdifferenz zwischen den Enden des Rohres ist, gehorcht das Auspumpen durch ein Rohr demselben Exponentialgesetz wie das Auspumpen durch ein Loch, und wir können die Sauggeschwindigkeit eines Verbindungsrohres wie oben definieren. Wenn mehrere Rohre oder Rohre und eine Pumpe hintereinandergeschaltet sind, teilt sich die Druckdifferenz auf die einzelnen Abschnitte auf, und man kann zeigen, daß die Beziehung

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \cdots$$

gilt, wo S die Gesamtsauggeschwindigkeit bedeutet und die S_n die Sauggeschwindigkeiten der einzelnen Bauteile sind.

[1]) In der Praxis können die Effekte der Absorption oder Emission von Gas durch die Gefäßwände von Bedeutung sein.

Für Luft bei 300 °K ist die Sauggeschwindigkeit eines Verbindungsrohres mit der Länge L cm und vom Durchmesser d cm:

$$\frac{12{,}3 \cdot d^3}{\left(L + \frac{4}{3} \cdot d\right)} \quad [l/\mathrm{s}],$$

für andere Gase und Temperaturen kann die Geschwindigkeit wieder durch Multiplikation dieses Wertes mit

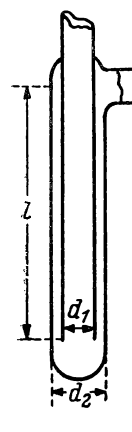
$$\sqrt{\frac{29 \cdot T}{300 \cdot M}}$$

erhalten werden.

Tafel 5.2

Sauggeschwindigkeit von Verbindungen (bei Molekularströmung)

	l/s
a) Loch von 1 cm² Fläche in einer dünnen Wand	11,7
b) Rohr von 2 cm Durchmesser, 20 cm lang	4,5
c) Kühlfalle für flüssige Luft (Abb. 5.1; betrachtet wird nur der konzentrische Teil). Innenrohr mit $d_1 = 2$ cm, Außenrohr mit $d_2 = 3{,}2$ cm Durchmesser, Länge des konzentrischen Teiles $l = 15$ cm	3,2
Bei der Temperatur der flüssigen Luft verringert sich die Geschwindigkeit auf ungefähr	2,0
d) Verengung zum Abschmelzen, 1 cm Länge und 0,5 cm Durchmesser	1,0
e) Rohr von 10 cm Durchmesser, 50 cm lang	195



Bemerkungen:

b), c) und d) sind typische Bauelemente von „statischen" Vakuumsystemen, e) ist ein charakteristisches Glied eines „kinetischen" Systems. Der Fall c) wurde nach einer von DUSHMAN (1949) angegebenen Formel berechnet, der festgestellt hat, daß das günstigste Verhältnis für die Innendurchmesser des inneren und des äußeren Rohres gleich 1,6 ist, wobei die Wandstärke des Innenrohres vernachlässigt wird. Die Geschwindigkeit im konzentrischen Teil der Kühlfalle ist dann gegeben als

$$1{,}45 \cdot \frac{d^3}{l} \quad [l/\mathrm{s}],$$

wo d den Durchmesser des Außenrohres bedeutet.

Abb. 5.1. Kühlfalle

5.3 *Die Arbeitsprinzipien von Vakuumpumpen*

Die zur Erzeugung mäßig tiefer Drücke verwendeten Pumpen arbeiten nach dem Verdrängungsprinzip: Ein Teil des Gases, das sich auf dem tiefen Druck befindet, wird durch einen bewegten Kolben abgetrennt und komprimiert, bis es einen genügend hohen Druck erreicht hat, um in die nächste Stufe der Pumpe oder in die freie Luft überführt zu werden. Die bei Vakuum-

arbeiten viel benutzten mechanischen Vorvakuumpumpen sind nach diesem Prinzip arbeitende rotierende Pumpen, die unter Öl laufen. Das Öl füllt die Toträume und gestattet so, ein hohes Kompressionsverhältnis zu erreichen; es dichtet den bewegten Kolben gegen Leckverluste ab, außerdem schmiert und kühlt es die Pumpe (Abb. 5.2).[1])

Die Sauggeschwindigkeit solcher Pumpen ist im Bereich niedriger Drücke gering (im Vergleich zu der von Molekularpumpen); das erreichbare End-

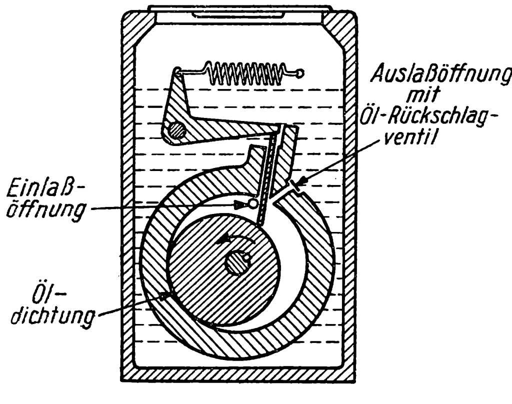


Abb. 5.2. Beispiel einer rotierenden Vakuumpumpe (Querschnitt)

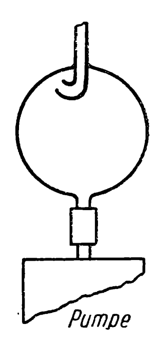


Abb. 5.3. An einer rotierenden Vakuumpumpe angebrachte Ölfalle

vakuum ist in der Praxis hauptsächlich durch gelöste Gase und Dämpfe begrenzt, mit denen das Öl verunreinigt ist.

Wenn der Druck so weit erniedrigt ist, daß die mittlere freie Weglänge eines Moleküls etwa einen Millimeter beträgt, kann man Pumpen benutzen, die unmittelbar auf dem kinetischen Verhalten der Moleküle beruhen. Von Gaede, Holweck und Siegbahn (vgl. Dushman 1949, S. 151ff.) wurden Pumpen konstruiert, bei denen die Moleküle durch Zusammenstoß mit einer sehr schnell bewegten Scheibe oder Trommel in der gewünschten Richtung

---

[1]) Bemerkungen zum Gebrauch von mechanischen Vakuumpumpen:

Bei den meisten dieser Pumpen kann Öl in das Vakuumsystem eintreten, wenn die Rotation der Pumpe aufhört, ohne daß das Vakuum vorher aufgehoben wurde. Das Reinigen des Systems nach einer solchen Katastrophe ist eine sehr zeitraubende Beschäftigung. Man soll deshalb die Pumpe nie abstellen, bevor das Vakuum aufgefüllt worden ist. Wünschenswert ist das Anbringen einer Ölfalle (Abb. 5.3), um gegen jedes zufällige Versagen des Pumpenantriebes gefeit zu sein. Bei statischen Vakuumsystemen, die unbeaufsichtigt arbeiten, ist es am sichersten und bequemsten, ein ziemlich großes Gefäß mit der Vorpumpe zu evakuieren und dann die Pumpe durch einen Hahn abzutrennen. Die Hochvakuumpumpe wird dann für lange Zeit ohne Schwierigkeiten in dieses Gefäß pumpen können. Wenn mehrere Pumpensysteme in Betrieb sind, können diese Vorvakuumgefäße abwechselnd von einer einzigen Vorpumpe evakuiert werden, und ein Zwischenfall in einem der Systeme braucht die anderen nicht zu beeinflussen.

beschleunigt werden; derartige Pumpen sind noch in einigen europäischen Laboratorien im Betrieb. Die wirklich wichtigen, allgemein verwendeten Hochvakuumpumpen sind die „Diffusionspumpen", bei denen in den Pumpbereich eintretende Moleküle durch einen Dampfstrom hinweggespült werden. Die wichtigsten Gesichtspunkte für den Bau derartiger Pumpen sind:

a) Die Gasmoleküle müssen freien Zutritt zum Pumpbereich haben.

b) Der Dampfstrom muß günstig gestaltet sein, um eine maximale vorwärtsspülende Wirkung zugleich mit einem Minimum an Rückströmung des Dampfes in den zu evakuierenden Raum zu besitzen.

c) Es muß eine Dampfsorte gewählt werden, bei der rückströmende Moleküle durch Kondensation entfernt werden können, so daß der restliche Dampfdruck sehr gering ist.

Die Abb. 5.4 zeigt Konstruktionsbeispiele für Diffusionspumpen.

Der Punkt b) erfordert empirische Untersuchungen, denn die Bedingungen in der Dampfdüse und im Pumpbereich liegen in dem für theoretische Behandlung ungünstigen Übergangsgebiet zwischen hydrodynamischer und molekularer Strömung; einige Untersuchungen sind durchgeführt worden (COPLEY u. a. 1935; ALEXANDER 1946), ihre Ergebnisse zeigen, daß die beste Wirksamkeit erreicht wird, wenn die Düse lang und divergent ist, und daß die Öffnung zur Vorpumpe von einem dichten Strom auftreffender Dampfmoleküle bedeckt sein soll, der sich bis zu den gekühlten Wandpartien erstreckt. Die bei verschiedenen Pumpen beobachtete Sauggeschwindigkeit liegt zwischen 0,1 und 0,5 des Idealwertes

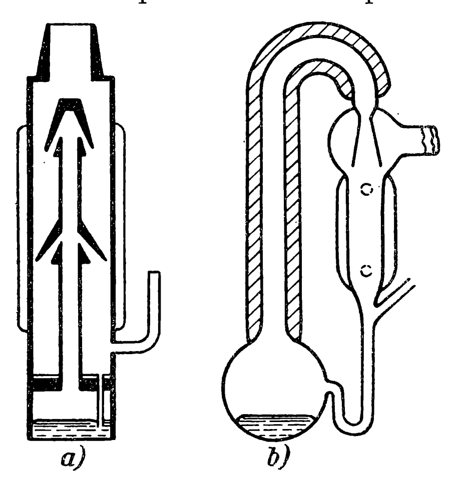


Abb. 5.4. Beispiele für Diffusionspumpen. a) Zweistufige Schirmpumpe in Metallausführung; b) Einstufige Pumpe in Glasausführung mit langer, divergenter Düse

$$11{,}7 \cdot \frac{l}{\mathrm{s} \cdot \mathrm{cm}^2},$$

bezogen auf die Gaseintrittsöffnung. Die Sauggeschwindigkeit hängt erheblich vom Druck im Verdampfer ab und besitzt bei einem bestimmten Wert der Wärmezufuhr zum Verdampfer ein Maximum. Beim Einsatz einer solchen Pumpe muß man daher die günstigste Wärmezufuhr durch Versuch ermitteln oder vom Hersteller erfragen.

Der Punkt c) wurde bis 1928 durch die Verwendung von Quecksilberdampf erfüllt, wobei eine mit flüssiger Luft gekühlte Falle zwischen der Pumpe und dem zu evakuierenden Gefäß angeordnet wurde. Die Falle ist dabei so konstruiert, daß jedes von der Pumpe zurücklaufende Molekül auf eine ge-

kühlte Wandfläche treffen muß. Quecksilberdiffusionspumpen sind noch immer für viele Vakuumarbeiten von Nutzen; in Pumpsystemen für hohe Geschwindigkeiten sind sie jedoch sehr weitgehend durch Pumpen mit Treibmitteln ersetzt worden, die bei Zimmertemperatur einen viel niedrigeren Dampfdruck haben als Quecksilber und es deshalb gestatten, die Kühlfalle mit flüssiger Luft wegzulassen.

Ein Pumpentreibmittel muß bei einem passenden Druck zum Sieden zu bringen sein, um den Dampfstrahl zu bilden; der übliche Druck im Verdampfer liegt zwischen 5 und 25 mm Hg. Eine Anzahl der benutzten Flüssigkeiten ist in der Tafel 5.3 aufgeführt; die Petroleumdestillate (z. B. Apiezon-

Tafel 5.3
Treibmittel für Diffusionspumpen

Bezeichnung	Maximaler Vorvakuumdruck [mm Hg]		Endvakuum (Versuchswerte) [10^{-6} mm Hg]	
	Einfache Pumpe	Fraktionier-Pumpe	Einfache Pumpe	Fraktionier-Pumpe
Apiezon A			10 (a) 45 (b)	 19 (b)
Apiezon B[1])			11 (a) 17 (b)	 9 (b)
LITTON-Öl			14 (b)	6 (b)
Butylphthalat			40 (a) 225 (b)	
Butylsebacat	0,1	0,15	25 (c)	10 (c)
Amylsebacat (Amoil S)	0,1	0,17	10 (c)	2 (c)
2-äthyl-hexyl-Phthalat (Octoil)	0,1	0,25	5 (c)	0,25 (c)
2-äthyl-hexyl-Sebacat (Octoil S)	0,1	0,2	6 (b) 1 (c)	3 (b) 0,05 (c)
Silikontreibmittel (D. C. 702, 703)			10 (a)	

a) = SULLIVAN 1948 (Pumpentyp nicht näher angegeben);
b) = BLEARS 1947;
c) = HICKMAN 1940.

Selbstverständlich kann man die von verschiedenen Bearbeitern angegebenen Werte nicht ohne weiteres vergleichen; die von BLEARS genannten Werte sind unter Benutzung eines trägheitslos anzeigenden Vakuummeters gewonnen und sind wahrscheinlich die wirklichkeitsgetreuesten. Sie beziehen sich indessen auf äquivalente Drücke in einem Ionisationsmanometer, das mit Stickstoff geeicht wurde, und liegen wahrscheinlich höher als die mit den wirklichen Treibmitteln erreichten Werte.

[1]) Neuerdings ist ein Öl Apiezon C mit niedrigerem Dampfdruck als Apiezon B entwickelt worden.

öle) sind vielfach in England verwendet worden, während die Ester in Amerika entwickelt wurden und verbreitete Verwendung fanden (HICKMAN 1936). Die Diskussion über den relativen Wert dieser Produkte ist noch im Gange. Neuerdings sind Silikone eingeführt worden (BROWN 1945; SULLIVAN 1948); es scheint, daß sie Vorteile besitzen, insbesondere wegen ihrer Oxydationsbeständigkeit, falls zufällig Luft in die heiße Pumpe eintritt.

Diese Pumpentreibmittel unterscheiden sich vom Quecksilber darin, daß sie erhebliche Mengen flüchtiger Verunreinigungen lösen, die aus dem Vakuumsystem außerhalb der Pumpe stammen oder von einer Spaltung (Crack-Prozeß) oder Oxydation des Pumpenöles herrühren können. Die Beseitigung dieser Stoffe durch Destillation in den Vorpumpenkreis erfolgt nur sehr langsam, und bis sie vollständig durchgeführt ist, wird die Pumpe nicht ihr volles Endvakuum ergeben. Diesem Problem geht man auf einem hauptsächlich

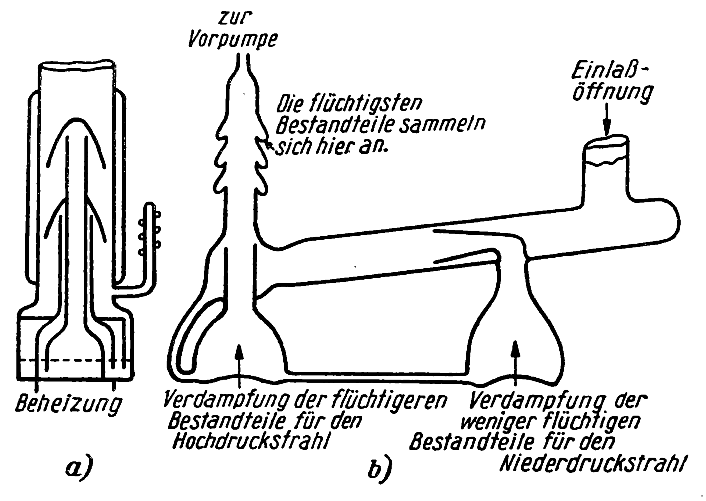


Abb. 5.5. Anwendung des Fraktionierprinzips bei Öldiffusionspumpen. a) Zweistufige Schirmpumpe mit Fraktionier-Trennwänden im Verdampfer; b) Zweistufige fraktionierende Pumpe in Glasausführung (nach der Konstruktion von HICKMAN, wie sie von der Firma Distillation Products, Inc. hergestellt wird)

von HICKMAN (1940) erschlossenen Wege zu Leibe: Die Pumpe wird so aufgebaut, daß das Öl laufend fraktioniert wird, wobei in den Verdampfern für die Stufen mit dem höheren Druck die flüchtigen Bestandteile aus dem Treibmittel, das den Dampfstrahl für die Hochvakuumstufe liefert, vorher abgedampft werden. Die Abb. 5.5 zeigt, wie dieses Prinzip bei einer horizontalen Strahlpumpe und bei einer „Schirm"-Pumpe angewendet wird. Durch direkte Messung wurde nachgewiesen, daß das Fraktionierungssystem das von der Pumpe erzeugte Endvakuum verbessert, auch wenn das Öl nicht besonders stark verunreinigt ist.

Folgende Vorsichtsmaßregeln sind beim Aufbau und beim Betrieb von Öldiffusionspumpen zu beachten:

a) Der Verdampfer muß so gebaut sein, daß eine Überhitzung des Dampfes vermieden wird, und das Verbindungsstück, das den Dampf vom Verdampfer zum Strahl leitet, muß kurz, weit und gut wärmeisoliert sein, damit die Verdampfertemperatur nicht übermäßig hoch werden muß, um einen sauberen Dampfstrahl hervorzubringen. Es ist berichtet worden, daß die Spaltung der Öle in Gegenwart gewisser Metalle schneller erfolgt, und daß man daher nichtplattiertes Kupfer oder Messing in den Verdampfern und im Strahlbereich der Pumpen vermeiden soll.

b) Das heiße Pumpentreibmittel darf nicht mit Luft oder Sauerstoff von etwa Atmosphärendruck zusammengebracht werden; der Verdampfer einer Pumpe muß also abgekühlt sein, bevor Luft in das System gelassen wird.

c) Wasser muß dem Vakuumsystem sorgfältig ferngehalten werden, da es nur mit großen Schwierigkeiten zu beseitigen ist, denn gewöhnlich ist keine Falle im System kalt genug, um es vollständig zu kondensieren.

5.4 Die Messung niedriger Drücke: Vakuummeter

Man kann zur Messung niedriger Drücke eine ganze Anzahl physikalischer Prinzipien anwenden, aber nicht alle davon sind von großem praktischem Wert (vgl. Tafel 5.4). Es ist oft nicht wichtig, den *absoluten* Gasdruck in einem Vakuumsystem zu kennen; viel häufiger wird ein Instrument benötigt, das Änderungen der Vakuumverhältnisse anzeigt und aus dessen (relativen) Ablesungen auf ein befriedigendes oder unbefriedigendes Verhalten des untersuchten Systems geschlossen werden kann. Man braucht die Vakuummeter besonders beim Verfolgen und Regeln der Ausgasung eines Vakuumsystems (vgl. § 5.9) oder als Hilfsmittel zum Auffinden von Leckstellen (vgl. § 5.11). Bei manchen Versuchen über thermische Ionenemission oder über das Verhalten von Oberflächen stellt das untersuchte Phänomen selbst einen empfindlichen Druckindikator dar.

Auch in diesem auf Relativmessungen eingeschränkten Anwendungsbereich müssen die Ablesungen von Vakuummetern bei niedrigen Drücken mit Vorsicht gedeutet werden, da viele Instrumente während des Betriebes Gase entweder abgeben oder absorbieren, so daß der Druck im Hauptbereich des Vakuumsystems sehr stark von dem im Meßgerät verschieden sein kann, wenn man diese beiden Teile nicht durch eine Leitung mit hoher Sauggeschwindigkeit (siehe § 5.2) miteinander verbindet (Blears 1944).

In der Praxis ist beim ersten Zusammenbau eines Vakuumsystems die einfache Entladungsröhre sehr wertvoll zum Auffinden großer Leckstellen. Danach sind dann die nützlichsten Instrumente wahrscheinlich das Pirani- oder das Thermokreuzmanometer für höhere Drücke (wie etwa im Vorvakuumkreis einer Diffusionspumpe) und das Ionisations- oder das Penning-Manometer für niedrige Drücke.

Das PIRANI-Manometer besteht aus einem Draht (Wolfram, Platin oder Nickel), der in einem mit dem Vakuumsystem verbundenen Rohr ausgespannt ist und der einen Zweig eines WHEATSTONEschen Brückenkreises bildet. Der Meßdraht und die anderen Widerstände des Kreises sind so gewählt, daß sich der Meßdraht auf etwa 100 bis 200 °C erhitzt, während sich die anderen Widerstände so wenig erwärmen, daß ihre Widerstandswerte nicht beeinflußt werden. Die von den Änderungen im Wärmeabfluß durch den Vakuumraum hindurch herrührenden Temperaturänderungen des Meßdrahtes rufen eine meßbare Störung des Brückengleichgewichtes hervor, bzw. sie werden durch eine Änderung der an die Brücke angelegten Spannung in der Messung zugängiger Weise kompensiert. Gelegentlich hat man als PIRANI-

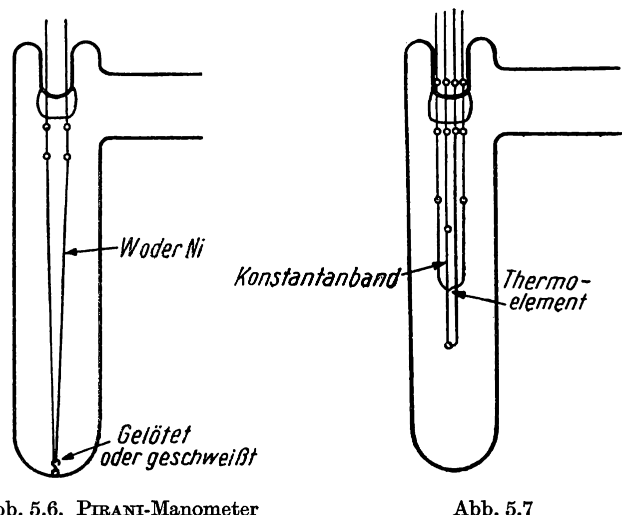


Abb. 5.6. PIRANI-Manometer (vgl. ELLETT und ZABEL 1931)

Abb. 5.7 Thermokreuz-Manometer

Manometer eine gewöhnliche Wolframfadenlampe benutzt, günstiger ist es aber, einen Aufbau zu verwenden, bei dem der Faden an Trägern sicher befestigt ist, um Unsicherheiten im thermischen Kontakt zu vermeiden (Abb. 5.6).

Das Thermokreuzmanometer ist in der Abb. 5.7 dargestellt. Hier wird der Faden durch einen besonderen Stromkreis geheizt, und die Temperatur wird mit einem Thermoelement und einem Galvanometer gemessen. Der Schaltungsaufbau ist einfacher als beim PIRANI-Manometer, und der Heizdraht kann mit Wechselstrom gespeist werden.

Diese beiden Vakuummeter werden unempfindlich, wenn der Druck so niedrig ist, daß die Wärmeverluste durch die Stützen größer sind als die Wärmeleitung durch das Gas.

Tafel 5.4

Vakuummeter

Instrument	Druckbereich [mm Hg]	Arbeitsprinzip	Bemerkungen
Entladungsröhre	10 bis 10^{-3}		Grobe Druckanzeige, z. B. in Vorvakuumsystemen
McLeod-Manometer	1 bis 10^{-4}	Verdichtung auf einen direkt meßbaren Druck; Boylesches Gesetz	Absolute Ablesungen möglich. Drücke von Dämpfen werden nicht angezeigt. Das unsichere Verhalten von adsorbierten Filmen bestimmt die untere Grenze des Meßbereiches
Radiometer	10^{-2} bis 10^{-7}	Impuls der von einer erhitzten Oberfläche abprallenden Moleküle	Absolute Ablesungen möglich. Technisch schwierig, Instrument ist vibrationsempfindlich usw.
Zähigkeitsmessung	1 bis 10^{-4}	Zähigkeit des Gases durch Widerstandsmessungen oder aus der Dämpfung von Schwingungen zu bestimmen	Langsam im Gebrauch und von Vibrationen beeinflußt. Für Spezialuntersuchungen in abgeschmolzenen Röhren und für die Drücke von Dämpfen anwendbar
Hitzdrahtmanometer (Pirani)	1 bis 10^{-4}	Wärmeleitfähigkeit des Gases	Einfach und in einem beschränkten Bereich brauchbar. Bei niedrigeren Drücken geringe Empfindlichkeit
Thermoelementmanometer (Thermokreuz)	1 bis 10^{-4}	desgl.	Technische Variante des vorigen Instrumentes
Ionisationsmanometer (mit heißer Kathode)	10^{-3} bis 10^{-8} Spezialausführungen bis 10^{-10} und darunter	Erzeugung von positiven Ionen durch Zusammenstoß von Elektronen mit Atomen	Bei tiefen Drücken am meisten verwendet. Die geheizte Kathode kann durch Einströmen von Gas bei hohem Druck oder durch Vergiftung geschädigt werden. Das Instrument kann den Gasdruck durch chemische oder elektrische Gasaufzehrung beeinflussen
Penning-Manometer (mit kalter Kathode)	10^{-3} bis 10^{-7}	Elektrische Entladung in einem Magnetfeld	Am bequemsten für Relativmessungen bei niedrigen Drücken

Das Ionisationsmanometer besteht aus einem Drei-Elektroden-System, das dem einer Triode ähnelt. Elektronen aus dem Heizfaden werden durch ein positiv geladenes Gitter so weit beschleunigt, daß sie bei Zusammenstößen mit Gasmolekülen Ionisation verursachen. Die positiven Ionen werden von einer negativ geladenen Elektrode gesammelt, und das Verhältnis des Ionenstromes zum Elektronenstrom wird als Maß für den Gasdruck benutzt. Neuerdings ist nachgewiesen worden, daß die meisten Ionisationsmanometer bei den niedrigsten Drücken infolge der durch weiche Röntgenstrahlung aus dem Ionenkollektor freigesetzten Photoelektronen zu hoch anzeigen, und man hat nun Instrumente konstruiert, bei denen dieser Effekt durch Verwendung eines Kollektors mit sehr kleiner Fläche unterdrückt wird (Bayard und Alpert 1950).

Das Penningsche Ionisationsmanometer mit kalter Kathode (Penning 1937), eine relativ neue Entwicklung, ist ein sehr bequemer Vakuummesser für einen weiten Druckbereich. Es arbeitet mit einer Gleichstromentladung

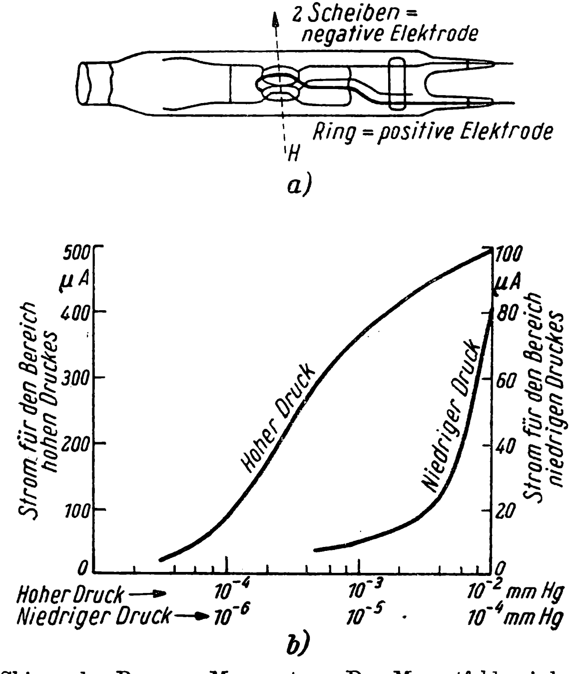


Abb. 5.8. a) Skizze des Penning-Manometers. Das Magnetfeld wird senkrecht zum Elektrodensystem angelegt. Die beiden Nickelscheiben und die Innenfläche des Ringes haben 2 cm Durchmesser, der Abstand der Scheiben beträgt 1 cm. Der Ring ist aus Nickeldraht von 1 mm Durchmesser hergestellt und liegt symmetrisch zwischen den Scheiben. b) Typische Eichmessung für obiges Manometer. Angelegte Spannung 2 kV, Vorschaltwiderstand 2 MΩ

zwischen Elektroden der in Abb. 5.8 dargestellten Form in einem Magnetfeld von etwa 1000 G.[1]) Die Wege der Elektronen in der Entladung sind dadurch, daß die Bahnen durch das Magnetfeld spiralig gebogen werden, und durch Schwingungen der Elektronen um die Ringanode stark verlängert; hierdurch kommt ein meßbarer Ionenstrom auch bei niedrigen Drücken zustande. Dieser Entladungsstrom ist sehr nahezu proportional zum Druck. Praktisch erzeugt man das Magnetfeld durch einen Permanentmagneten, und die Saugspannung von etwa 2000 V wird von einem kleinen Gleichrichter geliefert. Wenn genaue Druckmessungen verlangt sind, muß das Instrument mit einem geeigneten Gas geeicht werden, für die meisten Zwecke aber (siehe oben) ist es ausreichend, die Eichung nach Abb. 5.8b für die dort angegebenen Gerätedimensionen zu verwenden.

Die Eichung von Wärmeleitungsmanometern hängt vom Molekulargewicht des Gases ab (je höher das Molekulargewicht, um so geringer die Leitfähigkeit). Die Eichung von Ionisations- und PENNING-Manometern hängt in komplizierter Weise von der Gaszusammensetzung ab. Wie aber schon betont wurde, werden die Instrumente in der Praxis gewöhnlich nur dazu benutzt, Änderungen in den Vakuumbedingungen zu beobachten, so daß die absoluten Empfindlichkeiten nicht oft benötigt werden.

5.5 Getter

In abgeschmolzenen Vakuumröhren kann das Vakuum verbessert und aufrechterhalten werden, indem man ein „Getter" anwendet, gewöhnlich ein chemisch aktives Metall, das innerhalb der Röhre im geeigneten Augenblick während der Entgasung verdampft wird (siehe unten und vgl. Abb. 5.9). Gasreste in der Röhre können sich dann mit dem Getterstoff zu Verbindungen mit geringem Dampfdruck vereinen. Außerdem werden Gase in der entstehenden Niederschlagsfläche des Getterstoffes eingefangen und in die Ablagerung mit eingebaut. Nach dem Abschmelzen der Röhre absorbiert die niedergeschlagene Getterfläche auch weiterhin Gase.

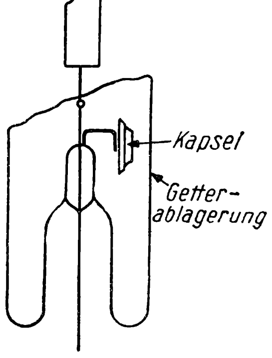


Abb. 5.9. Beispiel für die Anbringung eines Getters in einer Vakuumröhre

Man hat Magnesium, Kalzium und einige andere Metalle als Getter benutzt, zur Zeit wird aber Barium als die für diesen Zweck geeignetste Substanz angesehen. Es gibt verschiedene Verfahren, das Barium im geeigneten Augenblick an die richtige Stelle zu bringen. Im Handel sind einige Legierungen erhältlich (z. B. Ba-Mg, Ba-Al), die an der Luft ziemlich beständig sind. Eine entsprechende Portion der Legierung wird in eine kleine, durch einen Schweißpunkt angeheftete Nickelkapsel gepackt, die an einer Stelle angebracht ist, wo sie durch Wirbelströme erhitzt werden kann, ohne die anderen Elektroden

[1]) Der Verfasser verdankt die Daten der Abb. 5.8 Herrn Prof. F. A. VICK.

zu beeinflussen. Bei der fabrikmäßigen Röhrenherstellung wird das Getter gelegentlich an der Anode befestigt und durch Erhöhen der Temperatur am Schluß des Entgasungsprozesses „gezündet".

Um einen geeigneten Dampfdruck des Bariums zu erhalten, braucht man eine Temperatur von 700 bis 800 °C. Die Temperatur der Getterkapsel wird deshalb allmählich erhöht, so daß das Getter zuerst selbst entgast und dann verdampft wird. Eine sehr bequeme Form des Getters stellt Barium in einer röhrenförmigen Hülle aus Kupfer, Nickel oder Eisen dar; eine Nickelhülle der in der Abb. 5.10 gezeigten Form ist besonders vorteilhaft. Das Getter kann so an eine Elektrode angeschweißt und in der oben beschriebenen Weise verdampft werden; man kann es auch mit Zuleitungen versehen, so daß es durch einen durchfließenden Strom erhitzt werden kann.

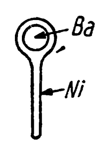


Abb. 5.10. Querschnitt durch eine handliche Getterausführung

Die Hauptschwierigkeit, die bei der Verwendung von Gettern auftritt, ist die Gefahr, die Isolation innerhalb der Röhre durch einen niedergeschlagenen Metallfilm zu verderben. Man muß also die Röhre so konstruieren, daß der Getterstoff sich nicht auf Isolierteilen niederschlagen kann. In der industriellen Praxis werden für Röhren, bei denen auf die Isolation besonderer Wert gelegt wird, z. B. Hochspannungsröhren und Elektrometerröhren, keine Getter benutzt.

Ein sehr hohes Vakuum kann man im Laboratoriumsbetrieb durch einen zweistufigen Getterprozeß erreichen. Das Getter wird in einem Abzweigrohr angebracht, es wird entgast und teilweise verdampft, bevor die Röhre von der Pumpe abgeschmolzen wird. Nach dem Abschmelzen wird der Rest des Getters verdampft, wobei das Abzweigrohr mit dem Getterfilm während und nach diesem Vorgang in flüssige Luft getaucht wird.

Eng verwandt mit der Getterung ist die Absorption von Gasen durch heißes Wolfram (und andere Metalle), die eine beträchtliche Verbesserung des Vakuums während des Betriebes von abgeschmolzenen Röhren, die Glühfäden enthalten, hervorruft.[1])

Tantal (vgl. § 5.A 3), das bei hoher Temperatur entgast werden kann, absorbiert bei tiefer Rotglut viele Gase intensiv. Eine aus diesem Werkstoff angefertigte und bei geeigneter Temperatur betriebene Anode kann deshalb eine Getterwirkung in einer Röhre ausüben. Man kann zu diesem Zweck auch Tantalstücke an einer Elektrode anbringen; auch Zirkon- und Thoriumpulver werden in dieser Weise verwendet.

---

[1]) Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff werden von heißem Wolfram absorbiert. Wasserdampf – oder auch Wasserstoff in Anwesenheit von Sauerstoff – greift dagegen Wolframfäden auch bei niedrigen Drücken in übler Weise an, ohne wirksam absorbiert zu werden: Auf dem Draht bilden sich atomarer Wasserstoff und Wolframoxyd, diese Stoffe reagieren an den Röhrenwänden unter Bildung eines schwarzen Wolframniederschlages und erneuter Entstehung von Wasserdampf; dieser Kreislauf dauert unbegrenzt an.

5.6 Statische und kinetische Vakuumsysteme

Die üblicherweise verwendeten Vakuumsysteme kann man ziemlich scharf in statische und kinetische Systeme[1]) einteilen. Typische statische Systeme sind aus Glas hergestellt, bei ihnen sind besonders ausgearbeitete Vorkehrungen getroffen worden, Gasentwicklung im Innenraum zu vermeiden. Zu diesen Systemen gehören diejenigen, bei denen ein Gefäß (z. B. eine Elektronenröhre) von einem Pumpsystem durch Abschmelzen getrennt wurde und dann ohne weiteres Abpumpen betrieben wird.[2]) Bei den kinetischen Systemen, die im allgemeinen umfangreich und in Metall ausgeführt sind, wird eine gewisse Gasentwicklung zugelassen; sie sind so konstruiert, daß das Gas ohne Störung der Funktion des Systems abgepumpt wird. Zyklotrone, Apparate zur Bedampfung von Oberflächen, an der Pumpe betriebene Röntgenröhren sind Beispiele für kinetische Systeme.

5.7 Statische Vakuumsysteme: Anordnung

Die Abb. 5.11 zeigt ein typisches Vakuumsystem für das Auspumpen z. B. einer Röhre zu Versuchen über Glühelektronenemission. Üblicherweise benutzt man Quecksilberdiffusionspumpen aus Glas für diese Zwecke. Die erforderliche Sauggeschwindigkeit (0,5 bis 5 l/s) kann mit derartigen Pumpen bei Verwendung von mit flüssiger Luft gekühlten Fallen erreicht werden, und es ist selbstverständlich am bequemsten, überall Glasschmelzverbindungen zu haben. Quecksilberpumpen werden nicht so leicht „vergiftet" wie Diffusionspumpen, die organische Treibmittel verwenden, weder durch Dämpfe noch durch

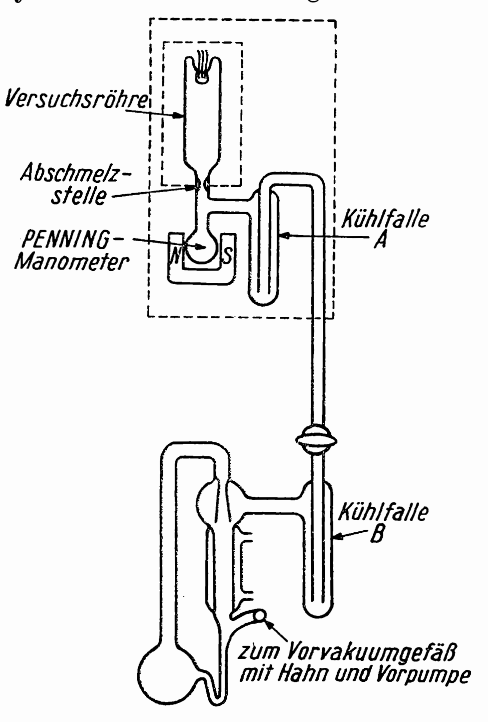


Abb. 5.11. Typisches Beispiel für ein „statisches" Vakuumsystem

[1]) Diese in der deutschen Literatur nicht üblichen Bezeichnungen decken sich weitgehend – aber nicht ganz – mit der deutschen Einteilung in „abgeschmolzene" und „offene" Systeme. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Abgeschmolzenes System in der deutschen Bezeichnungsweise. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Oxydationsprodukte, die sich bilden, wenn Luft in die heiße Pumpe eintritt. Um die tiefstmöglichen Drücke zu erreichen, sind immer Kühlfallen erforderlich. Bei weniger strengen Forderungen an das Vakuum können Pumpen, die mit organischen Flüssigkeiten betrieben werden, vielfach ohne flüssige Luft benutzt werden.[1]) Die Pumpen müssen dann nach dem Fraktionierprinzip aufgebaut sein, so daß der Hochvakuumstrahl von Dampf gespeist wird, der bereits von den flüchtigeren Bestandteilen befreit ist.

Die Verbindungen müssen so konstruiert sein, daß die Sauggeschwindigkeit nicht unnötig gegenüber der durch die verfügbare Pumpe gegebenen Grenze herabgedrückt wird (eine Ausnahme bildet möglicherweise die für das Abschmelzen erforderliche Einschnürung).

5.8 Statische Vakuumsysteme: Konstruktion

Wir beschäftigen uns hier insbesondere mit Systemen zum Herstellen sehr hoher Vakua. Viele Laboratoriumsversuche verlangen Systeme, die eigentlich kinetische Vakuumsysteme mit geringer Sauggeschwindigkeit sind; bei diesen werden die Regeln für die „statische" Konstruktion in den Grundzügen befolgt, aber viele der Vorsichtsmaßregeln weggelassen.

Statische Vakuumsysteme dürfen nur Materialien enthalten, die durch Erhitzen entgast werden können.[2]) Organische Substanzen, wie Wachse und Fette, flüchtige Metalle, wie Zink und das zinkhaltige Messing, sowie niedrigschmelzende Metalle, wie Weichlot, sind deshalb auszuschließen. Die wichtigsten Konstruktionsmaterialien sind Glas und gewisse, im Anhang (§ 5.A 3) aufgeführte Metalle.

Metallteile für Vakuumröhren können vielfach aus Blech gebogen oder gepreßt und mechanisch durch Einfalzung oder durch Punktschweißen verbunden werden. Man kann kleine Stahlschrauben verwenden, oder die Metallteile können auch durch Flammenschweißen und Hartlöten mit Silber oder Kupfer verbunden werden; diese Verfahren benutzt man für Metallteile, die für Punktschweißung zu dick sind. Das Hartlot soll vorzugsweise eine zinkfreie Silber-Kupfer-Legierung sein. Sehr gute Hartlötverbindungen stellt man her, indem man ein dünnes Blech aus reinem Silber oder Kupfer zwischen die zu verbindenden Stahl- oder Nickelteile klemmt und das Ganze im Hochvakuum oder in einer Wasserstoffatmosphäre bis zum Schmelzpunkt des Lotmetalls erhitzt. In der Industriepraxis wird vielfach ein Gemisch aus Stickstoff und Wasserstoff („Formiergas", Schutzgas) bei dieser und ähnlichen Operationen benutzt.

Eine gewisse Schwierigkeit bereitet es, leicht zu bearbeitende Isolierstoffe für den Gebrauch in Hochvakuumsystemen zu finden. Man kann Glas und

---

[1]) Pumpen mit organischen Treibmitteln werden in der Röhrenfabrikation in steigendem Maße verwendet.

[2]) Ein monomolekularer Gasfilm von 1 cm² Fläche gibt, wenn er in ein Volumen von 1 cm³ verdampft, einen Gasdruck der Größenordnung

$$\frac{1}{50}\ \text{mm Hg}.$$

Quarzgut verwenden (siehe Abb. 5.12). Glimmer wird in Radioempfängerröhren oft zum Tragen und zur Zentrierung der Elektroden im Kolben benutzt. Er ist indessen nicht leicht zu entgasen, außerdem verliert er bei einer Temperatur zwischen 550 und 800 °C (die von der Zusammensetzung abhängt) Wasser und büßt dabei elektrisch und mechanisch an Wert ein. Industriell werden vielfach keramische Materialien eingesetzt, die aber im Laboratoriumsmaßstab nicht einfach zu bearbeiten oder in die erforderliche Form zu bringen sind. Steatit (Seifenstein, Talk) ist ein weiches Mineral, das mit gewöhnlichen Werkzeugen bearbeitet werden kann und das durch Erhitzen an der Luft auf 800 bis 1300 °C zu einem harten Isolierstoff gebrannt wird, wobei nur eine geringe Schwindung auftritt.

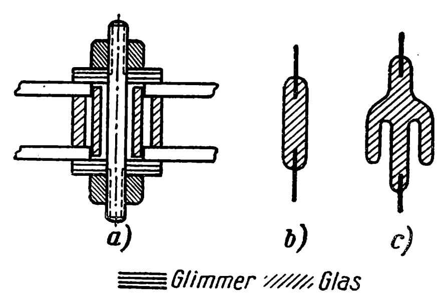


Abb. 5.12. Für Vakuumröhren verwendbare Isolatoren. a) Aufbau aus Glasrohren und Glimmerdichtungen; b) Glasstäbchen; c) Glasstäbchen mit Isolierglocke

5.9 Statische Vakuumsysteme: Arbeitsweise

Es wurde schon betont, daß die Herstellung guter Vakua in „statischen" Systemen davon abhängt, daß alle dem Vakuum ausgesetzten Teile so behandelt werden, daß sie kein Gas abgeben. Diese Behandlung beginnt bereits vor dem Zusammenbau des Systems:

Metallteile können durch Hitzebehandlung in einem Vakuumofen entgast werden.[1]) Da das Gas aus dem Metallinnern die Oberfläche durch Diffusion erreichen muß, soll die Temperatur so hoch wie möglich gewählt werden; für Nickel, Eisen und Kupfer kann man einen Ofen aus einem Quarzrohr mit einer Chromnickelwicklung benutzen. Man kann auch hochfrequente Wirbelströme einsetzen, dabei bleibt das Außenrohr kalt, und schwerschmelzende Metalle können bei sehr hohen Temperaturen entgast werden. Anstelle im Vakuum zu arbeiten, können die Metallteile auch in einem langsamen Strom trockenen Wasserstoffes geglüht werden. Dieses Verfahren ist sogar noch wirksamer, wahrscheinlich weil dabei Sauerstoffverbindungen kräftig reduziert werden; es darf aber nicht bei Kupfer und Tantal angewendet werden, die bei Wasserstoffbehandlung brüchig werden.

Nach dem Entgasen können die Metalle der Luft ausgesetzt werden, sie müssen jedoch frei von Fett gehalten und dürfen deshalb nicht mit bloßen Händen berührt werden. Der dünne Oberflächenfilm, den sie unter diesen Umständen erhalten, wird während der Endbehandlung von den Pumpen vollständig entfernt.

Glas gibt ebenfalls einen erheblichen Teil seines Gases bei einer vorherigen Erwärmung ab. Dieses Verfahren wird aber nicht so allgemein angewendet,

[1]) In solcher Weise vorbehandeltes Nickel ist im Handel zu haben.

wahrscheinlich weil es schwierig ist, ein Wiederfeuchtwerden des Glases während der Operationen zum Abschmelzen des Vakuumsystems zu vermeiden.

Wenn die Vakuumröhre zusammengebaut und an das Pumpsystem angeschmolzen ist, erfolgt das Entgasen nach einem Plan, etwa wie in der Tafel 5.5 dargestellt. Diese Tafel bezieht sich speziell auf eine Hochvakuumröhre, die eine Wolframkathode besitzt; mit gewissen Änderungen kann man den Plan auf die meisten Hochvakuumversuche anwenden. Bei vielen Versuchen, die höchste Vakua verlangen, wird die Röhre von den Pumpen abgeschmolzen, und die Gasreste werden durch „Getter"-Wirkung der Elektroden oder durch ein besonderes Getter (siehe § 5.5) beseitigt.

Tafel 5.5

Typischer Evakuierungsplan für eine Hartglasapparatur
(vgl. hierzu die Abb. 5.11)

1. Ausglühen im Ofen bei 450° C, wobei die Falle *A* und das Manometer mit in die Glühzone kommen.[1]) Die Falle *B* befindet sich dabei in flüssiger Luft. Glühdauer 1 h.
2. Glühofen entfernen. Drähte durch elektrischen Strom auf die höchstzulässige Temperatur bringen, andere Metallteile durch Stromfluß, Wirbelströme oder Elektronenbombardement erhitzen.
3. Beide Fallen mit flüssiger Luft kühlen. Die Röhre im Ofen[2]) auf 300 bis 350° C erhitzen, bis das Meßgerät zeigt, daß kein Gas mehr abgegeben wird.
4. Metallteile erhitzen, bis das Meßgerät zeigt, daß kein Gas mehr abgegeben wird. Glühkathoden formieren.
5. Getter abbrennen (erste Stufe).
6. Abschmelzen.
7. Getter abbrennen (zweite Stufe), Röhre oder Ansatzrohr dabei in flüssige Luft eintauchen.

Bemerkungen:

a) Zwei Kühlfallen mit flüssiger Luft werden nur dann vorgesehen, wenn ein sehr gutes Vakuum verlangt ist; sonst ist nur die Falle *B* vorhanden.
b) Die Schritte *5* und *6* werden bei Röhren durchgeführt, die vom Pumpsystem abgeschmolzen werden.
c) Schritt *7* stellt eine Spezialtechnik zum Erreichen höchster Vakua dar.
d) Wenn Oxydkathoden verwendet werden, werden sie gewöhnlich unmittelbar vor Schritt *5* formiert.

5.10 Kinetische Vakuumsysteme

Diese Systeme haben etwa in den letzten 15 Jahren Bedeutung gewonnen; sie werden jetzt in beträchtlichem Maße in der Industrie angewendet, und es ist eine ingenieurmäßige Technik für „Vakuumrohranlagen" entwickelt

[1]) Das große, gestrichelte Viereck in der Abb. 5.11 deutet den Ofen an. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Das kleine, gestrichelte Viereck deutet den Ofen für diesen Prozeß an. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

worden (SULLIVAN 1948, KURIE 1948). Das charakteristische Kennzeichen dieser Anlagen (vgl. Abb. 5.13) ist die Verwendung von Pumpen mit sehr hoher Sauggeschwindigkeit, die stets Öldiffusionspumpen sind. Wassergekühlte Prallplatten werden eingesetzt, um ein direktes Rückströmen von

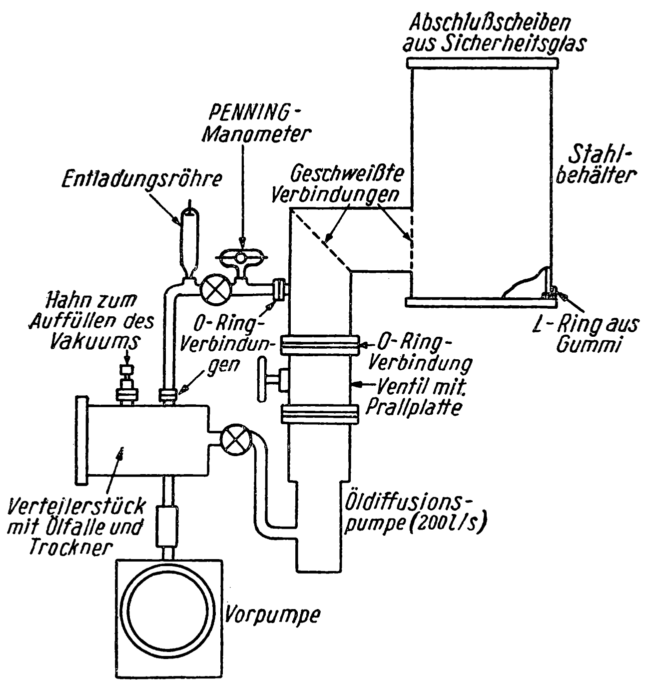


Abb. 5.13
Ein typisches „kinetisches" Vakuumsystem: Anlage zur Bedampfung im Vakuum

Ölmolekülen aus der Pumpe in das Vakuumsystem zu verhindern.[1]) Die Vorpumpen müssen eine genügend hohe Sauggeschwindigkeit besitzen, um das Vorvakuum aufrechtzuerhalten, wenn die Diffusionspumpe mit voller Leistung arbeitet; gewöhnlich ist es wirtschaftlicher, eine „Zwischenpumpe" – „Booster", eine geeignet konstruierte Strahlpumpe – zwischen der Hauptdiffusionspumpe und der mechanischen Pumpe anzuordnen, als eine sehr große mechanische Pumpe zu benutzen.

Die Außenwände derartiger Anlagen werden aus Metall hergestellt; beim Zusammenbau muß in hohem Grade auf Sauberkeit geachtet werden[2]), ein

[1]) Es ist oft von Nutzen, an gewissen Hauptpunkten mit flüssiger Luft gekühlte, ins Innere hineinragende Rohrstutzen anzubringen.

[2]) Die Oberflächen sollen mit Aceton auf sauberen Lappen gereinigt und dann von Fingerspuren und anderem Fett frei gehalten werden.

Entgasen durch Hitze wird dagegen gewöhnlich nicht vorgesehen. Die Apparatur soll aus gewalztem oder gezogenem Messing oder Stahl gefertigt werden. Gußstücke sind im allgemeinen für diesen Zweck zu porös; wenn man sie benutzt, muß man sie innen vollständig verzinnen. Verbindungen werden mit Hart- (Silber-) oder Weichlot hergestellt. Weichlotverbindungen sind nicht fest, aber sie genügen, wenn sie so konstruiert sind, daß die Festigkeit mechanisch gewährleistet ist und das Lot hauptsächlich als Vakuumdichtung wirkt. In der Praxis werden neuerdings vielfach an Verbindungsstellen Gummidichtungen verwendet. Eine der günstigsten Formen der Dichtung stellt der nahtlose Toroid-Ring (O-Ring) dar. Der Ring muß in eine Nut an der Verbindung gelegt werden, so daß er nicht in das Vakuum hineingesaugt werden kann. Eine Auswahl an Formen für Gummiverbindungen ist in der Abb. 5.14 dargestellt; alle diese Verbindungen sind leicht zu öffnen und deshalb besonders wertvoll für Vakuumaufdampfanlagen, die bei jedem Arbeitszyklus geöffnet werden müssen. Die Dichtungen können trocken benutzt werden, oder man schmiert sie sehr dünn mit einem Fett mit niedrigem Dampfdruck ein.

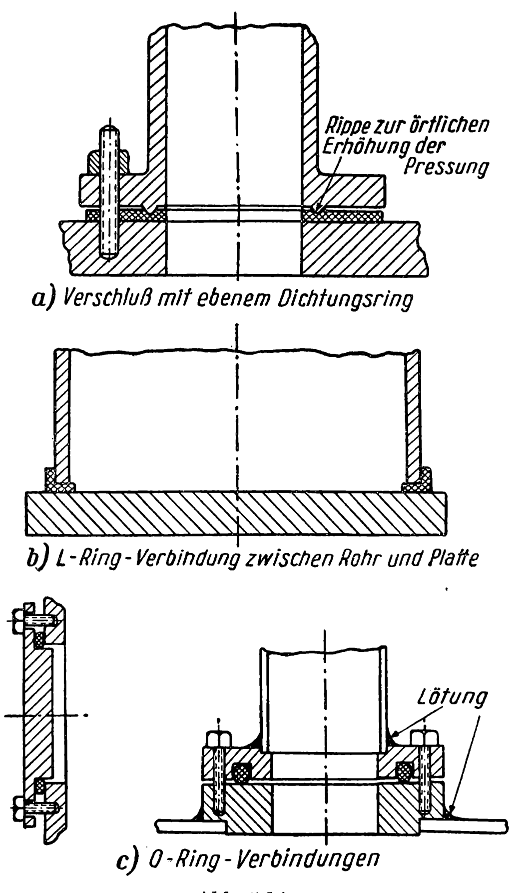


Abb. 5.14
Gummidichtungsverbindungen für Vakuumsysteme

Gummimembranen sind dazu verwendet worden, mechanische Bewegung in den Vakuumraum eines kinetischen Systems zu übertragen („Wilson-Dichtung", siehe Abb. 5.15); man kann auch gefettete konische Schliffverbindungen zu diesem Zweck benutzen. Gewöhnlich muß man Kupplungen vorsehen, damit sich die inneren Teile ohne Klemmen oder von der eingeschliffenen Dichtung herrührende Spannungen frei drehen können.

Manchmal benutzt man Hähne, um die Pumpe vom übrigen Vakuumsystem abzuschließen, so daß man letzteres öffnen kann, ohne daß Luft in die Pumpe eindringt. Ein Hahn im Hauptpumprohr muß sehr weit sein und wird vorteilhaft mit einem Ölfänger kombiniert. Verschiedene günstige Anordnungen

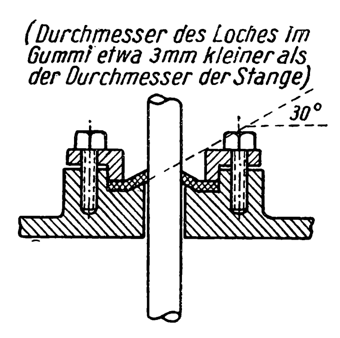


Abb. 5.15. WILSON-Dichtung, die Längsverschiebung und Drehung gestattet

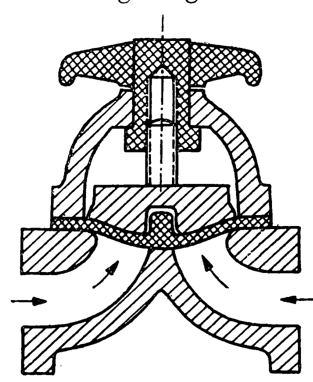


Abb. 5.16. Membranventil nach SAUNDERS. (Geschlossen dargestellt)

sind beschrieben worden und einige werden kommerziell hergestellt (HICKMAN 1940; EDWARDS). Kleinere Hähne für Nebenschluß- und Vorpumpenverbindungen können nach der Membrankonstruktion „SAUNDERS" ausgeführt werden (Abb. 5.16).

5.11 Lecksuche

Das Auffinden kleiner Leckstellen in Vakuumapparaturen kann schwierig sein. Oft ist es nicht möglich, die Anlage durch Einsatz von Hähnen zu unterteilen und so den ungefähren Ort eines Lecks festzustellen. Man wird deshalb vorteilhaft eine Apparatur in einzelnen Stufen aufbauen, um die einzelnen Abschnitte auf Dichtigkeit zu prüfen, oder man soll die Möglichkeit vorsehen, erforderlichenfalls einzelne Teile zu diesem Zweck abzunehmen.

In einer Glasapparatur können Poren mit Hilfe der durch eine Induktionsspule oder einen kleinen TESLA-Transformator ausgelösten Gasentladung gefunden werden, wenn der Druck in der Anlage auf einen geeigneten Wert (1 bis 0,1 mm Hg) abgesenkt wurde. Ein Anschluß der Induktionsspule wird mit einer Elektrode im Innern der Apparatur verbunden (beim TESLA-Transformator ist das nicht nötig, da hier die Streukapazitäten als geerdete Verbindung wirken), der andere wird auf der Oberfläche des Gerätes entlangbewegt. Wenn die Elektrode sich über eine Pore hinwegbewegt, springt ein Funke über. Das Verfahren ist jedoch für sehr kleine Leckstellen nicht empfindlich genug, und in der Nähe einer Elektrodeneinschmelzung kann man es nicht anwenden.

Die andere „klassische" Methode besteht darin, die Anzeige eines geeigneten Druckmessers zu beobachten, während man das System mit einer Seifen-

lösung überstreicht. Die Instrumentenanzeige sinkt, wenn eine Leckstelle von der Lösung überdeckt wird.

Die moderneren und erfolgreicheren Verfahren beruhen auf dem selektiven Ansprechen gewisser Manometer auf bestimmte Dämpfe. So wird z. B. die Emission des Wolframfadens in einer Ionisationskammer durch Sauerstoff verringert; oder wenn man die Luft an einer Leckstelle durch Helium ersetzt, führt das zu einer beträchtlichen Verringerung des Ionenstromes in einem Ionisationsmanometer. Ein besonders nützliches Lecksuchgerät stellt ein PENNING-Manometer dar, das mit Butan (einem in Flaschen käuflichen Gas) als Prüfstoff gebraucht wird (vgl. BLEARS und LECK 1951, die eingehend die besten Anwendungsbedingungen besprechen). Man richtet einen Gasstrahl auf den verdächtigen Bereich, und der Ersatz der Luft durch das Gas ruft einen beträchtlichen Anstieg des Manometerstromes hervor. Wenn man ein kleines Leck untersucht, ist es am günstigsten, außen auf der Appartaur einen Damm aus Plastilin zu errichten, so daß man in wirtschaftlicher Weise die erforderliche Gaskonzentration über dem vermuteten Leck für einige Zeit aufrechterhalten kann.

Das Prinzip, mit einem selektiven Anzeigegerät zu arbeiten, wird bei drei neuerdings entwickelten und offensichtlich sehr wirksamen Verfahren benutzt: Ein über ein Palladiumrohr angeschlossenes Ionisationsmanometer, das sehr empfindlich gegen Wasserstoff ist (NELSON 1945); die Erzeugung von positiven Ionen an einem erhitzten Platindraht, der Halogendämpfen ausgesetzt ist (WHITE und HICKEY 1948); der Einsatz eines Massenspektrometers mit Helium als Prüfgas (WORCESTER und DOUGHTY 1946, THOMAS und Mitarbeiter 1946, DUSHMAN 1949, S. 377).

Alle diese Manometerverfahren können bei Metall-Vakuumanlagen angewendet werden, das Massenspektrometerverfahren wurde speziell zur Lecksuche in sehr großen kinetischen Systemen entwickelt. Bevor man eine Metall-Vakuumapparatur zusammenbaut, soll man ihre Einzelteile prüfen, indem man einen positiven Überdruck auf die Innenseite wirken läßt, das Gefäß in Wasser taucht und auf Blasen achtet. Ein anderes, aber bedeutend weniger befriedigendes Verfahren – anstelle des Wassertankes – ist das Bestreichen mit Seifenlösung.

5.A Anhang

5.A 1 Verschmelzungen zwischen Metall und Glas

Diese Verschmelzungen spielen – sei es in der Form von in Glas eingeschmolzenen Drahtdurchführungen, sei es als verschmolzener Stoß zwischen Glas- und Metallrohren – in der Vakuumtechnik eine wichtige Rolle.[1]) Sie werden wahlweise unter Benutzung von zwei Prinzipien hergestellt:

a) Das Metall kann so ausgewählt werden, daß sein Ausdehnungskoeffizient dem des Glases im Bereich zwischen der Erweichungstemperatur des

[1]) Eine vollständige Behandlung dieser Frage ist bei PARTRIDGE (1949) zu finden.

Glases („Transformationspunkt“) und der Betriebstemperatur gleichkommt. Diese Gleichheit muß so gut erreicht sein, daß die im Glas bei der Abkühlung oder bei Temperaturänderungen im Betrieb hervorgerufenen Spannungen noch kein Zerspringen des Glases verursachen.

b) Die Verbindung kann so konstruiert werden, daß das Metall durch plastische Verformung nachgibt, bevor im Glas gefährliche Spannungen verursacht werden.

In beiden Fällen muß das Glas das Metall „benetzen“, und um dies sicherzustellen, oxydiert man das Metall (und bedeckt es – im Falle des Kupfers – mit einer dünnen Boraxschicht). Bei der Verschmelzungstemperatur löst sich das Oxyd im Glas und bildet eine dünne Schicht eines Übergangsglases,

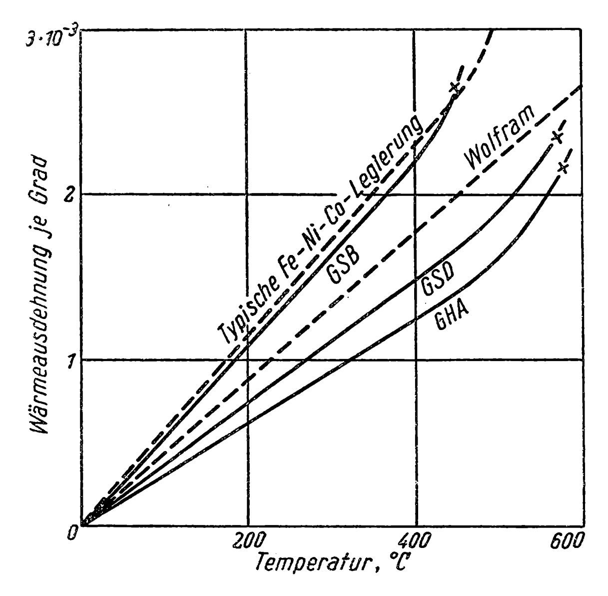


Abb. 5.17
Vergleich von Einschmelzgläsern mit Wolfram und einer Fe-Ni-Co-Legierung

die fest am Metall anhaftet. Die Farbe und das Aussehen dieser dünnen Zwischenschicht gibt gewöhnlich gute Kennzeichen für eine befriedigende Verschmelzung. (Eine Darstellung der Konstruktion von Verschmelzungen ist bei SCOTT 1946 zu finden.)

Wolframdraht bildet mit Borosilikat-Hartglas Einschmelzungen der Klasse a; die Abb. 5.17 stellt den Verlauf der Ausdehnung von Wolfram und von zwei Gläsern (aus der Liste von CHANCE) dar. Glas der Sorte GHA ist bekannt für befriedigende Drahteinschmelzungen bis zu 1 mm Durchmesser

unter Laboratoriumsbedingungen, die Sorte GSD (die gewöhnlich als Übergangsglas dient) kann noch bei größeren Durchmessern verwendet werden.[1])

Zur Herstellung einer Einschmelzung wird der Wolframstab, der frei von Längsrissen und Ziehriefen sein soll, durch Erhitzen auf Rotglut und durch Bestreichen mit einem Stück Natriumnitrit, das das Wolfram heftig angreift, gereinigt. Dann wird der Stab in Wasser abgewaschen und durch Erhitzen in einer Leuchtgas-Luft-Flamme oxydiert. Nun wird eine Hülse aus dem passenden Glas darübergesteckt und mit einer Leuchtgas-Sauerstoff-Flamme auf den Draht heruntergeschmolzen, wobei man in der Mitte des Stückes beginnt und nach den Enden hin fortschreitet. Nach dem Erkalten soll die Einschmelzung einen ununterbrochenen, goldigen bis braunen Film des Übergangsglases erkennen lassen.

Dreistofflegierungen von Eisen, Nickel und Kobalt (USA-Fabrikate: Fernico und Kovar; britische Legierungen: Nicosel, Nilo und Telcoseal) bilden mit passenden Borosilikatgläsern (z. B. CORNING G 705 A; CHANCE GSB; C 90 von B. T. H.; FCN von G. E. C.), die Ausdehnungskoeffizienten in der Größenordnung $4{,}8 \cdot 10^{-6}$ pro Grad besitzen, draht-, ring- und scheibenförmige Verschmelzungen der Klasse a.[2]) Man braucht dann noch Übergangsgläser zwischen diesen Glassorten und den meisten Laboratoriumsgläsern. Die Dreistofflegierungen sind besonders für die Herstellung von eingeschmolzenen Isolatoren geeignet, mit denen Leiter durch Metallumhüllungen hindurchgeführt werden. Die Metallteile für alle derartigen Einschmelzungen sollen sehr glatt sein und können erforderlichenfalls durch Eintauchen in eine verdünnte Mischung von Salpeter- und Salzsäure gereinigt werden. Dann sollen sie durch Erhitzen in trockenem Wasserstoff auf 950 bis 1000 °C entgast werden. Während des Verschmelzungsprozesses soll eine gewisse Oxydation eintreten, eine Überoxydation jedoch, die an der schwarzen Farbe in der fertigen Einschmelzung zu erkennen ist, kann zu Porösität führen.

Platindraht ergibt mit Natron-Kalk-Gläsern (wobei häufig Bleigläser als Übergangsgläser verwendet werden) Verschmelzungen der Klasse a. Industriell werden keine Platineinschmelzungen benutzt, aber sie sind leicht herzustellen und für das Laboratorium gelegentlich von Nutzen. Auch eine Anzahl von Eisenlegierungen für Einschmelzungen in Weichglas, insbesondere Chromstahl mit 25 bis 30 % Cr, sind erhältlich. Chromstahl kann dazu benutzt werden, ringförmige Verschmelzungen mit Glasrohren herzustellen, bei denen das Metall bis zu 1 mm dick ist; derartige Verschmelzungen sind von der Firma PHILIPS für den Bau von Röntgenröhren weit entwickelt worden. Draht aus einer Nickel-Eisen-Legierung (42 % Ni), der mit einer

---

[1]) In der amerikanischen Praxis wird als Übergangsglas das Borosilikat-Bleiglas CORNING G 702 P Nonex benutzt. Die englischen Gesellschaften B. T. H. und G. E. C. stellen verschiedene Sorten von Einschmelzgläsern für Wolfram her.

[2]) Die Redaktion der deutschen Ausgabe dankt dem VEB JENAer GLASWERK SCHOTT & GEN. für folgende Angaben:

Dem Glas GHA entspricht die Sorte „Rasotherm“, GSD entspricht die Sorte „Duran“, GSB (oder G 705 A, C 90, FCN) entsprechen die Sorten 1447^{III} oder 1639^{III},

Kupferschicht von solcher Dicke bedeckt ist, daß die radiale Ausdehnung der des Glases gleich ist, kann zu eingeschmolzenen Durchführungen durch Weichglas dienen. Die *axiale* Dehnung des Drahtes ist dabei viel geringer als die des Glases, und die Differenz wird durch plastisches Nachgeben des Kupfers wie bei den Einschmelzungen der Klasse b aufgenommen. Die Größe derartiger Einschmelzungen ist auf etwa 0,8 mm Durchmesser begrenzt, und die Einschmelztemperatur ist ziemlich kritisch. Dies ist indessen für die Industriepraxis kein schwerwiegendes Problem, so daß die meisten kleinen

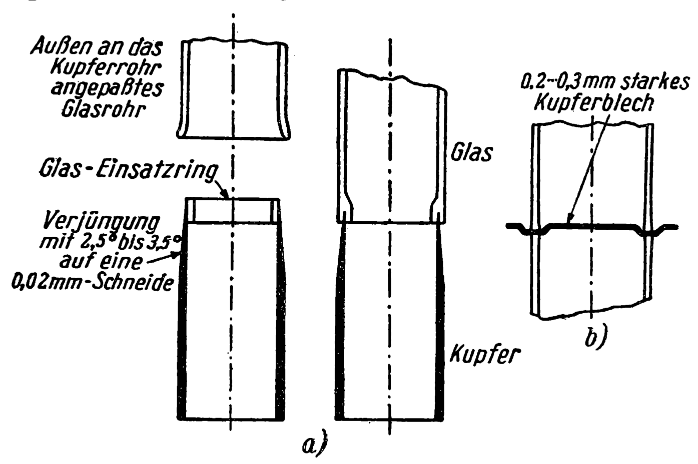


Abb. 5.18. Kupfer-Glas-Verschmelzungen. a) Rohr; b) Scheibe

Lampen und Röhren Einschmelzungen aus kupferüberzogenem Draht in einem „Quetschfuß" aus Bleiglas besitzen, der massiv mit einem Kolben aus Natron-Kalk-Glas verschmolzen ist. Derartige Quetschfüße kann man bei den Glühlampenherstellern für die Verwendung in Laboratoriumsvakuumröhren kaufen.

Die Kupfer-Ring- und Kupfer-Scheiben-Verschmelzungen nach Abb. 5.18 (Einzelheiten der Konstruktion bei Martin und Hill 1947, Anhang) beruhen ganz auf der plastischen Verformung, und der mechanische Aufbau ist hier von besonderer Bedeutung. Das Kupferrohr für die Ringeinschmelzung erhält eine zugeschärfte Kante, wird leicht oxydiert, in Boraxlösung getaucht und erhitzt, bis es mit einem glasigen Boraxfilm bedeckt ist. Die Herstellung der Verbindung selbst erfolgt dann in einer automatischen oder einer handbedienten Vorrichtung.

5.A 2 Quarz-Metall-Einschmelzungen

Infolge des niedrigen Ausdehnungskoeffizienten von Quarz ($0{,}6 \cdot 10^{-6}$) ist es recht schwierig, Elektrodendurchführungen in Quarzglas einzuschmelzen. Man hat hierfür Invarelektroden eingeschliffen und mit geschmolzenem Blei abgedichtet.

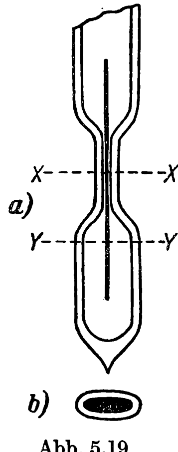


Abb. 5.19 Molybdänband-Einschmelzung in Quarz

Neuerdings verwendet man Molybdänband (15 μ dick, mit zugeschärfter Kante) zur Herstellung von befriedigenden Einschmelzungen der Klasse b (Abb. 5.19). Derartige Einschmelzungen sind industriell für Quecksilberdampflampen entwickelt worden. Der Quarz wird im Vakuum oder in einem inerten Gas auf das Metall heruntergeschmolzen. Ein 4 mm breiter Streifen verträgt 10 A (MARTIN und HILL 1947, Anhang; ESPE und KNOLL 1936, S. 349).

5.A 3 *Punktschweißen*

Dieses Verfahren ist zur Verbindung dünner Metallbleche bei der Herstellung von Elektroden usw. für Vakuumröhren sehr wertvoll. Die zu verbindenden Teile werden zwischen Elektroden mit stumpfen Spitzen aufeinandergepreßt und durch einen kurzzeitig hindurchfließenden starken Strom (100 bis 1000 A) aus einem Niederspannungstransformator (1 bis 4 V) auf einer eng begrenzten Fläche zum Schmelzen gebracht. Am bequemsten richtet man es so ein, daß die Backen der Schweißzange durch ein Gewicht oder eine Feder mit einem ganz bestimmten Druck zusammengepreßt werden, wenn der Ausführende ein Pedal heruntertritt (siehe Abb. 5.20). Der Strom wird dann durch weiteres Heruntertreten des Pedals oder (was meiner Meinung nach vorzuziehen ist) durch einen anderen Pedalschalter eingeschaltet.

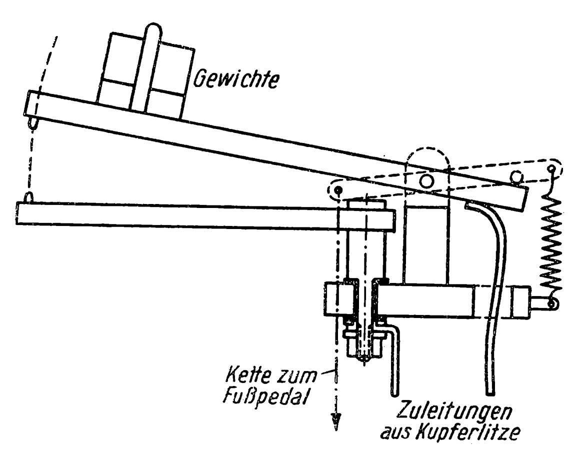


Abb. 5.20. Eine Ausführung eines Punktschweißgerätes für das Laboratorium

In der Industriepraxis wird die Dauer des Stromflusses automatisch geregelt; gewisse, schwierig zu behandelnde Materialien können ziemlich leicht mit einem durch ein Thyratron geregelten Schweißgerät geschweißt werden, das

eine genaue Einstellung von sehr kurzen Stromstößen gestattet. Ein Punktschweißgerät für das Laboratorium kann man improvisieren, indem man eine Autobatterie oder eine Anzahl großer Kondensatoren als Stromquelle benutzt.

Die Leichtigkeit und die Sicherheit, mit der Metalle punktgeschweißt werden können, hängt von ihrer elektrischen und thermischen Leitfähigkeit ab, von ihrem Schmelzpunkt und davon, daß keine stark isolierenden Oxydfilme auftreten.

Nickel, Konstantan, Eisen und Stahl sind leicht mit einem Laboratoriumspunktschweißgerät unter Verwendung von Kupferelektroden zu schweißen. Molybdän bereitet gewisse Schwierigkeiten, es wird am besten unter Alkohol oder in einer Atmosphäre von reduzierendem Gas geschweißt. Kupfer kann mit Molybdänelektroden geschweißt werden, wobei die Hitze hauptsächlich in den Elektroden selbst entwickelt wird. Wolfram kann an Nickel angeschweißt werden, dieses dann an andere Metalle. Aluminium kann man unter Laboratoriumsbedingungen nicht punktschweißen (vgl. hierzu auch ESPE und KNOLL 1936).

5.A 4 Für die Vakuumtechnik wichtige Stoffe: Allgemeines

1. Gläser (siehe auch § 4.23)

Natron-Kalk-Weichglas wird für die handelsüblichen abgeschmolzenen Vakuumgeräte – zumeist Lampen und kleinere Röhren – verwendet. Bleiglas wird in diesen Fällen als Einschmelzglas gebraucht. Borosilikat-Hartglas (z. B. Pyrex, GHA von CHANCE) wird gewöhnlich für Laboratoriumsanlagen mit Wolframeinschmelzungen benutzt. Bei solchen Einschmelzungen werden, vor allem in der industriellen Fertigung, Übergangsgläser (z. B. G 702 P Nonex, GSD von CHANCE) als Zwischenstufen eingeschmolzen. Andere Borosilikatgläser mit ziemlich hoher Ausdehnung werden industriell beim Einschmelzen von Molybdän und von Fe-Ni-Co-Legierungen angewendet.[1])

2. Nickel

Gewöhnlich für Elektroden usw. verwendet, wozu es vollständig gereinigt und entgast wird.

Wichte 8,8 bis 8,9 g/cm³; Schmelzpunkt 1452 °C; Wärmeausdehnung $15 \cdot 10^{-6}$ je Grad (im Bereich 0 bis 500 °C).

Unterhalb von etwa 350 °C magnetisch, die Anfangspermeabilität beträgt etwa 500.

3. Kupfer

Gelegentlich für unmagnetische Elektroden usw. benutzt. Wird für ringförmige Glaseinschmelzungen verwendet, bei denen der Ausdehnungsunterschied durch plastische Verformung des Metalls aufgenommen wird.

Wichte 8,9 g/cm³; Schmelzpunkt 1083 °C; Wärmeausdehnung $18 \cdot 10^{-6}$ je Grad (im Bereich 0 bis 500 °C).

---

[1]) Vgl. hierzu auch die Druckschrift Nr. 8770 „JENAer Sondergläser für die Vakuumtechnik" des VEB JENAer GLASWERK SCHOTT & GEN. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

4. Konstantan

Nahezu unmagnetisch und erheblich fester als Nickel.

5. Eisen

Besonders reines Eisen wird manchmal für Elektroden usw. verwendet. Austenitischer rostfreier Stahl (18% Cr, 8% Ni) ist fest und praktisch unmagnetisch.

5.A 5 Für die Vakuumtechnik wichtige Stoffe: Besonders hitzebeständige Metalle

1. Molybdän

Zu Elektroden usw. für sehr hohe Temperaturen. In geeignete Hartglassorten einschmelzbar.

Wichte ungefähr 10,0 g/cm³; Schmelzpunkt 2630 °C; Wärmeausdehnung $5{,}8 \cdot 10^{-6}$ je Grad.

Ziemlich leicht zu bearbeiten, kann unter gewissen Vorsichtsmaßregeln auch geschweißt werden. Als Draht, Stangen, Band, Blech usw. erhältlich.

2. Wolfram

Zu Elektroden, insbesondere zu Glühdrähten, für sehr hohe Temperaturen. Als Antikathode für Röntgenröhren. In geeignete Hartglassorten einschmelzbar.

Wichte 19,0 bis 19,4 g/cm³ (gezogener Draht); Schmelzpunkt 3400 °C; Wärmeausdehnung 4,4 bis $5{,}5 \cdot 10^{-6}$ je Grad (im Bereich 20 bis 1000 °C).

Schwierig zu bearbeiten, kann bei dunkler Rotglut gebogen und geschmiedet werden. Als Draht, Stangen und Band erhältlich, auch andere Formen sind schon kommerziell hergestellt worden.

3. Tantal

Zu Elektroden für hohe Temperaturen; von besonderer Wichtigkeit, weil es viele Gase stark absorbiert, vor allem bei etwa 600 °C, und leicht bei höheren Temperaturen zu entgasen ist.

Wichte ungefähr 17 g/cm³; Schmelzpunkt etwa 2900 °C; Wärmeausdehnung $6{,}5 \cdot 10^{-6}$ je Grad (im Bereich 0 bis 500 °C).

Ziemlich leicht zu bearbeiten; darf nicht in Luft oder Wasserstoff erhitzt werden. Als Blech oder Draht erhältlich.

5.A 6 Für die Vakuumtechnik wichtige Stoffe: Einschmelzmetalle

1. Platin

Als Durchführung in Natron- oder Bleiglas einschmelzbar.

Wärmeausdehnung $9{,}2 \cdot 10^{-6}$ je Grad.

2. Fe-Cr-Legierungen

Z. B. 75% Fe, 25% Cr, für Einschmelzungen in Natron-Kalk-Glas. Wärmeausdehnung 6 bis $10 \cdot 10^{-6}$ je Grad.

3. Verbunddraht

Mit einem Fe-Ni-Kern und einem Kupferüberzug (*Kupfermanteldraht* von DUMET) zur Einschmelzung in Natron- oder Bleiglas.

4. Wolfram

Zur Einschmelzung in Borosilikat-Hartglas (Pyrex, GHA) mit oder ohne Übergangsgläser (Nonex, GSD).

5. Molybdän

Zur Einschmelzung in besonderes Borosilikatglas (704, 705 von CORNING, GSB von CHANCE).

6. Fe-Ni-Co-Legierungen

(Fernico, Kovar, Nilo, Nicosel, Telcoseal). Für Einschmelzungen in Gläser, die den für Molybdän benutzten im allgemeinen ähnlich sind, aber im Hinblick auf Zulässigkeit eines Knickes in der Ausdehnungskurve besonders ausgewählt werden; denn die Wärmeausdehnung der Legierungen liegt unterhalb von 450 °C bei $4{,}7 \cdot 10^{-6}$ je Grad und besitzt oberhalb dieser Temperatur einen scharfen Anstieg.

Sehr ausführliche Angaben über alle diese Stoffe sind bei ESPE und KNOLL (1936) zu finden. Tabellen von Gläsern und Einschmelzmetallen werden von PARTRIDGE (1949) gebracht.

KAPITEL VI

ELEKTRISCHE MESSUNGEN

6.1 Einleitung

Die besonders große Bedeutung der elektrischen Messungen im physikalischen Laboratorium rührt teilweise davon her, daß eine große und immer steigende Zahl anderer Meßgrößen, z. B. Temperatur, mechanische Bewegung, Gasdruck, p_H-Wert, zum Zweck der Messung in Änderungen elektrischer Größen umgeformt werden. In diesem Kapitel werden einige allgemeine Probleme des elektrischen Messens hauptsächlich deshalb mit behandelt, weil man Auskunft über diese Fragen in kurz zusammengefaßter Form kaum findet.[1])

6.2 Ausschlaginstrumente für Gleichstrom

Die Gleichströme, denen man in der üblichen Laboratoriumspraxis begegnet, erstrecken sich über den Bereich von mehreren tausend Ampere bis hinunter zu 10^{-14} A oder weniger, und oft ist es angebracht, sie mit einem direkt anzeigenden Instrument zu messen. Dies ist im allgemeinen möglich, wenn die verlangte Genauigkeit nicht höher ist als, sagen wir: 1%. Bis herab zu 10^{-9} A ist das Drehspulgalvanometer in einer seiner Formen das normale Meßinstrument, kleinere Ströme verlangen meist ein elektrostatisches Meßverfahren.

Drehspulgalvanometer können folgende Formen besitzen:

1. Spitzengelagerte Instrumente mit Nebenschluß- oder Vorschaltwiderständen (die normalen Ampere- und Voltmeter), die mit Zeiger und Skala abgelesen werden. Sie sind bis herab zu etwa 1 mA für den vollen Skalenausschlag erhältlich; vielfach sind auch empfindlichere Instrumente im Gebrauch, sie sind jedoch recht stoßempfindlich.[2])
2. Zeigerinstrumente mit aufgehängten Spulen oder mit „Einzapfenlagerung" sind bis hinunter zu einigen μA Vollausschlag erhältlich. In die gleiche Klasse kann man einige tragbare Spiegelinstrumente mit eingebauter Lampe und Skala einreihen.

---

[1]) In der englischsprachigen Literatur werden durchweg die Abkürzungen D.C. (direct current) = Gleichstrom und A.C. (alternating current) = Wechselstrom gebraucht. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Die Skala dieser Zeigerinstrumente ist im allgemeinen mit einem Spiegel hinterlegt. Das Auge des Beobachters muß so gehalten werden, daß sich der flach ausgebildete, hochkant stehende Zeiger mit seinem Spiegelbild deckt; dadurch wird der Parallaxenfehler ausgeschaltet. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

3. Spiegelgalvanometer mit aufgehängter Spule, die normalen Laboratoriumsausführungen mit Empfindlichkeiten von etwa 10^{-9} A/mm auf 1 m Skalenabstand bei einem Widerstand in der Größenordnung von 100 Ω.
4. Galvanometer mit aufgehängter Spule mit besonderen Verbesserungen.

6.3 Amperemeter und Voltmeter

Instrumente, die zur Klasse 1 der vorstehenden Gliederung gehören, sind fast immer für direkte Ablesung eingerichtet. Einen sehr guten Überblick über ihre Genauigkeit gibt die Einteilung der britischen Norm B. S. 89 (1937), aus der die Werte der Tafel 6.1 entnommen wurden.

Tafel 6.1

A. Prozentuale Genauigkeit von elektrischen Instrumenten

	Laboratoriums-instrumente [1]	Betriebs-instrumente [2]
Voltmeter:		
Drehspule und Permanentmagnet	0,2	1,0
elektrodynamisch	0,3	1,0
sonstige	0,5	3,0 (b)
Amperemeter: [3]		
Drehspule und Permanentmagnet	0,5 (a)	1,0
elektrodynamisch	0,5	2,0
sonstige	0,6	3,0 (b)

Bemerkungen:

a) 0,3% für ein Amperemetergerät, das mit äußeren Nebenschlüssen („Shunts") verwendet wird.

b) Hitzdraht- und Gleichrichter-Instrumente.

Die Fehler sind als Prozentsatz des vollen Nennausschlages angegeben; bei den Betriebsinstrumenten sind die zulässigen Fehler in der unteren Hälfte des Bereiches halb so groß.

B. Zulässige Temperaturfehler für Drehspulinstrumente (in % je °C)

	Laboratoriums-instrumente	Betriebs-instrumente
Voltmeter	0,03	0,1
Millivoltmeter 50 bis 74 mV	0,15	0,3
75 mV und darüber	0,1	0,2
Amperemeter	0,1	0,2

[1]) Bezeichnung nach der britischen Norm „Substandard", abgekürzt „SS.". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Bezeichnung nach der britischen Norm „First Grade", abgekürzt „F.G.". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[3]) In der englischen Literatur häufig „Ammeter" abgekürzt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Wenn die Genauigkeit nach Tafel 6.1 für eine Reihe von Jahren eingehalten werden soll, muß man die Meßgeräte von Zeit zu Zeit mit einem Laboratoriumsstandardgerät vergleichen; dieses Standardgerät soll ein Instrument guter Qualität sein, das sorgfältig behandelt und nur für Vergleichszwecke benutzt wird. Gewisse Teile der Instrumente, vor allem die Lager, werden leicht durch mechanische Stöße beschädigt, und die dann auftretende Lagerreibung ist eine der Hauptursachen für ungleichmäßige Anzeige. Elektrische Überlastung kann durch Überhitzung der Rückstellfedern zu bleibenden Veränderungen der Eichung führen.

Die Empfindlichkeit eines Drehspulinstrumentes hängt vom Magneten, von den Rückstellfedern und von den elektrischen Widerständen der Spule, des Reihen- und des Nebenschlußwiderstandes ab. Diese Faktoren können sich durch Alterung oder als Folge von Temperaturschwankungen ändern. Praktisch ist der Einfluß der Temperatur auf den Magneten gering, die Empfindlichkeitszunahme durch das Schwächerwerden der Federn bei Temperaturerhöhung ist größer. Bei Voltmetern wird der Temperatureinfluß auf die Kupferwicklung der Drehspule sorgfältig durch einen Reihenschlußwiderstand aus einer Legierung mit niedrigem Temperaturkoeffizienten des Widerstandes ausgeglichen. Bei Millivoltmetern für kleine Nennwerte ist dies nicht möglich, so daß man einen höheren Temperaturkoeffizienten zu erwarten hätte, trotzdem sind einige der käuflichen Instrumente beträchtlich besser, als die nach der britischen Norm B. S. 89 (1937) zulässigen Grenzwerte besagen. Amperemeter sind im Grunde Millivoltmeter, die durch einen Nebenschlußwiderstand („Shunt") überbrückt sind, der stets einen niedrigen Temperaturkoeffizienten besitzt, so daß der Temperaturfehler des Amperemeters praktisch gleich dem des Millivoltmeters ist. Die Nebenschlußwiderstände für Amperemeter sind gewöhnlich so ausgelegt, daß sie bei vollem Nennstrom einen Spannungsabfall von 75 mV ergeben.

Obgleich Drehspulinstrumente nicht extrem empfindlich gegen magnetische Störfelder sind, ist es doch durchaus möglich, daß ihre Anzeigen durch die Streufelder von Magneten usw. oder durch Aufstellung der Instrumente auf einem Stahlsockel merklich beeinflußt werden. Einige Instrumente sind mit einer inneren magnetischen Abschirmung ausgerüstet, um diese Effekte zu verringern. In allen Zweifelsfällen sollte man eine Probe machen, z. B. indem man das störende Feld ein- und ausschaltet oder indem man die Lage oder die Richtung des Instrumentes ändert.

Instrumente der Klasse 2 (nach der Einteilung in § 6.2) sind als Milliamperemeter für kleine Nennwerte sehr nützlich, sie sind zuverlässiger als hochempfindliche Instrumente der Klasse 1 mit Spitzenlagerung. Die letzteren hängen sehr von der jeweiligen Lagerreibung ab, da die auslenkende Kraft gering ist; sie werden deshalb schon nach ein wenig rauher Behandlung unzuverlässig. Instrumente der Klasse 2 sind normalerweise mit Vorrichtungen zum Festklemmen des bewegten Systems beim Transport versehen, und rauhe Behandlung wird hier eher zu einem Bruch der Aufhängung führen, als ein „Hängenbleiben" verursachen. Beim Gebrauch soll die Drehachse derartiger Instrumente ungefähr vertikal stehen; die Eichung ist bei den Geräten

der Klasse 2 wahrscheinlich nicht ganz so gleichbleibend wie die von in Spitzen gelagerten Instrumenten.

6.4 Drehspulgalvanometer

Bei den üblichen Instrumenten der Klasse 3 (nach § 6.2) dreht sich die Spule entweder über einem Eisenkern, oder sie ist lang, dünn und kernlos ausgeführt. Zweck der erstgenannten Konstruktion ist es, ein radiales Feld zu erzeugen und damit eine lineare Beziehung zwischen Strom und Auslenkung; die letztgenannte Konstruktion ergibt die höchste Empfindlichkeit bei einer gegebenen Schwingungsdauer (siehe MATHER 1890, zitiert bei GRAY 1921, und vgl. § 6.7). Als obere Aufhängung dient gewöhnlich ein Bronzeband, das ein geringeres Richtmoment ergibt als ein runder Draht von gleicher Querschnittsfläche und gleicher Zugfestigkeit; die untere Aufhängung ist vielfach ein dünnes, spiralig aufgewickeltes Bändchen, das nur wenig zum rücktreibenden Drehmoment beiträgt.

In den letzten Jahren ist aber eine andere Konstruktion, bei der sich die Spule zwischen zwei straff gespannten Aufhängungen befindet, mehr und mehr angewendet worden. Diese Konstruktion erlaubt einen Gebrauch des Galvanometers ohne exakte Horizontalstellung, sie verlangt aber, daß der Schwerpunkt der Spule sehr genau in der Achse der Aufhängung liegt: Diese Bedingung für das statische Gleichgewicht (siehe § 3.15) ist hier nicht mehr automatisch erfüllt, wie es bei der frei hängenden Spule der Fall ist. Wenn die Bedingung nicht erfüllt ist, wird das Meßsystem bei geringen Kippungen des Galvanometers während der Drehung verlagert, und die Anzeige wird durch Erschütterungen stark beeinflußt. Das Ersetzen einer gebrochenen Aufhängung bei einem solchen Spannbandinstrument erfordert daher besondere Sorgfalt.

In niederohmigen Galvanometerkreisen bilden ungewollte thermoelektrische Spannungen eine bedeutende Störungsquelle, so daß man schon Galvanometer hergestellt hat, bei denen die Aufhängebänder ebenso wie die Spulen, die Klemmschrauben und die inneren Verbindungen vollständig aus Kupfer angefertigt wurden, um das Auftreten von Thermospannungen zu vermeiden. Beim Gebrauch eines normalen Galvanometers in einem niederohmigen Kreis ist es oft vorteilhaft, das Instrument und seine Zuleitungen gegen das Auftreten von Temperaturdifferenzen abzuschirmen (z. B. durch einen äußeren Metallkasten mit einer Watteauskleidung). Besondere Aufmerksamkeit muß man dabei den Stellen widmen, an denen verschiedenartige Metalle miteinander in Berührung kommen (z. B. Klemmschrauben).

6.5 Die praktische Verwendung von Drehspulgalvanometern

Galvanometer dieser Art (Klasse 3 der Einteilung nach § 6.2) werden im allgemeinen mit Lampe und Skala benutzt, wobei die letztere ungefähr in 1 m Entfernung steht. Beispiele für die Empfindlichkeitswerte gibt die Tafel 6.2; das optische System für die Lampe und die Skala wird im § 8.5 behandelt werden. Die Größe des Spiegels ist – wie die meisten Daten eines Galvano-

Tafel 6.2

Beispiele für Galvanometerempfindlichkeiten

(Diese aus Katalogen ausgesuchten Galvanometer werden nicht immer die Typen mit den extremsten Werten unter den von den verschiedenen Firmen hergestellten Instrumenten darstellen.)

Bezeichnung	Schwingungsdauer [s]	Innerer Widerstand [Ω]	Aperiodischer Grenzwiderstand [Ω]	Stromempfindlichkeit [mm/μA]
d'ARSONVAL (Cambridge)..	2	20	150	120
	2	450	1100	1100
Kurzzeit-G. (Cambridge) ..	4	600	25000	4500
	1,8	25	70	300
ZERNICKE (KIPP u. ZONEN)	1,3	7	50 bis 0	140 bis 40
	7	55	3000 bis 200	6600 bis 2000
Typ R (Leeds-Northrup) ..	6	500	7000	2000
	5	12	50	125
PASCHEN (Cambridge)	6	12	—	14000

meters dieser Klasse – das Ergebnis eines Kompromisses: Die widerstreitenden Faktoren sind hier einerseits die Lichtstärke und andererseits die Erhöhung des Trägheitsmomentes des Systems sowie die Kosten für die Anfertigung eines sehr leichten Spiegels von hinreichender optischer Güte. Manchmal wird ein Konkavspiegel verwendet, es ist aber gewöhnlich günstiger, einen Planspiegel zu benutzen, der leichter in optischer Hinsicht befriedigend hergestellt werden kann, und unmittelbar vor ihn eine Linse zu setzen, deren Brennweite ungefähr gleich dem Skalenabstand ist.

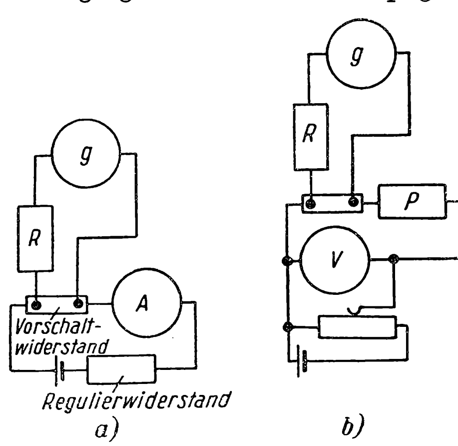


Abb. 6.1. Zwei geeignete Schaltungen zur Eichung eines empfindlichen Galvanometers. a) Unter Verwendung eines Amperemeters als Normalinstrument; b) unter Verwendung eines Voltmeters als Normalinstrument

Wenn das Galvanometer für genaues Arbeiten nach dem Auslenkungsverfahren benutzt werden soll, muß die relative Lage von Galvanometer und Skala zueinander festgehalten werden, außerdem soll man die Skala eichen, da eine genau lineare Auslenkung bei keiner der üblichen Galvanometerkonstruktionen mit Sicherheit gegeben ist. Bei einigen Instrumenten ändert

sich die Neigung der Eichkurve mit der Horizontierung des Gerätes. Man kann die Eichung unter Verwendung der Schaltungen nach Abb. 6.1 mit einem guten Ampere- oder Voltmeter durchführen. Sowohl bei der Eichung als auch beim Gebrauch des Galvanometers muß man für genaues Arbeiten Ablesungen bei Auslenkung mit Ablesungen bei Null abwechseln lassen und die Auslenkungen auf einen interpolierten Nullpunkt beziehen.

Erwünscht ist es, ein Galvanometer mit nahezu kritischer Dämpfung zu benutzen, ein ganz kleines Überschwingen wird im allgemeinen als das günstigste Verhalten angesehen. Wenn das Galvanometer in einem Kreis mit hohem Widerstand benutzt wird, ist es nicht schwierig, diesen Dämpfungsgrad durch Verwendung eines Nebenschlußwiderstandes zu erreichen, der normalerweise so hoch ist, daß er die Empfindlichkeit nicht viel ändert; besonders geeignet ist der Universal-Empfindlichkeitsregler von AYRTON-MATHER. Wenn in einem niederohmigen Kreis höchste Empfindlichkeit zugleich mit kritischer Dämpfung gefordert wird, muß das Galvanometer entsprechend gebaut werden (vgl. § 6.6).

6.6 Hochleistungsgalvanometer

Drehmagnetgalvanometer (Nadelgalvanometer, insbesondere der PASCHENschen Konstruktion) waren seinerzeit viel im Gebrauch, wo es auf höchste Empfindlichkeit ankam, wie etwa beim Ausmessen eines Infrarotspektrums mit einer Thermosäule als Indikator. Die Verwendung moderner Materialien für das Magnetsystem und für die magnetische Abschirmung würde eine beträchtliche Steigerung der Leistung dieser Galvanometer gestatten, tatsächlich sind sie aber außer Gebrauch gekommen. Die systematische Untersuchung und die stetige Verbesserung des Drehspulgalvanometers (vgl. § 6.7), die Erfindung von Ausschlagvergrößerern (vgl. § 6.8) und die Entdeckung, daß die nutzbare Empfindlichkeit eines Galvanometers durch die thermischen Schwankungen im Stromkreis begrenzt ist (vgl. § 9.4), haben zusammengewirkt, das Drehspulinstrument zum einzigen Galvanometertyp zu machen, der gegenwärtig von Bedeutung ist.

6.7 Theorie der Drehspulgalvanometer

Die Bewegungsgleichung der Spule lautet:

$$I \cdot \ddot{\theta} + \left(\beta + \frac{n^2 \cdot A^2 \cdot H^2}{R}\right) \cdot \dot{\theta} + c \cdot \theta = n \cdot A \cdot H \cdot i,$$

wo I das Trägheitsmoment bedeutet und c das Rückstellmoment je Winkeleinheit der Auslenkung θ; β ist die Dämpfung, die von allen Ursachen außer den in der Spule induzierten Strömen herrührt; n bezeichnet die Anzahl der Windungen im Spulenkreis, A die Fläche einer Windung; H ist das magnetische Feld und R der Gesamtwiderstand des Spulenkreises. Dann wird die Stromempfindlichkeit

$$\delta_i = \frac{n \cdot A \cdot H}{c}$$

und die Schwingungsdauer für die ungedämpfte Bewegung gleich

$$2\pi \cdot \sqrt{\frac{I}{c}}.$$

Wenn die nicht-elektrische Dämpfung β vernachlässigt werden kann, ist das System bei

$$\left(\frac{n^2 \cdot A^2 \cdot H^2}{R}\right)^2 = 4 \cdot I \cdot c$$

oder

$$R = \frac{n^2 \cdot A^2 \cdot H^2}{2 \cdot \sqrt{I \cdot c}}$$

kritisch gedämpft.

Wenn der Spulenwiderstand gleich r ist und der äußere Widerstand im Kreis gleich r', wird die Auslenkung je Einheit der EMK

$$\delta_v = \frac{\frac{n \cdot A \cdot H}{c}}{r + r'}.$$

Wir betrachten eine Spule von gegebener Größe, bei der S der Querschnitt der Wicklung ist und die mittlere Länge einer Windung gleich l, wobei n Windungen eines Leiters vom Querschnitt s aufgebracht sind. In diesem Falle erhalten wir

$$r = \frac{n \cdot l \cdot \varrho}{s} = \frac{n^2 \cdot l \cdot \varrho}{S},$$

wenn ϱ der spezifische Widerstand des Leiters ist und wenn man den von der Isolation eingenommenen Raum vernachlässigt. Damit wird

$$\delta_v = \frac{\frac{n \cdot A \cdot H}{c}}{\frac{n^2 \cdot l \cdot \varrho}{S} + r'}.$$

Wenn man n variiert, hat δ_v ein Maximum für

$$\frac{n^2 \cdot l \cdot \varrho}{S} = r = r',$$

so daß also unter den hier getroffenen Annahmen der Widerstand eines Galvanometers gleich dem des äußeren Kreises sein soll, um die höchste Empfindlichkeit für eine in einem Stromkreis mit gegebenem Widerstand auftretende EMK zu haben. Unter diesen Bedingungen ist der Energieverlust im Galvanometer gleich dem Energieverlust im äußeren Kreis.

Zum Vergleich zweier Galvanometerkonstruktionen ist es daher angebracht, die Ausschläge zu vergleichen, die man für eine gegebene EMK in einem gegebenen Stromkreis erhält, wenn jedes der Galvanometer mit der Anzahl Windungen versehen ist, die erforderlich ist, um seinen Widerstand gleich dem Widerstand des Kreises zu machen. Wenn nun ein Galvanometer die Stromempfindlichkeit δ_i und den Widerstand r besitzt, dann kann man es

an einen äußeren Widerstand r' anpassen, indem man die Anzahl der Windungen von n auf n' ändert, wobei

$$\left(\frac{n}{n'}\right)^2 = \frac{r}{r'}$$

gilt. Die Stromempfindlichkeit geht dabei in

$$\delta_i \cdot \sqrt{\frac{r'}{r}}$$

über. Man kann deshalb die Größe $\delta_i/\sqrt{r}$ als ein Kriterium für den Wert einer Galvanometerkonstruktion benutzen, unter der Voraussetzung freilich, daß die Windungszahl der Spule dem äußeren Kreis angepaßt werden kann. Diese Kenngröße ist also die Auslenkung, dividiert durch die Quadratwurzel aus der in der Spule umgesetzten Energie; man kann sie die „Leistungsempfindlichkeit" des Instrumentes nennen.

Es ist zu beachten, daß das Anpassungskriterium des „gleichen Widerstandes" und die Verwendbarkeit der Kenngröße „Leistungsempfindlichkeit" von der geometrischen Beziehung zwischen dem Widerstand und der Windungszahl abhängen und daß diese Beziehung nicht mehr gilt, wenn der von der Isolation eingenommene Raum Bedeutung bekommt; dies wird sicher dann der Fall sein, wenn man eine große Anzahl Windungen aus feinem Draht benutzt.

Wir wollen jetzt den Aufbau eines Galvanometers betrachten, das eine EMK in einem Kreis mit dem (äußeren) Widerstand r' nachweisen soll und für das die Schwingungszeit vorgeschrieben ist sowie die Bedingung, daß die Dämpfung gerade den kritischen Wert besitzen soll. Wir betrachten eine rechteckige Spule mit der axialen Länge a und der Breite b (mit $a \gg b$), die aus n Windungen eines Drahtes besteht, der die Masse m je Längeneinheit, den spezifischen Widerstand ϱ und die Dichte d besitzt.[1]) Für diese Spule wird der Widerstand

$$r = \frac{2 \cdot n \cdot a \cdot \varrho \cdot d}{m},$$

die Stromempfindlichkeit

$$\delta_i = \frac{n \cdot a \cdot b \cdot H}{c}$$

und die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{n \cdot m \cdot a \cdot b^2}{2c}},$$

so daß

$$c = \frac{1}{2} \cdot \frac{n \cdot m \cdot a \cdot b^2}{\tau^2}$$

gilt, wo

$$\tau = \frac{T}{2\pi}$$

ist.

[1]) Die hier angegebene Ableitung folgt eng derjenigen von Hill (1948), der Beispiele für moderne, in seinem Laboratorium konstruierte Galvanometer durchrechnet.

Nun ist die Spannungsempfindlichkeit des an den äußeren Kreis angepaßten Galvanometers gleich

$$\delta_v = \frac{n \cdot a \cdot b \cdot H}{2 \cdot c \cdot r'} = \frac{\tau^2 \cdot n \cdot a \cdot b \cdot H}{n \cdot m \cdot a \cdot b^2 \cdot r'} = \frac{\tau^2 \cdot H}{m \cdot b \cdot r'},$$

die Bedingung kritischer Dämpfung gibt

$$\frac{n^{3/2} \cdot a^{3/2} \cdot b \cdot H^2}{2^{1/2} \cdot m^{1/2} \cdot c^{1/2}} = 2 \cdot r'.$$

Praktisch begrenzt diese Bedingung das anwendbare Magnetfeld H:

$$H^2 = 2 \cdot r' \cdot \frac{2^{1/2} \cdot m^{1/2}}{n^{3/2} \cdot a^{3/2} \cdot b} \cdot \left(\frac{n \cdot m \cdot a \cdot b^2}{2 \cdot \tau^2}\right)^{1/2} = 2 \cdot r' \cdot \frac{m}{n \cdot a \cdot \tau}.$$

Damit wird die Empfindlichkeit

$$\delta_v = \frac{\tau^2}{m \cdot b \cdot r'} \cdot \sqrt{\frac{2 r' \cdot m}{n \cdot a \cdot \tau}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \tau^3}{r' \cdot n \cdot m \cdot a \cdot b^2}}.$$

Dieses Ergebnis zeigt, daß die Spule so klein wie möglich sein soll, aus wenigen Windungen eines feinen Drahtes hergestellt. Das Feld ist dann durch die Bedingung der kritischen Dämpfung festgelegt und die Federkonstante der Aufhängung durch die verlangte Schwingungsdauer. In der Praxis sind die Feinheit des Spulendrahtes und der Aufhängung durch die erhältlichen und auch noch zu handhabenden Materialien begrenzt, und außerdem hat es keinen Zweck, das Trägheitsmoment der Spule kleiner als das des daran angebrachten Spiegels zu machen.[1]) Diese Prinzipien wurden auf die Konstruktion von Galvanometern durch ZERNICKE (1921) angewendet, durch MOLL (1921) und sehr sorgfältig durch A. V. HILL (1948) und DOWNING (1948 und 1953).

Der andere Hauptpunkt ist die Anordnung der Aufhängung, die eine gute Stabilität des Nullpunktes sichern soll. Bei einigen Instrumenten wird dies durch einen Quarzfaden erfüllt, der den größten Teil des Rückstellmomentes liefert, während der Anteil der Stromzuleitungen zur Spule (meist aus Gold) am Moment so klein wie möglich gemacht wird. Bei anderen Konstruktionen sind die Aufhängungen aus Legierungen mit guten elastischen Eigenschaften (Phosphorbronze, Siliziumbronze) hergestellt.

Spuren von ferromagnetischem Material in der Spule eines Drehspulgalvanometers führen zu Unbeständigkeit des Nullpunktes, da der magnetische Zustand der Spule dann von der Vorgeschichte abhängt und sich im allgemeinen stark ändert, wenn die Spule sich im Magnetfeld bewegt (vgl. B. S. I. R. A. 1924). Einige Hersteller empfindlicher Galvanometer behandeln die fertig gewickelte Spule mit Säure, um Eisenteilchen wegzulösen; Dow-

[1]) Dies ist ein Irrtum des Verfassers. In diesem Falle würden nur die vorstehenden Formeln nicht mehr gelten, die unter Vernachlässigung des Spiegels abgeleitet wurden. Tatsächlich kommt es – vor allem bei sehr kleiner Spule – auf das Gesamtträgheitsmoment von Spule und Spiegel an. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

NING (1948) hielt es für erforderlich, die Spulen seiner empfindlichen Galvanometer in einem Arbeitsraum auf dem Lande, fern vom Staub der Großstadt, zu wickeln und zu isolieren.

6.8 Ausschlagvergrößerer

Die optische Vergrößerung des Galvanometerausschlages ist prinzipiell begrenzt durch die Schärfe des Beugungsbildes, das man von einem kleinen Spiegel erhalten kann, wozu in der Praxis oft noch die Ungenauigkeit der Spiegelform und die Unbequemlichkeit langer optischer Wege kommen. Der von MOLL und BURGER (1925) eingeführte thermoelektrische „Galvanometerverstärker" ist in der Abb. 6.2 dargestellt. Sobald der Lichtpunkt seine symmetrische Lage verläßt, tritt in dem Thermoelementkreis eine Thermospannung auf und ruft einen Ausschlag an einem zweiten Galvanometer hervor. Es ist jetzt nicht mehr nötig, daß der primäre Lichtpunkt eine sehr genau definierte Form hat.

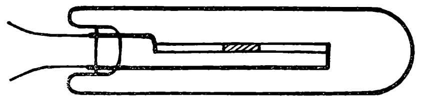


Abb. 6.2. Das Thermorelais von MOLL

Praktisch läßt sich mit diesem Gerät[1]) ziemlich leicht eine etwa hundertfache Vergrößerung erzielen, wenn man einen 5-mm-Spiegel und eine 12-W-Galvanometerlampe benutzt. Die Zeitkonstante liegt in der Größenordnung 1 s.

Man kann einen Verstärker auch mit einer geteilten Sperrschicht-Photozelle herstellen oder mit einem Paar von Emissionsphotozellen. Die letzteren bilden Elemente mit hohem Widerstand, die in erster Linie eine bestimmte Stromänderung bei einer gegebenen Beleuchtungsänderung ergeben, sie werden üblicherweise vor Röhrenverstärker geschaltet. Auf diese Weise kann man einen sehr schnell ansprechenden Ausschlagvergrößerer erhalten. Weiterhin kann man durch Rückkopplung[2]) eines Signals vom Verstärkerausgang auf den ersten Galvanometerkreis ein System mit sehr stabiler Verstärkung über den ganzen Bereich gewinnen (z. B. PRESTON 1946, FRANKELHAUSER und MACDONALD 1949) sowie die Ansprechzeit und den Eingangswiderstand des Systems beträchtlich verändern.

6.9 Gleichstrom-Kompensator- und Gleichstrom-Brückenmessungen

Diese Messungen werden ausführlich in allen Lehrbüchern der Elektrizitätslehre behandelt, so daß es hier ausreicht, den erreichbaren Genauigkeitsgrad anzugeben.

Normalelemente und sorgfältig aufgebaute Widerstände sind sehr stabil, so daß Kompensationsmessungen von Spannungen (von einigen Millivolt aufwärts), von Strömen (normalerweise von einigen Milliampere aufwärts) und Widerständen (bis etwa 10 Ω) mit ganz gewöhnlichen Apparaturen auf

[1]) Hergestellt von KIPP und ZONEN.

[2]) Zum allgemeinen Prinzip der Rückkopplung vgl. § 7.11.

1‰ genau gemacht werden können. Messungen mit einer Genauigkeit von 1 : 10000 verlangen geeichte Widerstände und besondere Vorsichtsmaßregeln, z. B. eine grobe Überwachung der Temperatur der Widerstände. Eine Genauigkeit von 1 : 10^5 ist möglich, stellt aber ein schwieriges experimentelles Problem dar.

Genauigkeitsbetrachtungen für einfache Brückenmessungen von Widerständen zwischen 10 Ω und 10^5 Ω verlaufen ganz ähnlich. Da die Stabilität von Widerständen und Stromquellen auf die Dauer etwa einer Minute groß ist im Vergleich zu ihrer Stabilität auf lange Zeit, können kleine und ziemlich schnell verlaufende Änderungen (z. B. des Widerstandes infolge einer eingetretenen Temperaturänderung) genauer gemessen werden, als die Formeln angeben. Elektrische Präzisionsmessungen soll man immer so einrichten, daß diese Kurzzeitstabilität ausgenutzt wird, oder wenigstens so, daß das Wiederabgleichen der Kreise möglichst wenig Zeit erfordert. Es ist z. B. relativ einfach, zwei nahezu gleiche Widerstände nach einem Verfahren, das auf schnellem Austausch der Widerstände beruht, mit jeder durch die Konstanz der Widerstände selbst noch berechtigten Genauigkeit zu vergleichen.

6.10 Wechselstrommessungen

Es ist sehr schwierig, Wechselstromquellen zu erhalten, die in ihrer Stabilität mit einer guten Batterie vergleichbar sind, aber die Notwendigkeit *genauer* Messungen von Wechselstrom und -spannung tritt (glücklicherweise) nicht oft auf. Tafel 6.3 enthält die üblicherweise gebrauchten Anzeigeinstrumente.

Röhrenvoltmeter (siehe § 6.12) kann man für eine Genauigkeit von einigen Prozent verwenden; besonders nützlich sind sie bei Hochfrequenz und in den Fällen, wo ein Instrument mit hoher Impedanz erforderlich ist. Zum Nullabgleich in Wechselstrombrückenschaltungen kann man Vibrationsgalvanometer und besondere Elektronenröhrengeräte einsetzen. Ein Instrument, das gelegentlich für Spezialzwecke von Nutzen ist, ist ein Drehspulgalvanometer, dessen Feld von einem Wechselstrom-Elektromagneten erzeugt wird; dieses Gerät ist nur für Ströme empfindlich, die in Frequenz und Phase mit dem magnetischen Feld übereinstimmen.

6.11 Wechselstrom-Brückenmessungen

Die Meßverfahren mit Wechselstrombrücken sind in einigen leicht erhältlichen Büchern behandelt (Owen 1946, Hague 1943). Man kann mit Wechselstrombrücken bei Netzfrequenz arbeiten, wobei vorzugsweise ein abgestimmtes Vibrationsgalvanometer als Gleichgewichtsanzeiger verwendet wird, oder bei Tonfrequenzen unter Benutzung eines Vibrationsgalvanometers, eines Kopfhörers oder eines Verstärkers mit Lautsprecher sowie schließlich bei Radiofrequenzen unter Verwendung einer Art von Schwebungssummer.

Wechselstrombrücken ergeben die bei weitem geeignetsten Verfahren für die Untersuchung der dielektrischen Eigenschaften von Materialien (außer bei hohen Radiofrequenzen) sowie für die Messung von Kapazitäten und

Tafel 6.3

Anzeigeinstrumente für Wechselstrom (Amperemeter und Voltmeter)

Instrument	Genauigkeitsgrad	Frequenzbereich	Bemerkungen
Dynamometer			
Amperemeter......	SS.	Für Kraftstromfrequenzen, z. B. 25 bis 500 Hz, aber mit Frequenzkorrekturen nach Tabellen oberhalb von etwa 150 Hz	Diese Instrumente sind weit verbreitet. Sie können in einem begrenzten Frequenzbereich mit Genauigkeiten bis 0,1% hergestellt werden und dienen dann als Normalinstrumente, um Wechselstrom auf Gleichstrom zu beziehen
Voltmeter.........	SS.		
Weicheiseninstrumente			
Amperemeter	SS.	25 bis 500 Hz	Können mit gleicher Genauigkeit bei Gleichstrom verwendet werden. Die erforderliche Energie ist viel größer als bei Drehspulinstrumenten
Voltmeter.........	SS.	25 bis 100 Hz (oberhalb von 100 V, niedrigere Spannungsbereiche verlangen Frequenzkorrekturen)	
Drehspulinstrumente mit Gleichrichter	F.G.	Bis 10 kHz	Diese Instrumente zeigen in erster Linie Mittelwerte an und sind in Effektivwerten für eine Sinusschwingung geeicht. Bei nicht-sinusförmigen Schwingungen zeigen sie *nicht* den quadratischen Mittelwert an
Thermokreuz (mit Drehspulinstrument)	F.G.	Von Gleichstrom bis zur Hochfrequenz	Diese Instrumente zeigen die wahren quadratischen Mittelwerte an. Sie werden bereits durch ziemlich geringe Überlastungen zerstört

Die Genauigkeitsgrade SS. (= Laboratoriumsinstrumente) und F.G. (= Betriebsinstrumente) nach der englischen Norm B.S. 89 (vgl. Tafel 6.1).

Induktivitäten. Für den letzteren Fall muß daran erinnert werden, daß sich die Werte der vermessenen Kapazitäten und Induktivitäten mit der Frequenz ändern können, hauptsächlich weil sich der Strom infolge des „Skin-Effektes" (= „Haut-Effekt") nicht gleichmäßig über den Leiterquerschnitt verteilt. Die Änderung ist gewöhnlich bei niedrigen Radiofrequenzen unbedeutend.

6.12 Röhrenvoltmeter

Die Elektronenröhre wird bei einer Reihe von Voltmetern benutzt, deren besondere Kennzeichen eine hohe Eingangsimpedanz und ein weiter Frequenzbereich sind. Die Konstanz von Nullpunkt und Empfindlichkeit ist

nicht sehr hoch, so daß man für genaues Arbeiten die Instrumente häufig nacheichen muß; diese Eichung kann aber bei niedriger Frequenz erfolgen und dann ohne Korrektur bei viel höheren Frequenzen benutzt werden.

Eine große Zahl von Anordnungen ist schon entworfen worden und ist in den Lehrbüchern über Hochfrequenzmessungen beschrieben. Eine der einfachsten besteht aus einem Diodengleichrichter, der die Gitterspannung eines Gleichspannungsverstärkers (vorzugsweise in Gegentaktschaltung, vgl. § 7.16) regelt. Wenn das Eingangselement eine kleine Diode mit niedriger Kapazität ist, kann das Instrument bei Frequenzen bis zu einigen hundert MHz verwendbar sein. Ein solches Gerät zeigt zunächst die Spitzenspannung an, man kann es aber auch für Ablesung des Effektivwertes der Spannung bei sinusförmiger Schwingung eichen.

Schwieriger ist es, ein Röhrenvoltmeter herzustellen, das direkt die effektive Spannung mißt; das befriedigendste Instrument zur Messung des wahren quadratischen Mittelwertes einer nicht-sinusförmigen Spannung ist wahrscheinlich ein Kraftverstärker mit konstantem Verstärkungsgrad, z. B. in Kathodenfolgerschaltung (vgl. § 7.13), der ein Thermokreuz speist. Das Thermokreuz ist seiner Natur nach empfindlich gegen Überlastungen, und es ist bei dieser Anordnung in besonderer Gefahr, da die hohe Eingangsimpedanz des Verstärkers elektrostatische Aufladungen auf ziemlich hohe Spannungen begünstigt. Schutz gegen Überlastung kann man dadurch erhalten, daß der Widerstand im Thermokreuzkreis so gewählt wird, daß das Thermokreuz auch durch den größten Ausgangsstrom des Verstärkers nicht zerstört wird; dann kann es aber erforderlich werden, beim normalen Gebrauch ein empfindliches Galvanometer zur Messung des Anzeigestromes des Thermokreuzes zu verwenden.

6.13 Die Messung schwacher Ströme

Im Laboratorium zu messende Ströme kleiner als 10^{-10} A treten gewöhnlich in Kreisen mit hohem Widerstand auf (z. B. bei Photozellen oder Ionisationskammern) und werden mit einem elektrostatischen Instrument gemessen, mit einem Elektrometer oder mit einer als Elektrometer eingesetzten Elektronenröhre. Es gibt drei wichtige Verfahren, ein solches Gerät anzuwenden:

1. Man läßt ein isoliertes System sich aufladen und mißt die Geschwindigkeit der Aufladung.
2. Die auf das isolierte System aufgebrachte Ladung wird durch eine dem System zugeführte, gemessene Gegenladung kompensiert, wobei das Elektrometer als Nullinstrument verwendet wird.
3. Man läßt den Strom durch einen bekannten, hohen Widerstand fließen und benutzt das Elektrometer zur Messung der Spannungsdifferenz über dem Widerstand.

Um die höchste Empfindlichkeit zu erreichen, ist meist das erste Verfahren angewendet worden. Die Ladungsempfindlichkeit des Elektrometersystems wird vorteilhaft in einer Schaltung nach Abb. 6.3 gemessen. Hier wird der

Elektrode E, die eine bekannte Kapazität C gegenüber dem isolierten System S besitzt, ein Potential V gegeben. Ist die Potentialänderung des isolierten Systems klein gegen V (was normalerweise der Fall ist, da C klein ist gegenüber der Kapazität von S gegen Erde), wird die zugeführte Ladung gleich $V \cdot C$, und man kann die entsprechende Auslenkung des Elektrometers

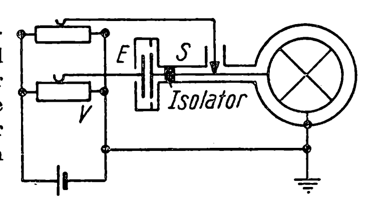


Abb. 6.3. Elektrometer in der Kompensationsschaltung von TOWNSEND. Das obere Potentiometer wird zur Nulleinstellung des Elektrometers benutzt oder zur Messung der Spannungsempfindlichkeit mit Hilfe des Erdungsschalters. Das untere Potentiometer dient zum Anlegen der Kompensationsspannung an den geeichten Kondensator

notieren. Für Eichzwecke kann die Kapazität C dem System besonders angepaßt werden, oder man kann z. B. eine Ionisationskammer als Eichkondensator benutzen, indem man die an ihr liegende Spannung um einen bekannten Betrag ändert. Die Ladungsempfindlichkeit eines Elektrometers, das mit einem System endlicher Kapazität verbunden ist, wird dadurch beeinträchtigt, daß die Bewegung der Magnetnadel in dem isolierten System eine Ladung induziert, die der Wirkung der zu messenden Ladung entgegengesetzt ist (COX und GRINDLEY 1927). Aus diesem Grunde wird bei einem Quadrantelektrometer eine Vergrößerung der Nadelspannung, die die Spannungsempfindlichkeit des Instrumentes beträchtlich erhöht, nur geringen Einfluß auf die Ladungsempfindlichkeit haben.

Wenn die an den Eichkondensator angelegte Spannung während der Messung kontinuierlich geändert wird, so daß das Elektrometer stets auf Null gehalten wird (zweites Verfahren), dann ist die während eines Zeitabschnittes angesammelte Ladung gleich $C \cdot \Delta V$, wobei ΔV die gesamte Änderung des an den Eichkondensator angelegten Potentials während dieses Zeitabschnittes bedeutet. Dieses Verfahren (das manchmal TOWNSENDsches Kompensationsverfahren genannt wird) ist von Wert, wenn die Messung eines geringen Stromes (etwa 10^{-12} A) mit beträchtlicher Genauigkeit verlangt wird (0,1% ist leicht erreichbar). Man muß hier die Empfindlichkeit des Elektrometers und die Kapazität des Systems kennen; an der Hauptisolation treten nur Spannungen durch die zeitweiligen Abweichungen vom Gleichgewicht auf, und man kann die Isolation des Meßkondensators selbst nach dem „Schutzring“-Prinzip aufteilen, so daß die Isolatoren, die das hochisolierte System tragen, nur zwischen dem letzteren und der Erde liegen (siehe Abb. 6.3). Die Kompensation ist im Prinzip einem Rückkopplungssystem (vgl. § 7.11) ähnlich und kann erforderlichenfalls automatisiert werden.

Das dritte Verfahren (stetiger Ausschlag) besitzt den Vorteil direkter Anzeige, das bedeutet jedoch nicht, daß es schnell auf veränderliche Ströme anspricht. Wenn z. B. ein System eine Kapazität von 50 cm besitzt und der Meßwiderstand $10^{12}\,\Omega$ ist, beträgt die Zeitkonstante ungefähr 50 s. Die Spannungseichung des Elektrometers muß bekannt sein, wobei beliebige

Abweichungen von der Linearität zulässig sind; der Widerstand selbst muß bekannt und konstant sein.

Es sind eine Anzahl Verfahren zur Herstellung derartiger Widerstände angegeben worden; sie beruhen auf der Verwendung von Flüssigkeiten mit geringer Leitfähigkeit wie Alkohol-Xylol-Gemischen, auf der Benutzung von durch Lack geschützten Graphit- (Bleistift-) Strichen auf geschliffenen Quarzstangen oder auf dem Gebrauch von Ionisationskammern mit konstanten radioaktiven Strahlungsquellen, die im ungesättigten Zustand arbeiten. Die meisten dieser Geräte sind nicht sehr konstant in ihren Daten, und es treten in ihnen störende innere Spannungen auf. Kommerziell werden Widerstandssätze hergestellt, die anscheinend zufriedenstellend sind. Der Betrag eines Widerstandes kann sehr bequem nach der in Abb. 6.4 angegebenen Schaltung bestimmt werden; in der gezeigten Schaltung wird der von einer bekannten, hohen Spannung hervorgerufene Elektrometerausschlag mit der Auslenkung verglichen, die durch das Anlegen bekannter Potentiale direkt an das Elektrometer verursacht wird.

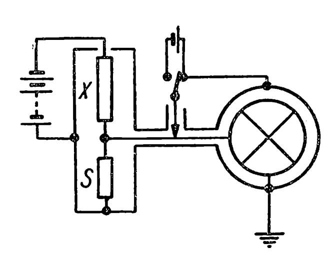


Abb. 6.4. Schaltung für die Messung eines hohen Widerstandes unter Benutzung eines Elektrometers. X ist der unbekannte, S ein bekannter Widerstand

6.14 Zum Aufbau von Schaltungen für die Messung schwacher Ströme

Wenn schwache Ströme gemessen werden sollen, muß die Isolation des Systems sehr gut sein. Es hat sich gezeigt, daß elektrische Verluste gewöhnlich mit Störspannungen verbunden sind, durch die die Ladung auf dem isolierten System auch dann nicht konstant bleibt, wenn augenscheinlich keine Potentialdifferenz an den Isolator angelegt wird. Die Zahl der hierfür zur Verfügung stehenden Isoliermaterialien ist ziemlich begrenzt und umfaßt die meisten der in der gewöhnlichen Elektrotechnik verwendeten Stoffe nicht. Die Oberflächenableitung ist hier mindestens genauso wichtig wie die Leitung durch den Körper des Isolators, so daß die in der Literatur angegebenen Isolationswerte nicht viel nützen. Isolatoren aus Quarzgut, aus Rohren oder Stangen hergestellt, sind sehr gut und besitzen noch den Vorteil, daß sie gründlich mit konzentrierter Säure und in der Gebläseflamme gereinigt werden können. Oberflächen, von denen man hohe Isolationswerte verlangt, dürfen nach der Reinigung nicht mehr berührt werden. Viel verwendet werden auch Bernstein, Preßbernstein und gegossener Schwefel, der letztere hauptsächlich für Elektroskopisolatoren und unter Lichtschutz. Polystyrol ist einer der besten der neuen Kunststoffe, er kann leicht spanabhebend bearbeitet werden und ist nicht hygroskopisch. Das neuerdings eingeführte Polytetrafluoräthylen besitzt wichtige Vorzüge (siehe Tafel 4.12).

Wenn man es mit ganz schwachen Strömen zu tun hat, wird die Leitfähigkeit von ionisierter Luft bedeutsam, insbesondere wenn sich Ionisations-

quellen in der Nähe befinden. Es kann dann erforderlich werden, den Raum um das isolierte System zu evakuieren; ein Draht kann z. B. in der Achse eines evakuierten Rohres verlaufen, eine Photozelle und die zugehörige Elektrometerröhre können in eine evakuierte Glashülle eingeschmolzen werden.

Das isolierte System muß auch vor induzierten Ladungen geschützt werden, so daß eine möglichst vollständige Metallabschirmung erforderlich ist. Diese Forderung ist besonders wichtig bei Elektrometerröhren (HANSEN 1936), da der Gitterkreis der Röhre sich als ein wirksamer Gleichrichter für induzierte Wechselspannungen – z. B. durch hochfrequente elektrische Wellen – erweisen kann. Die Abschirmung soll eine gut geschlossene Umhüllung bilden, soweit als möglich frei von Löchern und Spalten.

Um den Elektrometerkreis kurzzuschließen, muß man einen „Erdungsschalter" vorsehen, und der Aufbau dieses Schalters bietet einige Schwierigkeiten, wenn dabei störende EMK vermieden werden sollen. Man kann hierfür einen gut amalgamierten Draht verwenden, der in einen Becher mit Quecksilber taucht, oder ein Paar Platinkontakte. Im allgemeinen wird der Schalter durch eine Magnetspule betätigt oder durch einen Schnurzug.

Man muß es vermeiden, Isolatoren einer mechanischen Spannung auszusetzen, die störende Aufladungen hervorrufen kann. Die Isolatoren sollen möglichst so angeordnet werden, daß Streuladungen auf ihrer Oberfläche keine Ladungen auf dem isolierten System induzieren. Das bedeutet, daß die Oberfläche des Isolators von keinem Punkt des isolierten Systems aus „sichtbar" sein soll.

6.15 Die Auswahl eines Elektrometers

Eine Anzahl von Elektrometern sind von H. V. NEHER in dem Buch von STRONG (1939) gut beschrieben worden. Die üblicherweise erhältlichen Typen sind: Die Quadrantelektrometer der Bauarten DOLEZALEK und COMPTON; das LINDEMANN-Elektrometer, das im wesentlichen ein Quadrantelektrometer mit einer leichten, ausbalancierten Quarznadel[1]) darstellt, die an straffen Quarzfäden aufgehängt ist; die Elektrometerröhre. Eine Vielzahl von Quarzfaden-Elektrometersystemen ist daneben für Spezialzwecke schon gebaut und in den wissenschaftlichen Zeitschriften beschrieben worden (vgl. STRONG 1939), diese sind aber nicht als fertige Instrumente käuflich erhältlich.

Eine einfache Dimensionsbetrachtung zeigt, daß bei gegebener Schwingungsdauer die Ladungs- und die Spannungsempfindlichkeit eines Quadrantelektrometers wachsen müssen, wenn die Abmessungen des Instrumentes kleiner gewählt werden. Das DOLEZALEK-Elektrometer mit Quadranten von ungefähr 5 cm Durchmesser, wie es üblicherweise hergestellt wird, ist unerwünscht groß; daß COMPTON-Elektrometer ist viel kleiner im Aufbau und ist deshalb vorzuziehen. Das besondere, von COMPTON eingeführte Kennzeichen ist eine vertikale Verschiebung eines der Quadranten, die es gestattet,

---

[1]) Natürlich mit Metallbelag. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

ein einstellbares elektrostatisches Regeldrehmoment anzubringen. Dieses einstellbare Drehmoment kann so angeordnet werden, daß es die Fadenrückstellung verstärkt oder schwächt; in der letztgenannten Einstellung kann man sehr hohe Spannungsempfindlichkeiten (etwa 30000 mm/V bei 1 m Lichtweg) erreichen. Die Ladungsempfindlichkeit wird indessen nicht so stark vergrößert (siehe § 6.12); die Schwingungsdauer wird verlängert, und die Nullpunktsstabilität kann verschlechtert werden. Dieses Elektrometer ist sehr stabil und zuverlässig bei ungefähr 5000 mm/V.

Das Binanten-Elektrometer von HOFFMANN[1]), das außer in deutschen Laboratorien nicht viel verwendet wurde, ist ein Gerät, bei dem höchste Anforderungen an die maximale Ladungsempfindlichkeit gestellt wurden. Wahrscheinlich ist die hohe Vollkommenheit dieses Elektrometers weniger seiner unterschiedlichen geometrischen Form zu verdanken als vielmehr der sehr sorgfältigen Ausführung von Konstruktion und Einzelteilherstellung. Es ist für Evakuierung eingerichtet, um Ionisationsverluste und zusätzliche Dämpfung zu vermeiden; gegen thermische Störungen ist es gut abgeschirmt, und die Einflüsse der Wärmeausdehnung auf den Aufbau wurden kompensiert. Die Veränderlichkeit der Kontaktpotentiale wurde möglichst klein gemacht, indem alle inneren Teile entweder aus Platin hergestellt oder damit überzogen wurden. Ein genau passender Eichkondensator und ein Erdungsschalter sind in das Instrument eingebaut.

6.16 Elektrometerröhren

Die Elektronenröhre mit negativem Gitter ist ein in erster Linie elektrostatisch arbeitendes Gerät, sie ist deshalb in steigendem Maße als Elektrometer in Gebrauch gekommen. Die dabei auftretenden Schwierigkeiten sind zweierlei Art: Auftreten von Gitterströmen und Veränderlichkeit des Spannungsnullpunktes.

Die klassische Analyse der Ursachen von Gitterströmen haben METCALF und THOMPSON (1930) gegeben, die folgende Ursachen aufzählen:

1. Ableitung über die Isolation innerhalb und außerhalb des Kolbens.
2. Positive Ionen durch Ionisation des Restgases.
3. Von der Kathode emittierte positive Ionen.
4. Emission von Photoelektronen am Gitter durch Licht von der Kathode.
5. Emission von Photoelektronen am Gitter durch Hochfrequenzstrahlung (weiche Röntgenstrahlen) von der Anode.

Sie schufen eine Röhre (die Type FP 54, hergestellt von der General Electric Company in Amerika), bei welcher die Gitterströme infolge Ursache Nr. 1 durch Verwendung von Glockenisolatoren aus Quarz im Innern der Röhre verringert wurden; Ursache Nr. 2 wurde beseitigt, indem die sorgfältig evakuierte Röhre mit einer Anodenspannung (etwa 6 V) betrieben wurde, die unter dem Ionisationspotential des Restgases lag; Ursache Nr. 3 wurde durch

[1]) Korrekter wäre die HOFFMANNsche Konstruktion als Duanten-Elektrometer zu bezeichnen; das Binanten-Elektrometer, eine Abwandlung des Quadrantelektrometers, stammt von DOLEZALEK. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

den Einsatz eines auf einem positiven Potential liegenden Gitters eliminiert, das zwischen die Kathode und das Steuergitter eingefügt wurde; Ursache Nr. 4 wurde durch die Verwendung einer kleinen Kathode mit niedriger Temperatur[1]) verringert und Ursache Nr. 5 durch die geringe Anodenspannung. Es gibt ein „Gleichgewichtspotential", das das Gitter annimmt, wenn es isoliert sich selbst überlassen bleibt, und es ist gewöhnlich vorteilhaft, das Gitter auf dieses Potential einzustellen, bevor man es isoliert. Für geringe Potentialänderungen gegenüber diesem Wert liegt der Gitterwiderstand (d. h. die Neigung der Kurve der Gitterspannung über dem Gitterstrom) in der Größenordnung von $10^{16}\,\Omega$. Eine Vielzahl von Elektrometerröhrenkonstruktionen, die auf den gleichen Prinzipien basieren, sind in den verschiedenen Ländern entwickelt worden, und es ist dabei festgestellt worden, daß man diese Prinzipien auch mit Erfolg dazu benutzen kann, nicht so spezialisierte Röhren als Elektrometerröhren mit geringem Gitterstrom einzusetzen (Nielsen 1947).

Einige Empfängerröhren normaler Konstruktion besitzen Gitterströme in der Größenordnung von 10^{-12} A, wenn man sie mit verringerter Heiz- und Anodenspannung betreibt. 10^{-15} A sind bei ausgewählten Pentoden – „Eichelröhren" – gemessen worden, bei denen das innere Gitter zum Sammeln der positiven Ionen benutzt wurde und die Regelspannung an die normalerweise als Schirmgitter dienende Elektrode angelegt wurde. Dieser Gitterstrom liegt in der gleichen Größenordnung wie die bei Spezial-Elektrometerröhren beobachteten Ströme.

Wenn eine Röhre dazu benutzt wird, sehr kleine Spannungsänderungen (bei denen das Potential also quasi konstant bleibt) zu verstärken, wird – sowohl unter der Bedingung kleinen Gitterstromes als auch ohne diese Bedingung – die nutzbare Empfindlichkeit durch Störungen der Nullage begrenzt. Hier wirken sich die später im Kapitel IX zu besprechenden Rauschquellen aus; bei sehr niedrigen Frequenzen treten besonders der Funkeleffekt in den Röhren und das Stromrauschen in Halbleiterwiderständen hervor. Es leuchtet ein, daß man deshalb möglichst Drahtwiderstände in den Schaltungen verwenden soll.

Eine wichtige der möglichen Ursachen für Nullpunktswanderung ist die Auswirkung kleiner Änderungen der Kathodentemperatur auf die Energie der aus der Kathode austretenden Elektronen, d. h. auf das effektive Kathodenpotential. Bei einer normalen Oxydkathode kann eine Änderung von 20% in der Heizspannung einen Unterschied von 200 mV im effektiven Kathodenpotential verursachen (Valley und Wallman 1948), so daß Konstanz auf beispielsweise 20 μV erfordert, daß die Speisung der Heizung auf 1 : 50000 genau konstant gehalten wird. Einen solchen Betrieb kann man mit einem guten Akkumulator durchführen, wenn man die Vorsichtsmaßregeln beachtet, die für erstklassige Kompensationsmessungen erforderlich sind, also: Alle Verbindungen müssen sauber und dicht anliegend sein, und der Strom muß bereits einige Zeit vor dem Beginn der Messungen fließen, damit

[1]) Selbstverständlich ist die Röhre gegen äußeres Licht abgeschirmt.

das Gleichgewicht erreicht ist. Während der Lebensdauer einer Röhre kann sich das effektive Kathodenpotential um einige Zehntel Volt ändern, ein großer Teil dieser Änderung erfolgt aber schon in den ersten hundert Betriebsstunden.

Es sind eine Anzahl Schaltungen entwickelt worden, um die Nullpunktswanderung in Elektrometerröhren und Gleichstromverstärkern zu kompensieren (PENICK 1935). Das direkteste Verfahren ist die Verwendung einer Gegentaktschaltung, die man so symmetrisch wie möglich macht; es gibt hierzu jetzt auch Doppel-Elektrometerröhren (z. B. FERRANTI DBM 4 A). Die in der Praxis erreichbare Gesamtkonstanz scheint ziemlich festzuliegen, sie liegt in der Größenordnung von 30 μV über eine Versuchsdauer von 30 Minuten (BISHOP und HARRIS 1949/50). Es ist interessant, einmal nachzurechnen, daß der entsprechende Strom – unter der Voraussetzung von 5 pF Kapazität – etwa 10^{-19} A beträgt oder ungefähr 1 Elektron je Sekunde! Diese Höchstleistung ist mit den besten der für das HOFFMANN-Elektrometer genannten Werten vergleichbar.

Aus der vorstehenden Betrachtung wird es klar, daß als Gleichspannungsverstärker benutzte Röhren für die Messung kleiner, quasi-konstanter Potentiale, die in Stromkreisen mit geringer Impedanz auftreten, nicht mit guten Galvanometern in Wettbewerb treten können, daß aber die Leistungsfähigkeit von Röhren und Elektrometern vergleichbar wird, wenn der Widerstand im Stromkreis hoch ist. Die Röhrengeräte sind dann billiger, und wahrscheinlich ist es auch leichter, sie anfangs einzustellen; sie verlangen aber sorgfältige Aufmerksamkeit, um die Nullage konstant zu halten. Wo verhältnismäßig große Potentialdifferenzen zu messen sind (wie bei gewissen Ionisationskammermessungen), stehen einfache Elektrometer und sehr einfache Röhrengeräte als gleichwertig zur Wahl. Wo sowohl schnelle als auch langsame Änderungen verfolgt werden sollen, braucht man Röhrenverstärker (siehe § 10.13).

Als Alternative zum Gleichspannungsverstärker wurde ein Anzahl Anlagen entwickelt, bei denen konstante Gleichspannungen in Wechselstromsignale umgeformt werden, die unter Verwendung gewöhnlicher Verstärker weiterverarbeitet werden können. Die zur Zeit ausgearbeiteten Verfahren besitzen rotierende oder schwingende Stromwender, bei deren Aufbau sorgfältig darauf geachtet wurde, die Kontaktspannungen möglichst klein zu halten (z. B. LISTON u. a. 1946), sowie ebenfalls unter Vermeidung von Kontaktpotentialen aufgebaute Kondensatoren, deren Kapazität man periodisch mit einer Tonfrequenz sich ändern läßt, wobei dann ein veränderliches Potential auftritt, dessen Höhe direkt proportional zur Ladung auf den Platten ist. Der Erfolg derartiger Anlagen hängt von der Konstruktion und vom Aufbau der Stromwenderanordnung ab, da es sehr schwierig ist, hier kleine, veränderliche Störspannungen zu vermeiden.[1]) Nach der Ver-

[1]) Man kennt eine Anzahl elektronischer Modulationssysteme, die die Amplitude eines Wechselstrom-Ausgangssignals nach einem Eingangssignal regeln, aber das Eigenrauschen und die Inkonstanz solcher Anlagen sind sehr viel ungünstiger als bei den hier von uns betrachteten Geräten.

stärkung kann das Signal mit einem Wechselstrom- (d. h. Gleichrichter-) Instrument gemessen werden; es ergeben sich aber besondere Vorteile, wenn man einen phasenempfindlichen Gleichrichter benutzt, der mit dem Zerhacker synchronisiert ist (vgl. § 9.11).[1])

6.17 Die Messung magnetischer Felder

Die Messung magnetischer Felder ist eine übliche Laboratoriumsaufgabe; das normale Verfahren ist die Verwendung eines ballistischen Galvanometers oder eines Fluxmeters in Verbindung mit einer Probespule, die plötzlich aus dem Feld herausgezogen oder um 180° gedreht wird. Wenn das Feld schnell genug zusammenbricht (siehe unten), kann man auch die Probespule liegenlassen und das Feld abschalten. In jedem Falle muß die Flußänderung in der Spule in einer Zeit vollständig erfolgt sein, die kurz ist im Vergleich zur Schwingungsdauer des Galvanometers; der Vorteil des Fluxmeters liegt gerade darin, daß diese Zeit hier recht lang sein kann. Das Fluxmeter ist ein Galvanometer, bei dem die Rückstellkraft sehr klein ist im Vergleich zu den elektromagnetischen Dämpfungskräften; die Drehspule bewegt sich dann so, daß der gesamte Fluß, den der aus Probespule und Drehspule bestehende Stromkreis umfaßt, konstant bleibt (Theorie siehe bei DUNN 1939). Bei einer Prüfung wurde mit einem modernen Fluxmeter festgestellt, daß sich die Auslenkung für einen gegebenen Fluß bei einer Vergrößerung des Kreiswiderstandes von 0 bis 100 Ω oder bei einer Verlängerung der Zeit für das Verschwinden des Flusses bis auf 30 s nicht (weniger als 1%) änderte. (Vorkehrungen für genaues Arbeiten sind bei SPILSBURY und WEBB 1945 angegeben.)

Die Dämpfung eines ballistischen Galvanometers, das mit einer Probespule benutzt wird, darf sehr stark sein, aber der Widerstand im Galvanometerkreis muß während der Eichung und der Benutzung des Instrumentes konstant sein.

Der Meßkreis muß in jedem Falle – mit Ausnahme von groben Arbeiten, bei denen die Eichung des Fluxmeters durch den Hersteller genau genug sein wird – geeicht werden. Das befriedigendste Verfahren ist es, die Sekundärspule eines Transformators dauernd in den Kreis mit einzuschalten und die Eichung durch Unterbrechen eines bekannten Stromes in der Primärspule des Transformators im erforderlichen Augenblick durchzuführen.

Die hier beschriebene Anzeigemethode wird auf 1% genau sein oder vielleicht etwas besser; es ist aber gelegentlich notwendig, diese Genauigkeit zu steigern. Dies ist möglich, wenn die Probespule mechanisch weggezogen oder gedreht wird; man unterbricht dann gleichzeitig den Primärkreis des Transformators und stimmt auf Gleichgewicht zwischen den induzierten EMK ab, wobei man ein ballistisches Galvanometer oder ein Fluxmeter mit hoher Empfindlichkeit[2]) benutzt. Die Schwingungsdauer des Anzeigeinstrumentes

[1]) Eine allgemeine Darstellung mit Literaturangaben ist bei KANDIAH und BROWN (1952) zu finden.

[2]) Als Nullinstrument. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

muß dabei viel länger sein als die Zeit, in der sich der magnetische Fluß ändert, dann beeinflussen die unterschiedlichen Formen der beiden Spannungswellen das Ergebnis nicht.

Die bei derartigen Messungen zu verwendenden Probespulen kann man in einer oder mehreren Drahtlagen auf einen formgetreuen Spulenkörper aus einem mechanisch festen Isoliermaterial wickeln. Für jede Lage der Wicklung ist sorgfältig der Durchmesser zu bestimmen und dann ist die wirksame Querschnittsfläche aus den Abmessungen zu ermitteln. Wenn man eine Probespule von geringer Größe benötigt, ist es kaum möglich, die wirksame Querschnittsfläche auf diesem Wege mit ausreichender Genauigkeit zu finden; man muß dann den Fluß in der Spule messen, wenn sie in eine Normalspule (ein Solenoid oder ein HELMHOLTZsches Spulenpaar) hineingesteckt wird. Ein sehr elegantes und genaues Verfahren ist es, die Gegeninduktivität zwischen der Probespule und einem HELMHOLTZschen Spulenpaar mit Hilfe eines Gegeninduktionsmessers auszugleichen (vgl. NETTLETON und SUGDEN 1939).

Es gibt noch verschiedene Spezialverfahren zur Messung magnetischer Felder, die hier nur erwähnt werden sollen:

a) Die Widerstandsänderung eines Wismutdrahtes in einem Magnetfeld ist beträchtlich (z. B. 10% in 5000 G), so daß Methoden zur Feldmessung ausgearbeitet wurden, die eine im Feld liegende Wismutspirale verwenden. Der Einfluß der Temperatur auf den Widerstand und auf seine Veränderung im Magnetfeld ist indessen so groß, daß das Verfahren recht mühsam wird und außer Gebrauch gekommen ist.

b) Neuerdings ist auf der Grundlage des HALL-Effektes in Germanium ein industrielles Gerät zur Ausmessung magnetischer Felder entwickelt worden.

c) Es sind kommerzielle Instrumente hergestellt worden, bei denen ein Drehspulinstrument[1]) in das Feld eingebracht und mit einem anderen Drehspulamperemeter der Strom gemessen wird, der für einen bestimmten Normalausschlag erforderlich ist.

d) Die Resonanz von Atomkernen (Protonen) in einem hochfrequenten Magnetfeld, das auf dem zu messenden Magnetfeld senkrecht steht, ist zur Grundlage einer genauen Methode der Messung von Magnetfeldern (in der Größenordnung bis zu 1000 G) geworden. Das Prinzip ist besonders zur Einregelung eines Magnetfeldes auf einen vorgegebenen Wert geeignet. Die Resonanzfrequenz hängt mit der Feldstärke durch die Beziehung

$$\omega = \gamma \cdot H$$

zusammen, in der ω die Kreisfrequenz des Hochfrequenzfeldes bedeutet und γ das Verhältnis des magnetischen Momentes des Kernes zu seinem Drehmoment. Bei Resonanz ist also die Hochfrequenz proportional zu H,

[1]) Im Original ist der Text – offensichtlich durch einen Druckfehler („eine Drehspulbewegung") – unklar. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

1000 G entsprechen 4,25 MHz. (Die Grundlage der Theorie ist bei Bloch 1946 zu finden; instrumentelle Anwendungen siehe Packard 1948 sowie Thomas und Huntoon 1949.)

e) Man kann ein Magnetometer auf den Eigenschaften der im § 4.16 besprochenen Legierungen mit hoher Permeabilität aufbauen. Ein Streifen aus Mumetall oder Permalloy wird durch ein regelmäßig umgeschaltetes Magnetfeld magnetisiert. Wenn diesem Wechselfeld ein konstantes Feld überlagert wird, dann wird die Schwingung des magnetischen Flusses so verzerrt, daß sie jetzt auch geradzahlige Harmonische der erregenden Frequenz enthält; diese kann man durch geeignet angebrachte Spulen aufnehmen, aussieben und verstärken. Dieses Instrument wird am günstigsten als Nullanzeiger verwendet, um festzustellen, wann das zu messende Feld durch ein Solenoid, in dem ein bekannter Strom fließt, neutralisiert wird. Es wurde während des Krieges für Flugzeugkompasse („Fluxgate" = „Flußtor") und für Unterseebootspürgeräte entwickelt, so daß die meisten Beschreibungen davon nicht ohne weiteres zugängig sind. Die Theorie des Gerätes wird von Williams und Noble (1950) besprochen, die auch Literaturstellen angeben.

6.A Anhang: Elektromotoren

6.A 1 Gleichstrommotoren

Mit dem Verschwinden der öffentlichen Gleichstromnetze[1]) haben die Gleichstrommotoren viel von ihrer Bedeutung verloren. Es gibt indessen keinen geeigneten Ersatz für den Gleichstrom-Nebenschlußmotor in den Fällen, wo eine stetige Geschwindigkeitsregelung verlangt wird; deshalb werden Niederspannungsmotoren dieses Typs weiter im Laboratorium benutzt werden, wo man sie aus Batterien oder durch Gleichrichter speist.

a) *Gleichstrom-Reihenschlußmotoren* (Schaltung nach Abb. 6.5 a). Ihr Hauptkennzeichen ist das sehr große Drehmoment (verbunden mit einem starken Stromfluß), das sie beim Anlaufen (oder allgemein bei geringen Geschwindigkeiten) entwickeln können. Der Anlassermotor im Auto stellt ein extremes Beispiel dar. Wenn die Drehzahl des Motors steigt, sinkt das Drehmoment. Es gibt keine Gleichgewichtsgeschwindigkeit bei Leerlauf, so daß die Drehzahl gefährlich hoch werden kann, wenn der Motor unbelastet ist. Es ist klar, daß die Verwendung derartiger Motoren auf Spezialzwecke beschränkt ist; so sind sie z. B. gelegentlich von Vorteil für den Antrieb von Automaten-Mechanismen, die ein beträchtliches Anlaufdrehmoment verlangen.

[1]) Nach Braddick ist also in England der Gleichstrom schon ganz abgeschafft, in Deutschland gibt es in einigen Bezirken z. Z. noch Gleichstromnetze. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

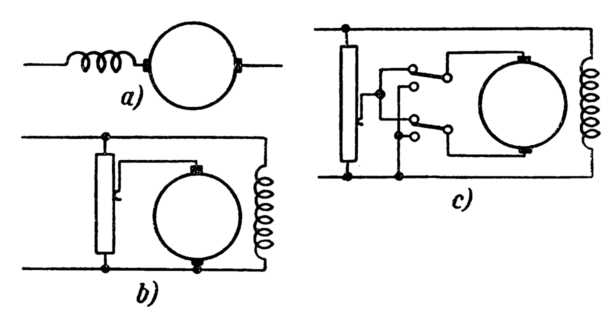


Abb. 6.5. a) Reihenschlußmotor; b) Gleichstrom-Nebenschlußmotor mit voller Felderregung und Regelung der an den Anker angelegten Spannung durch ein Potentiometer; c) Änderung der Schaltung b, die Umkehrung des Drehsinnes und Bremsung durch Induktionsstrom erlaubt. Dargestellt ist die Bremsstellung des Motors. Wenn der eine oder der andere der beiden Schalter umgelegt wird, läuft der Motor in der einen oder der anderen Richtung

b) *Gleichstrom-Nebenschlußmotoren.* Bei ihnen ändert sich das Drehmoment mit der Geschwindigkeit viel weniger, und der unbelastete Motor besitzt eine Gleichgewichtsgeschwindigkeit, die ungefähr proportional zu der am Anker angelegten Spannung ist, wenn das Magnetfeld konstant gehalten wird. Die Schaltung nach Abb. 6.5b gestattet eine feinfühlige Änderung der Motorgeschwindigkeit vom langsamen Kriechen bis zur vollen Tourenzahl, wobei das bei jeder Geschwindigkeit zur Verfügung stehende Drehmoment annähernd konstant bleibt. Wenn man die Schaltung gemäß Abb. 6.5c ändert, dann kann man die Drehrichtung des Motors umkehren. Diese Schaltung erlaubt es auch, den Anker bei voll erregtem Feld kurzzuschließen; der im Ankerkreis induzierte Strom übt dann ein kräftiges Bremsmoment aus.

6.A 2 Wechselstrommotoren

a) *Synchronmotoren.* Diese trifft man gewöhnlich nur als Uhrwerksmotoren oder als etwas größere Motoren ähnlicher Konstruktion. Sie sind mit eingebautem Getriebe im Handel, diese untersetzten Motoren sind für den Antrieb kleiner, zyklisch arbeitender Regelmechanismen sehr geeignet. Üblicherweise sind diese Motoren so eingerichtet, daß sie wie Induktionsmotoren von selbst anlaufen; ausgesprochene Uhrenmotoren erfordern dagegen ein Anwerfen von Hand zum Anlauf.

b) *Reihenschluß-Kommutatormotoren.* Sie verhalten sich wie ziemlich schwache Gleichstrom-Reihenschlußmotoren und laufen auch an Gleichstrom. (Dagegen werden für Gleichstrom gebaute Reihenschlußmotoren im allgemeinen nicht befriedigend mit Wechselstrom laufen.) Da jedoch die meisten Schwierigkeiten, die bei kleinen Motoren auftreten, von den Bürsten und dem Kommutator herrühren, wird man

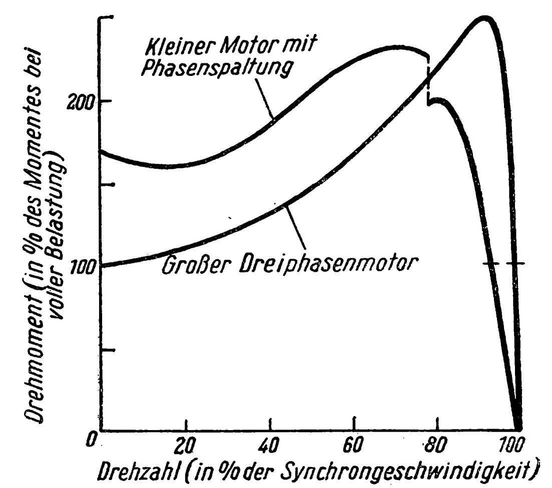


Abb. 6.6. Beziehung zwischen Drehmoment und Geschwindigkeit bei Induktionsmotoren. Die eine Kurve gilt für einen großen Dreiphasenmotor, der für einen guten Wirkungsgrad unter Betriebsbedingungen ausgelegt ist. Die andere Kurve gilt für einen kleinen Motor (unter 1 PS) mit Phasenspaltung; der Sprung in der Kurve entspricht dem Abschalten der Anlaßwicklung. Der Wirkungsgrad bei voller Belastung beträgt hier etwa 60%

gewöhnlich den Induktionsmotoren vor den Reihenschlußmotoren den Vorzug geben; die letzteren stellen jedoch das einzige Mittel dar, auf einfache Weise an einem 50-Hz-Wechselstromnetz eine höhere Geschwindigkeit als die 3000 U/min (= 50 U/s) eines zweipoligen Synchronmotors zu erreichen.

c) *Asynchron-Induktionsmotoren.* Dreiphasen- (Drehstrom-) Induktionsmotoren liefern den größten Teil der industriellen Antriebskraft. Sie sind billig, einfach und äußerst zuverlässig. Bei kleinen Ausführungen besitzt der Rotor (Käfiganker[1]) keine Zuleitungen; alle im normalen Laboratorium praktisch gebrauchten Motoren werden zu dieser Sorte gehören. Stern-Dreieck-Schaltungen, um die Anlaßspannung am Stator wirksam zu verringern, werden erst bei Motoren oberhalb von 1 oder 2 PS angewendet.

In der Abb. 6.6 ist die Abhängigkeit des Drehmomentes von der Geschwindigkeit bei einem Induktionsmotor dargestellt. Man sieht, daß sich – wie beim Gleichstrom-Nebenschlußmotor – im ganzen Arbeitsbereich die Geschwindigkeit nicht sehr mit der Last ändert. Bei normaler Vollbelastung läuft der Motor etwa 5% unter seiner Synchrondrehzahl; unter starker Überlast wird das Verhalten unstabil: Der Motor bleibt stehen, während er einen starken Strom aus dem Netz zieht.

[1]) Im Englischen sehr anschaulich „squirrel cage" = Eichhörnchenlaufkäfig. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Dreiphasen-Induktionsmotoren muß man über einen Schutzschalter an das Netz anschließen, der die Verbindung zu allen drei Phasen öffnet, wenn eine Überlastung auftritt. Schmelzsicherungen in den einzelnen Phasen müssen reichlich bemessen sein, um mit den großen Anlaßströmen fertig zu werden; man kann sich deshalb nicht darauf verlassen, daß sie ansprechen, wenn eine der Phasen zufällig unterbrochen worden ist, so daß der Motor als Einphasenmaschine weiterläuft, wobei er einen Strom zieht, der zwar groß genug ist, den Motor zu überhitzen, der aber nicht ausreicht, die übrigen Schmelzsicherungen auszulösen.

Es ist ziemlich unbequem, eine dreiphasige Zuleitung zu frei stehenden oder zu tragbaren Motoren mit Leistungen von Bruchteilen eines PS zu verlegen, und man verwendet deshalb Einphasen-Induktionsmotoren. Sie sind komplizierter als die Dreiphasenmaschinen, da man besondere Anlaufvorrichtungen einbauen muß, um bei Stillstand des Motors ein Drehfeld zu erzeugen. Der Strom in der Anlaßwicklung ist gegen den in der Hauptwicklung phasenverschoben. Die Anlaßwicklung ist gewöhnlich nur für kurzzeitigen Gebrauch geeignet, und wenn der Motor angelaufen ist, wird diese Wicklung von Hand oder – was üblicher ist – durch einen Zentrifugalschalter kurzgeschlossen. Bei „Kondensator“-Motoren wird die Anlaßwicklung über einen Kondensator[1]) gespeist; bei einigen Spezialschaltungen bleibt die Anlaßwicklung dauernd eingeschaltet, bei einer Motortype nimmt die Anlaßwicklung die Form von kurzgeschlossenen Kupferschleifen im Stator an. Kleine Motoren dieser Bauart besitzen zwar keinen guten Wirkungsgrad, sie sind aber ruhig, zuverlässig und sehr geeignet für Laboratoriumsanwendungen, bei denen nur sehr geringe Kräfte auftreten.

---

[1]) Der die Phasenverschiebung bewirkt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

KAPITEL VII

ELEKTRONISCHE GERÄTE

7.1 Einleitung: Elektronische Hilfsmittel

Die Elektronenröhre[1]) und die Schaltungen, in denen sie benutzt wird, sind zu sehr leistungsfähigen und vielseitigen Werkzeugen in der Experimentalphysik geworden. Es ist unmöglich, hier mehr als einige wenige ihrer Anwendungen zu besprechen, aber es dürfte angebracht sein, einige Prinzipien und Methoden zu beschreiben, die für das Physiklaboratorium von besonderer Wichtigkeit sind.

7.2 Stromquellen

Es ist üblich geworden, Gleichstrom für Laboratoriumszwecke dadurch herzustellen, daß man Wechselstrom auf die passende Spannung transformiert, ihn gleichrichtet und siebt. Dieses Verfahren ist oft hinsichtlich der Kosten für Anschaffung und Unterhaltung wirtschaftlicher als die Gleichstromnetze mit Batterieanlagen, wie sie in den zu Anfang dieses Jahrhunderts gebauten Laboratorien allgemein verbreitet waren.

Für geringe Leistungen benutzt man üblicherweise ein einphasiges Netzanschlußgerät; die Gleichrichter werden dabei nach einer der Schaltungen der Abbildungen 7.1 und 7.2 angeordnet.

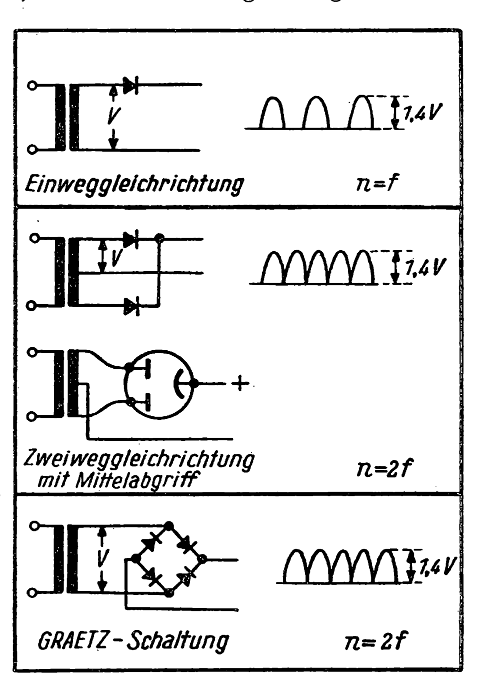


Abb. 7.1. Gleichrichterschaltungen für die Stromversorgung. V = Effektivspannung des Transformators; f = Netzfrequenz; n = tiefste Frequenz der Brummspannung

[1]) Die englische Bezeichnung „thermionic valve“ ist irreführend; es handelt sich im allgemeinen um Hochvakuumröhren, in denen also gar keine Ionen auftreten. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

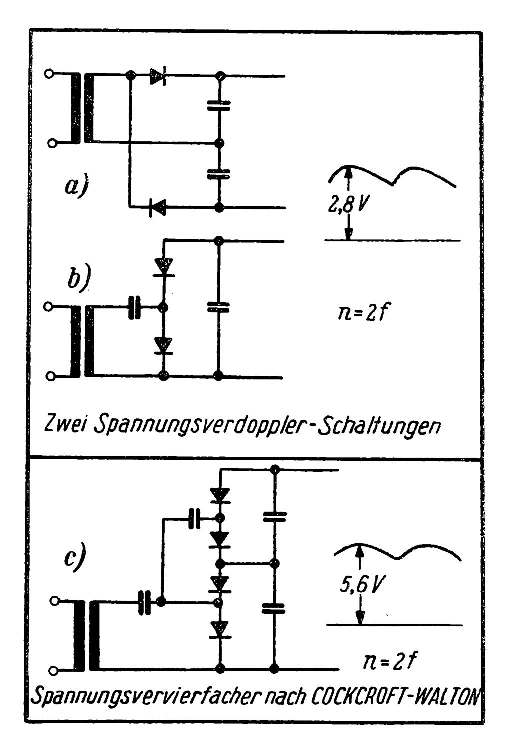


Abb. 7.2. Gleichrichterschaltungen zur Spannungsvervielfachung. Bei der Spannungsverdopplungsschaltung *b* kann der Transformator sekundärseitig geerdet werden, nicht dagegen bei der Schaltung *a*. Die Schaltung *c* kann erforderlichenfalls erweitert werden, um höhere Spannungen zu erreichen

Als gleichrichtende Elemente stehen zur Wahl:

a) Der Trockengleichrichter (Kupferoxydul- oder Selenschichtgleichrichter), dessen Wirkung auf den besonderen Eigenschaften des Kontaktes zwischen einem Metall und einem Halbleiter beruht.

b) Die Hochvakuum-Elektronenröhre.

c) Die gasgefüllte Elektronenröhre. (Gelegentlich werden auch Röhrentypen mit kalter Kathode und mit einer Quecksilberoberfläche als Kathode verwendet.)

Für niedrige Spannungen (bis zu 50 oder 100 V) wählt man gewöhnlich den Trockengleichrichter; dieser Gleichrichter ist auch für schwache Ströme bei hohen Spannungen von Nutzen. Der Spannungsabfall in einem einzelnen Element des Gleichrichters ist gering, und der Wirkungsgrad kann ziemlich hoch sein. Die Einheiten, die Plattenform besitzen, werden zu Stapeln übereinandergeschichtet und dann nach Bedarf parallel oder in Reihe geschaltet. Das Fehlen eines Kathodenheizkreises vereinfacht die Anwendung, vor allem bei Spannungsvervielfacherschaltungen; derartige unter Verwendung von Plattengleichrichtern aufgebaute Schaltungen sind zur Lieferung von mehreren Milliampere bei einigen Kilovolt sehr geeignet.

Abgesehen von dieser Anwendung von Trockengleichrichtern ist die Hochvakuum-Elektronenröhre der billigste und gebräuchlichste Gleichrichter für Spannungen oberhalb von etwa 200 V. Bei niedrigen Spannungen ist sie unwirksam oder zum mindesten weniger geeignet, weil man an die Röhre eine beträchtliche Spannung anlegen muß, um die elektrostatische Sperrwirkung der Raumladung zu überwinden. In einer gasgefüllten Elektronenröhre wird die Raumladung mehr durch die positiven Ionen neutralisiert als durch die Ladungen auf den Elektroden, so daß der Wirkungsgrad

auch schon bei ziemlich niedrigen Spannungen hoch werden kann. Außerdem kann man die Kathode so gestalten, daß sie wenig Wärme nach außen abstrahlt, so daß der Kathodenwirkungsgrad (Emission je Einheit der Wärmeleistung) bei diesen Röhren hoch ist. Sie werden häufig in sorgfältig durchkonstruierten und mit passenden Schutzvorrichtungen versehenen kommerziellen Geräten benutzt, sie haben aber auch wesentliche Nachteile. Die Entladung besitzt keine von selbst eintretende Begrenzung des Stromes, so daß der Strom durch die äußere Schaltung auf einen zulässigen Wert begrenzt werden muß. Wenn die Röhre einer Stromüberlastung ausgesetzt wird, ändert sich der Charakter der Entladung, und die Kathode kann sehr schnell durch das Bombardement der positiven Ionen zerstört werden. In einer Vakuumröhre ruft eine zeitweilige Überlastung keine so dramatischen Wirkungen hervor. Das plötzliche Zünden und Löschen des Lichtbogens während jedes Arbeitszyklus kann schließlich Hochfrequenzstörungen sehr lästiger Art verursachen. Es ist deshalb sicher besser, für Laboratoriumszwecke bei geringen Leistungen keine gasgefüllten Gleichrichter zu benutzen.

Wenn ein Gleichrichter zum Laden von Batterien, zum Antrieb kleiner Gleichstrommotoren oder zum Betrieb von Relais eingesetzt wird, kann man ohne Glättung (Siebung) auskommen, öfter wird aber hinter dem Gleichrichter ein Siebkreis folgen, dessen erstes Glied entweder eine Kapazität oder eine Induktivität sein kann. Wenn an dieser Stelle ein Kondensator benutzt wird und wenn kein Belastungsstrom entnommen wird, dann lädt sich der Kondensator auf den *Scheitelwert* der Spannungskurve auf, und es ist wichtig, darauf hinzuweisen, daß der Gleichrichter in der Sperrphase des Arbeitszyklus den doppelten Wert der Spitzenspannung der Gleichrichtereingangsspannung aushalten muß.

Wenn ein Belastungsstrom entnommen wird, fällt die Spannung am Kondensator während jeder Periode des Eingangsstromes mehr oder weniger linear ab, bis die Ladung bei der nächsten Spannungsspitze wieder aufgefüllt wird. Die Kondensatorspannung besteht also aus einem konstanten Anteil und einer ihm überlagerten Brummspannung. Die Berechnung dieser Spannungen ist ziemlich kompliziert, ihre Werte hängen unter anderem vom Sekundärwiderstand des Transformators und von der Streuinduktivität ab; bei Geräten mit geringen Leistungen ist eine genaue Abschätzung auch

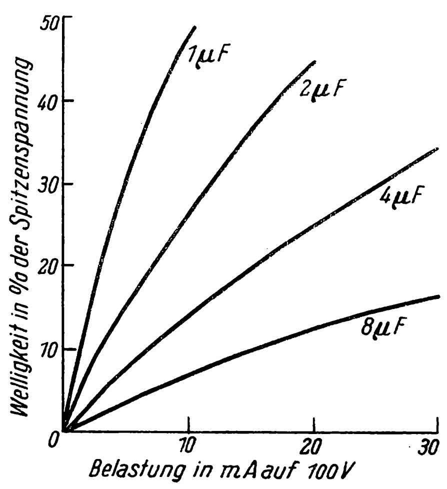


Abb. 7.3. Empirische Werte für die Welligkeit der Spannung am ersten Kondensator eines Vollweggleichrichters beim Betrieb mit 50 Hz.

selten erforderlich. Die Abb. 7.3 zeigt typische Werte, wie man sie empirisch findet.

Es ist zu beachten, daß Strom nur während eines Teiles jeder Halbperiode zum Aufladen des Kondensators entnommen wird. Die Momentanwerte des Gleichrichterstromes sind deshalb viel höher als der Belastungsgleichstrom, und die Erwärmung der Transformatorwicklung, die vom Mittelwert des Quadrates der Stromstärke abhängt, ist für diesen „sägezahnartigen" Stromverlauf größer als für einen sinusförmigen Strom von

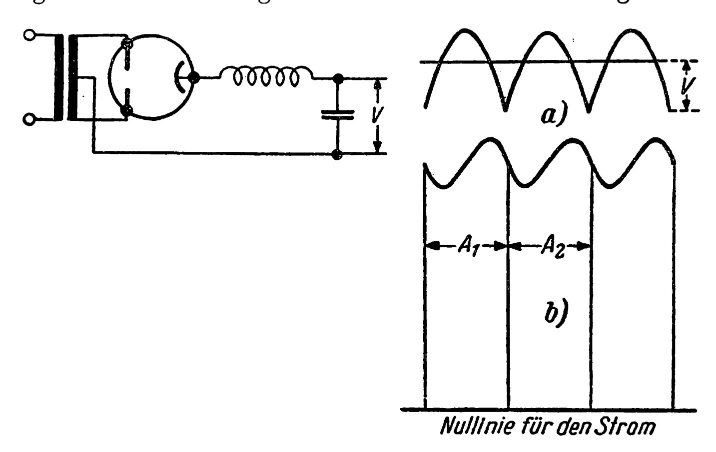


Abb. 7.4. Wirkungsweise einer großen Induktivität als erstes Glied eines Filters nach einem Vollweggleichrichter. Skizze *a* zeigt den welligen Verlauf der Gleichrichterspannung und die konstante Spannung am ersten Kondensator. Skizze *b* zeigt die Änderungen des Stromes in der Induktivität, die den Unterschied zwischen diesen Spannungen bewirken. Der Strom fließt abwechselnd zu den beiden Anoden A_1 und A_2 des Gleichrichters

gleichem mittlerem Wert. Der Transformator muß daher größer sein als ein Gerät, das die gleiche Leistung bei normalem Wechselstrombetrieb abgibt.

Wenn das erste Glättungsglied eine große Induktivität ist, dann hat der Gleichrichterstrom die Tendenz, während der ganzen Periode konstant zu bleiben, denn wenn der Strom sinkt, entsteht in der Induktivität eine EMK, die der versiegenden Transformatorspannung nachhilft. Der Vorgang ist in der Abb. 7.4 als Diagramm dargestellt.

Filter mit Drosseleingang nutzen den Transformator und den Gleichrichter besser aus als Systeme mit Kondensatoreingang, sie werden deshalb für mittlere Leistungen allgemein verwendet. Es ist auch festzustellen, daß bei ihnen die Gleichspannung von der Belastung unabhängiger wird. Indessen sind Systeme mit Kondensatoreingang für Leistungen bis etwa 100 W gewöhnlich billiger als Drosselsysteme, so daß in Laboratoriumsgeräten im allgemeinen der Kondensatoreingang benutzt wird.

In beiden Fällen folgt auf das Eingangsglied ein Drossel-Kondensator-(L-C-) Filter nach Abb. 7.5, gelegentlich auch ein Widerstands-Kondensator-(R-C-) Filter.

Das Verhältnis F zwischen der Brummspannung an den Aus- und den Eingangsklemmen einer Filterstufe kann man leicht berechnen, wenn man annimmt, daß die Impedanz des Belastungskreises groß ist gegenüber der des Kondensators. Diese Näherung wird in praktischen Fällen ausreichen. Wir erhalten dann für ein L-C-Glied (wie in Abb. 7.5)

L

Eingang C Ausgang

Abb. 7.5. L-C-Filter

$$F = \frac{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}}{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} + j \cdot \omega \cdot L} = \frac{1}{1 - \omega^2 \cdot L \cdot C};$$

für ein R-C-Glied ergibt sich näherungsweise

$$F = \frac{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}}{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} + R} = \frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}.$$

Letzteres gilt bei

$$R > \frac{1}{\omega \cdot C},$$

was in der Praxis meist erfüllt ist. ω ist hier die Kreisfrequenz der Brummspannung, die für 50 Hz bei einem Vollweggleichrichter

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 100 = 628 \text{ Hz}$$

wird.

L bedeutet die „Zusatzinduktivität“[1]) der Drossel, durch deren Windungen der entsprechende Gleichstrom fließt. Für diesen Zweck bestimmte Spulen müssen mit Luftspalten im Eisenkern ausgerüstet sein, damit der Kern bei den Arbeitsbedingungen noch nicht magnetisch gesättigt ist. Natürlich muß bei Berechnungen der wahre Wert der zusätzlichen Induktivität verwendet werden.

Als Kondensatoren benutzt man oft – um Kosten und Gewicht zu sparen – Elektrolytkondensatoren, aber diese besitzen nur begrenzte Lebensdauer und sind als weniger zuverlässig anzusehen als Kondensatoren mit Papierdielektrikum. In jedem Falle müssen die Kondensatoren so gewählt werden, daß sie die Leerlaufspannung aushalten, die, wie wir gesehen haben, praktisch gleich der Spitzenspannung des Transformators vor dem Gleichrichter ist.

Stabilisierte Spannungsquellen werden im § 10.14 kurz behandelt werden.

---

[1]) Der stromabhängige Anteil der Induktivität einer Drossel mit Eisenkern. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

7.3 Verstärker

Die allgemeine Aufgabe eines Verstärkers ist es, ein Ausgangssignal (eine Spannungs- oder eine Stromänderung) zu liefern, das von einem Eingangssignal gesteuert wird. Zunächst betrachten wir Fälle, wo das gewünschte Ausgangssignal zum Eingangssignal linear-proportional ist.

Da das Gitter einer Röhre, wenn es auf einem gegenüber den anderen Elektroden negativem Potential gehalten wird, nur einen sehr geringen Strom aufnimmt, stellt die Röhre im Eingangskreis einen hohen Widerstand dar.[1]) Den Ausgang eines ganzen Verstärkers oder einer einzelnen Stufe kann man als gleichwertig mit dem eines elektrischen Generators ansehen, der eine durch die Eingangsspannung gesteuerte Spannung liefert und der eine gewisse innere Impedanz besitzt. Man kann die Röhre dazu benutzen, Spannung für das Gitter einer anderen Röhre oder für eine Ablenkplatte einer elektrostatischen Kathodenstrahlröhre zu liefern; man nennt die Stufe dann eine Spannungsverstärkerstufe. Oder der gewünschte Ausgangswert kann eine Stromänderung in einem Kreis mit relativ niedriger Impedanz sein, z. B. in der Spule eines Lautsprechers, dann stellt die Röhre eine Leistungsverstärkerstufe dar. Eine solche Stufe kann auch dann wirkungsvoll arbeiten, wenn ihr Spannungsgewinn niedrig oder sogar kleiner als Eins ist.

Wenn das Eingangssignal eines Verstärkers eine Sinuswelle darstellt, die nur eine Frequenz enthält, dann kann man das Ausgangssignal dem Eingangswert sehr ähnlich machen, man kann aber keinen Verstärker herstellen, der über einen unbegrenzten Frequenzbereich konstante Verstärkung besitzt.[2]) Normalerweise wird die Verstärkung bei sehr hohen und bei sehr tiefen Frequenzen abfallen; im allgemeinen tritt auch eine Phasenverschiebung zwischen sinusförmigen Eingangs- und Ausgangssignalen auf, die sich mit der Frequenz ändert. Selbst wenn der Verstärker im üblichen Sinne linear arbeitet, bewirken diese Eigenschaften eine gewisse Verzerrung der Signale, denn man kann eine beliebige Störung als eine FOURIER-Reihe oder[3]) als ein FOURIER-Integral auffassen, und wenn die einzelnen harmonischen Komponenten nicht gleichmäßig verstärkt werden und in ihrer Phasenlage zueinander nicht unverändert bleiben, dann wird das verstärkte Signal, das durch Zusammenfügen der verstärkten Einzelkomponenten entsteht, sich in seiner Form vom Eingangssignal unterscheiden.

---

[1]) Dies gilt streng nur bei normalen Frequenzen. Bei sehr hohen Frequenzen kann die Eingangsimpedanz durch verschiedene Effekte in der Röhre relativ niedrig werden. Vgl. z. B. TERMAN (1943) S. 310.

[2]) Es ist üblich, die Verstärkung eines Gerätes in Dezibel (dB) auszudrücken. Das Dezibel ist eine logarithmische Einheit, und nach einer allgemein angenommenen Übereinkunft entsprechen 10 dB einem Faktor 10 im *Leistungspegel* bei konstanter Impedanz. Bei einem Spannungsverstärker entsprechen 10 dB deshalb einem Spannungsgewinn von $\sqrt{10}$; eine 1000fache Spannungsverstärkung wird ausgedrückt als ein Gewinn von 60 dB. Die Änderung der Verstärkung mit der Frequenz wird in dB je Oktave (Frequenzverhältnis 2) oder je Dekade (Frequenzverhältnis 10) angegeben.

[3]) Im unperiodischen Fall. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

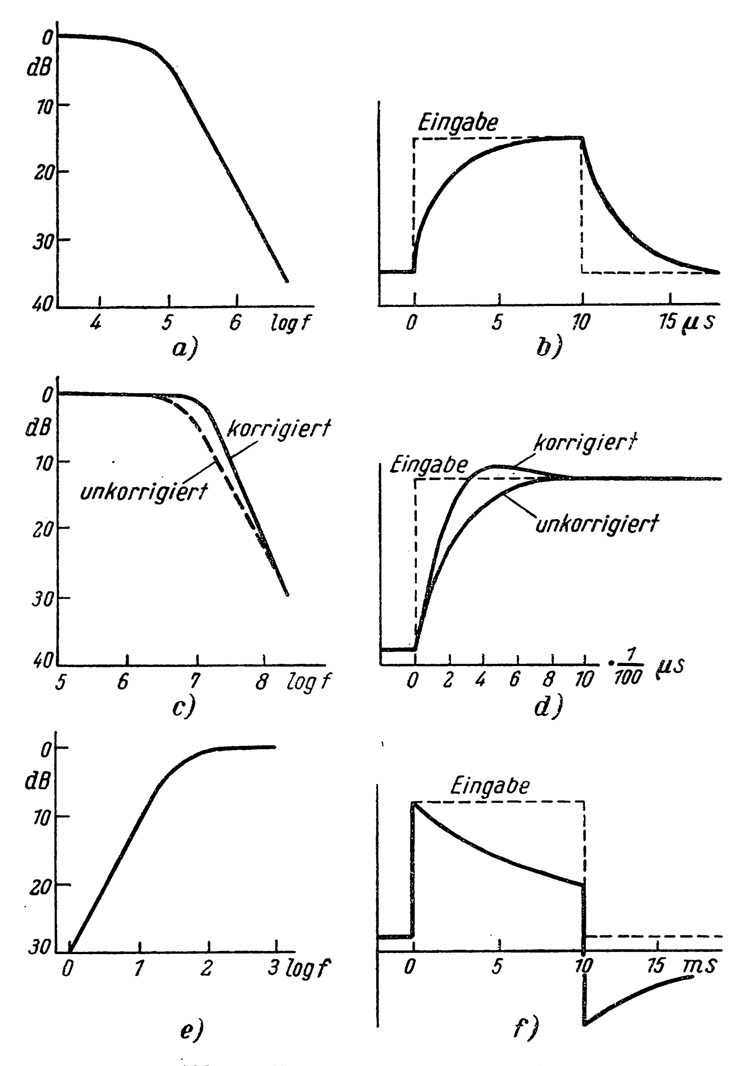


Abb. 7.6. Frequenzgang von Verstärkern

a) Kennlinie eines Tonfrequenzverstärkers bei hohen Frequenzen,
b) Zugehörige Wiedergabe einer Rechteckwelle;
c) Verhalten eines Videoverstärkers bei hohen Frequenzen, unkorrigiert und durch Zuschalten einer Induktivität zum Anodenbelastungswiderstand korrigiert,
d) Zugehörige Wiedergaben einer Rechteckwelle;
e) Verstärkerverhalten bei niedrigen Frequenzen,
f) Zugehörige Wiedergabe einer Rechteckwelle

Wenn das Eingangssignal eine Rechteckwelle ist, kann man das Ausgangssignal berechnen, falls das Amplituden- und Phasenverhalten für rein harmonische Signale aller Frequenzen bekannt ist, oder man kann es aus den Konstanten des Verstärkerkreises unter Benutzung der Operatorenrechnung oder von LAPLACE-Transformationen ermitteln.

Abb. 7.6a zeigt eine typische Kennlinie für das Verhalten einer Tonfrequenzverstärkerstufe im Bereich der hohen Frequenzen, und Abb. 7.6b zeigt die Wiedergabe einer rechteckigen Eingangswelle durch diese Stufe. Die allgemeine Wirkung ist ein Verschmieren der scharfen Ecken des Impulses. Wenn der Durchlaß des Verstärkers auf f Hz beschränkt ist, dann werden die Ecken auf etwa $1/f$ s unsicher.[1]

In der Abb. 7.6c zeigt die gestrichelte Linie das Frequenzverhalten einer (unkorrigierten) Videofrequenzverstärkerstufe[2]), die zugehörige Wiedergabe eines Spannungssprunges ist in der Abb. 7.6d dargestellt. Wenn man den Frequenzgang des Verstärkers „korrigiert", so daß er der oberen Kurve der Abb. 7.6c entspricht (vgl. § 7.9), dann tritt ein „Überschwingen" bei der Wellenform am Ausgang ein. Dieses Überschwingen hängt mit der Frequenzabhängigkeit der Phasenverschiebung des Verstärkers zusammen, die dann am geringsten ist, wenn die Verstärkung am Ende des durchgelassenen Frequenzbandes langsam und monoton abfällt.

Eine wirklichkeitsgetreue Wiedergabe des „Daches" eines Rechteckimpulses erfordert einen Durchlaß des Verstärkers bis hinunter zur Frequenz Null. Wenn die Verstärkung bei tiefen Frequenzen abfällt (Abb. 7.6e), ergibt sich am Ausgang die in Abb. 7.6f gezeigte „Dachschräge". Infolge dieser Schräge folgt dem Impuls ein Überschwingen mit anderem Vorzeichen. Dieser Gegenimpuls ist ein wichtiges Kennzeichen für den Frequenzgang eines Impulsverstärkers, besonders wenn der Durchlaß bei tiefen Frequenzen scharf begrenzt ist (vgl. § 7.23).

Es ist oft vorteilhaft, die Wiedergabe einer Rechteckwelle oder eines scharfen Impulses – auf einer Kathodenstrahlröhre abgebildet – als Prüfverfahren für den Frequenzgang eines Verstärkers zu nehmen. Auf der Grundlage der Darstellungen der Abb. 7.6 kann man schon aus einer einfachen Betrachtung der aufgezeichneten Kurve viel entnehmen. Ein Verfahren, aus der Wiedergabe einer Rechteckwelle auf das Frequenzverhalten zu schließen, ist bei BEDFORD und FREDENDALL (1942) angegeben, eine ausgeklügelte Anordnung für Impulsprüfungen stammt von ESPLEY und Mitarbeitern (1946).

---

[1]) Genauer: Die Verstärkung dieser einfachen Stufe ist bei 10^5 Hz um 3 dB verringert; der Anstieg des Impulses bis zum halben Wert erfolgt in etwa 3 μs, der Anstieg ist praktisch beendet in 10 $\mu s = 10^{-5}$ s.

[2]) Audiofrequenzen = Tonfrequenzen = Frequenzen der hörbaren Töne; Videofrequenzen = für die Bildübertragung beim Fernsehen gebrauchte Frequenzen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

7.4 Einfache Betrachtungen zum Trioden-Verstärker

Das „Gerippe“ der Schaltung für die einfachste der möglichen Verstärkerstufen ist in der Abb. 7.7 dargestellt. Das Eingangssignal wird an das Gitter angelegt, und das Ausgangssignal erscheint – einer Gleichspannung überlagert – an der Anode. In erster Näherung können wir kleine Änderungen des Anodenstromes als linear von den Änderungen der Anoden- und der Gitterspannung abhängig ansehen:

$$\delta i_a = \frac{1}{R_i} \cdot (\delta v_a + \mu \cdot \delta v_g),$$

wobei R_i die Dimension eines Widerstandes besitzt (innerer Widerstand) und μ eine dimensionslose Größe ist (der Verstärkungsfaktor), die das Verhältnis der Auswirkung von Gitter- und Anodenspannungsänderungen auf den

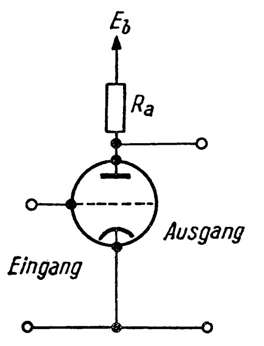


Abb. 7.7. Schaltskizze des „Gerippes“ einer Trioden-Spannungsverstärkerstufe

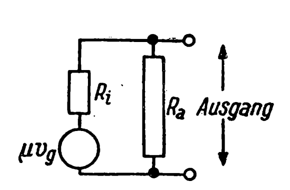


Abb. 7.8. Ersatzschaltbild einer Trioden-Verstärkerstufe

Anodenstrom angibt. μ hängt in erster Linie von der Geometrie der Elektroden in der Röhre ab. Wir erhalten nun für den Stromkreis nach Abb. 7.7

$$-\delta v_a = R_a \cdot \delta i_a,$$

so daß

$$-\frac{\delta v_a}{R_a} = \frac{1}{R_i} \cdot (\delta v_a + \mu \cdot \delta v_g)$$

und

$$\delta v_a = -\frac{R_a}{R_a + R_i} \cdot \mu \cdot \delta v_g$$

gilt. Daher ist der Spannungsgewinn der Stufe gleich

$$A = -\mu \cdot \frac{R_a}{R_a + R_i}.$$

Der entsprechende Generatorkreis ist in der Abb. 7.8 dargestellt. Die effektive Ausgangsimpedanz der Gesamtstufe ist diejenige einer Parallelschaltung von R_a und R_i.

7.5 Die Kapazitäten zwischen den Elektroden und der Miller-Effekt

Wenn die Spannungsänderungen nicht mehr sehr klein sind, müssen wir die Auswirkung der Kapazitäten zwischen den Elektroden und die Wirkung der Streukapazitäten beachten, wie sie in der Abb. 7.9 angegeben sind. Die Kapazitäten C_{ak} und C_{gk} ergeben einfache Nebenschlußwirkungen, die in direkter Weise berechnet werden können (vgl. § 7.9). Die Kapazität C_{ag} indessen besitzt einen besonders großen Einfluß, denn wenn man an das Gitter eine Potentialänderung δv_g anlegt, dann tritt an der Anode eine Potentialänderung $-A \cdot \delta v_g$ auf und über C_{ag} liegt nun die Potentialdifferenz

$$(1 + A) \cdot \delta v_g .$$

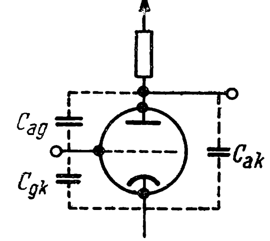


Abb. 7.9. Die Kapazitäten zwischen den Elektroden einer Triode

Die zugehörige Ladung

$$C_{ag} \cdot (1 + A) \cdot \delta v_g$$

muß dem Gitterkreis noch zusätzlich neben den Ladungen zugeführt werden, die zum Aufladen von C_{gk} und den Streukapazitäten erforderlich sind. Die effektive Kapazität des Gitters ist deshalb auf

$$(1 + A) \cdot C_{ag}$$

vergrößert (Miller-Effekt).

Dieser Effekt kann von viel stärkerem Einfluß sein als die anderen Gitterkapazitäten. Für eine typische Triodenstufe mit hoher Verstärkung ($A = 50$) ist beispielsweise $C_{ag} = 3$ pF, so daß die Miller-Effekt-Kapazität 153 pF beträgt. Die Impedanz dieser Kapazität kann schon bei recht geringen Frequenzen mit den anderen Impedanzen der Schaltung vergleichbar werden; sie beträgt z. B. bei 10 kHz schon 100 kΩ, und wir werden sehen, daß dies einen großen Einfluß auf die Leistungsfähigkeit einer solchen Verstärkerstufe hat.

Wenn die Anodenbelastung der Röhre nicht von einem einfachen (Ohmschen) Widerstand gebildet wird, ändert sich die Phase der Spannung an der Anode, und daher wird die Phase der über die Anoden-Gitter-Kapazität rückgekoppelten Spannung nicht genau gegenläufig zur Phase der Gitterspannungsänderungen sein. Man kann zeigen, daß die Rückkopplung bei einer rein induktiven Anodenbelastung in der Richtung erfolgt, daß Instabilität eintritt und Schwingungen hervorgerufen werden.

7.6 Die Schirmgitterröhren: Tetrode und Pentode

Die unangenehmen Wirkungen der Kapazität zwischen Anode und Gitter können durch Einführung eines elektrostatischen Schirmgitters zwischen dem Steuergitter und der Anode beseitigt werden. Diese Abschirmung wird auf einem gleichbleibenden Potential von gleicher Größenordnung wie das Anodenpotential gehalten. (Es ist wichtig, daß sich das Schirmgitterpotential während des Signals nicht ändert; die Schaltung zur Speisung des Schirm-

gitters muß dementsprechend eingerichtet werden.) Dann wird die Kapazität zwischen Anode und Gitter auf einen gewöhnlich zu vernachlässigenden Wert verringert, und der MILLER-Effekt verliert seine Bedeutung.

Die Kennlinien der Röhre werden dabei tiefgreifend verändert, denn jetzt hat das Anodenpotential über einen weiten Bereich der Anodenspannung praktisch keinen Einfluß mehr auf den Strom in der Röhre (vgl. Abb. 7.12b) [1]). Das Schirmgitter ist maßgeblich für die elektrostatischen Bedingungen in dem Raum zwischen Schirmgitter und Kathode, es kann aber so gebaut werden, daß es viel weniger Strom aufnimmt als die Anode.

Eine Röhre mit einem Schirmgitter ist eine Tetrode. Es ist üblich, noch ein drittes Gitter („Bremsgitter") zwischen dem Schirmgitter und der Anode anzuordnen, das auf oder nahe dem Kathodenpotential gehalten wird, um zu verhindern, daß dem Schirmgitter von der Anode unter der Wirkung des Bombardements der Primärelektronen ausgelöste Sekundärelektronen zufließen. Beim Fehlen des Bremsgitters könnte ein solcher Zufluß von Sekundärelektronen immer dann eintreten, wenn in irgendeinem Teil des Signals die Anode dem Schirmgitter gegenüber negativ wird, und er würde eine negative Komponente zum Anodenstrom liefern. Dies würde zu einer beträchtlichen Verzerrung der Anodenstrom-Anodenspannungs-Charakteristik führen. Eine Röhre, die ein Schirm- und ein Bremsgitter enthält, ist eine Pentode. Man kann durch speziellen Aufbau mit bestimmten Abständen der Elektroden bei einer Tetrode ein ähnliches Ergebnis erzielen, wobei die Elektronen-Raumladung die Rolle des Bremsgitters übernimmt („Strahlbündelungsröhren") [2]).

7.7 *Einfache Betrachtungen über die Eigenschaften einer Pentode*

In einer Pentode, deren Schirmgitterpotential konstant ist, wird der Anodenstrom praktisch über einen weiten Bereich der Anodenspannung von dieser unabhängig, und wir können schreiben:

$$\delta i_a = S \cdot \delta v_g,$$

wo S, die durch diese Gleichung definierte Steilheit, dem Bruch μ/R_i in der Triodengleichung (vgl. § 7.4) entspricht. Es hat hier wenig Zweck, μ und R_i noch getrennt zu benutzen. Der Spannungsgewinn der mit einem einfachen (OHMschen) Widerstand belasteten Röhre nach Abb. 7.10 wird jetzt gleich

$$-R_a \cdot S,$$

da

$$\delta v_a = -R_a \cdot S \cdot \delta v_g$$

ist.

---

[1]) Bei niedrigen Anodenspannungen verlaufen die Kurven des Anodenstromes als Funktion des Anodenpotentials sehr steil, und das Gitterpotential besitzt nur geringen Einfluß auf den Anodenstrom (vgl. den linken Bereich in der Abb. 7.12b). Diesen Teil der Pentodencharakteristik (den „Stromübernahmebereich") muß man beim Betrieb von Linearverstärkern vermeiden; er ist aber für gewisse Sonderzwecke wertvoll (siehe z. B. die §§ 7.23 und 10.14).

[2]) Meist wird in der deutschen Literatur auch der englische Ausdruck „beam power"-Röhren gebraucht. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Die Ausgangsimpedanz der *Stufe* ist praktisch die des Anodenbelastungswiderstandes, während die Anodenimpedanz der *Röhre* sehr groß ist, da eine Änderung im Anodenpotential ja nur einen geringen Unterschied im Anodenstrom bewirkt.

Oft ist es günstig, sich eine Pentode als einen Generator für konstanten Strom zu veranschaulichen, der von der Eingangs- (Gitter-) Spannung gesteuert wird, wobei am Ausgang Stromschwankungen auftreten, die das S-fache der Eingangsspannungsschwankungen betragen.

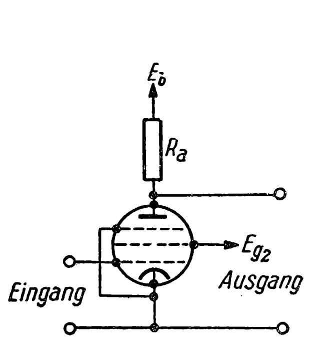


Abb. 7.10. Schaltskizze des „Gerippes“ einer Pentoden-Spannungsverstärkerstufe

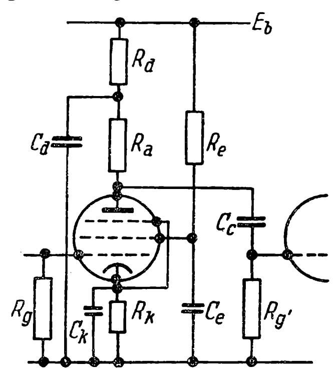


Abb. 7.11. Pentoden-Verstärkerstufe mit Ankopplungs- und Entkopplungskreisen

7.8 Die vollständige Verstärkerstufe

In der Praxis wird jeder Röhrenkreis komplizierter durch die Maßnahmen, die zum Aufrechterhalten der vorschriftsmäßigen mittleren Potentiale an den Elektroden erforderlich sind. Der Anodenstrom kann entweder direkt dem Anodenbelastungswiderstand zugeführt werden oder über eine Entkopplungsanordnung (R_d und C_d in der Abb. 7.11). Diese Schaltung hat den Zweck, von der Impedanz der Stromquelle herrührende Kopplungen zwischen den verschiedenen Stufen zu vermeiden. Man kann zeigen, daß eine in dieser Weise entstehende Kopplung zwischen einer Stufe und der übernächsten so gerichtet ist, daß sie Instabilität hervorruft, und da die Verstärkung des Signals zwischen zwei derartigen Stufen normalerweise groß ist, werden schon dann Schwingungen hervorgerufen, wenn auch nur ein kleiner Teil des Signals der späteren Stufe rückgekoppelt wird. Der Entkopplungskondensator soll deshalb einen Nebenschluß bilden, dessen Impedanz bei jeder von dem System verstärkten Frequenz klein ist im Vergleich zu der des Entkopplungswiderstandes. Bei speziellen Spannungsverstärkern ist es oft wünschenswert, für einige der Stufen gesonderte Anodenstromquellen zu verwenden.

Das Schirmgitterpotential einer Tetrode oder Pentode soll während der Dauer des Signals konstant bleiben; man muß deshalb das Schirm-

gitter[1]) aus einem Stromkreis speisen, dessen Impedanz bei allen zu verstärkenden Frequenzen klein ist im Vergleich zur inneren Impedanz des Schirmgitters

$$\frac{\delta v_{\text{Schirm}}}{\delta i_{\text{Schirm}}}.$$

Diese Bedingung kann durch eine Widerstands-Kapazitäts-Schaltung mit einem hinreichend großen Kondensator erfüllt werden (siehe Abb. 7.11). Wenn die Bedingung nicht eingehalten ist, verringert sich die Stufenverstärkung, und die effektive Gitterkapazität vergrößert sich durch den MILLER-Effekt.

Die mittlere Spannung des Steuergitters kann durch eine Batterie aufrechterhalten werden, die zwischen das untere Ende des Gitterableitwiderstandes und die Kathode geschaltet wird, gewöhnlich ist aber die in Abb. 7.11 gezeigte Anordnung (automatische Gittervorspannung) vorzuziehen. Bei dieser Schaltung wird die Kathode der Röhre, die normalerweise indirekt geheizt wird – gelegentlich aber auch über eine besondere Transformatorwicklung –, durch den Spannungsabfall an dem Widerstand R_k, durch den der Kathodenstrom fließt, positiv gegenüber dem „Erdpunkt" gehalten. Die mit Signalfrequenz ablaufenden Änderungen des Kathodenstromes bewirken eine Gegenkopplung (vgl. § 7.13): Wenn das Gitter im Verlauf des Signals stärker positiv wird, ruft der anwachsende Kathodenstrom, der in R_k fließt, eine Spannung im Gitter-Kathoden-Kreis hervor, die zur Signalspannung entgegengesetzt ist. Es wird im § 7.13 gezeigt werden, daß hierdurch zwar die Verstärkung der Stufe verringert wird, daß sie aber dabei linearer und weniger stark von den Röhrendaten abhängig gemacht wird. Die Gegenkopplung kann aufgehoben werden, indem man den Kathodenwiderstand durch einen Kondensator überbrückt, dessen Impedanz auch bei der niedrigsten der geforderten Frequenzen noch klein gegen R_k ist. Der Wert des Überbrückungskondensators wird also bei typischen Niederfrequenzverstärkern so groß, daß man Elektrolytkondensatoren verwenden muß.

Die Schaltung mit automatischer Gittervorspannung zeigt den erwünschten Effekt, daß die Verstärkungsänderung beim Ersetzen der Röhre durch eine andere mit etwas abweichenden Daten verringert wird, da die Vorspannung vom Kathodenstrom geregelt wird und man festgestellt hat, daß zwei typenmäßig gleiche Röhren sich bei einem festgelegten Kathodenstrom viel eher gleichartig verhalten als bei einer festgelegten Gitterspannung. Diese Eigenschaft der Schaltung mit automatischer Vorspannung ist für die Herstellung von industriellen Verstärkern von Bedeutung, die auch mit allen typenmäßig gleichen Ersatzröhren eine brauchbare Leistung geben müssen.

7.9 Die Frequenzcharakteristik von R-C-Verstärkerstufen

Abb. 7.11 zeigt rechts die für die Weitergabe des verstärkten Signals von Stufe zu Stufe erforderliche Schaltung. Wenn wir die Wirkung der die Wider-

---

[1]) In gewissen Fällen kann das Schirmgitter direkt mit der Anodenbetriebsspannung verbunden werden; siehe § 7.10.

stände überbrückenden Streukapazitäten vernachlässigen können und wenn die Impedanz des Kopplungskondensators im Vergleich zu den sonstigen Impedanzen des Kreises vernachlässigbar ist, dann ist die Verstärkung im wesentlichen von der Frequenz unabhängig. Diese Bedingungen sind praktisch bei Verstärkern für geringe Frequenzen (z. B. 10^2 bis 10^4 Hz) ungefähr erfüllt. Bei tiefen und bei hohen Frequenzen weicht das Verhalten der wirklichen Verstärker von diesem Ideal ab; an den beiden Enden des Frequenzbandes treten verschiedenartige Schwierigkeiten auf, die getrennt behandelt werden sollen.

Bei *tiefen* Frequenzen besitzt der Kopplungskondensator C_c eine Impedanz, die gegenüber dem Gitterableitwiderstand $R_{g'}$ der folgenden Röhre nicht zu vernachlässigen ist. Man kann $R_{g'}$ nicht beliebig groß machen, da das Gitter, mit dem er verbunden ist, unter gewissen Umständen Elektronen emittieren oder positive Ionen auffangen kann; wenn $R_{g'}$ dann sehr hoch wäre, könnte das einen sich selbst steigernden Vorgang auslösen, durch den die Kontrolle über das Gitterpotential verlorenginge. Die Röhrenhersteller geben Sicherheitsgrenzen für $R_{g'}$ an, 1 MΩ ist ein normaler Wert. Bei der Frequenz f bewirkt der endliche Kopplungskondensator eine Verstärkungsverringerung im Verhältnis

$$\frac{R_{g'}}{\sqrt{R_{g'}^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C_c^2}}}$$

und eine Phasenverschiebung

$$\operatorname{arc\,tan} \frac{1}{R_{g'} \cdot C_c \cdot \omega} \ ^{1)}.$$

In den Formeln bedeutet

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f.$$

Die von der Impedanz der Schirmgitter- und Kathoden-Entkopplungskondensatoren herrührende Rückkopplung führt zu einer weiteren Verringerung der Stufenverstärkung bei tiefen Frequenzen. Sie ruft ebenfalls eine Phasenverschiebung hervor, da die über den Entkopplungsgliedern auftretenden Spannungen im allgemeinen nicht mit den Signalspannungen in Phase sind. Die Phasenverschiebung ist bei manchen Verstärkern von Bedeutung, da sie zu einer Verzerrung der Wellenformen führt (siehe § 7.3) und da sie bei mit Rückkopplung ausgerüsteten Verstärkern (vgl. § 7.15) zu Instabilität führen kann.

---

[1]) Es soll bei dieser Gelegenheit darauf hingewiesen werden, daß in der englischsprachigen Literatur die Arcusfunktion häufig $\tan^{-1}\alpha$ (was nach dem üblichen Sinn eines negativen Exponenten doch

$$\frac{1}{\tan\alpha} = \cot\alpha$$

bedeuten müßte!) geschrieben wird. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Bei *hohen* Frequenzen ist der beherrschende Effekt der Nebenschluß, den die mit der Anode der Röhre, dem Gitter der folgenden Stufe und den Kopplungsgliedern verbundenen Streukapazitäten – die alle additiv sind – zum Anodenbelastungswiderstand bilden. Praktisch liegen bei einem gut aufgebauten Verstärker diese Streukapazitäten in der Größenordnung von 20 bis 50 pF. Es leuchtet ein, daß man eine normal geschaltete Triode nicht hinter einer Widerstandsverstärkerstufe für hohe Frequenzen verwenden kann, da die MILLER-Kapazität sich verhängnisvoll auswirken würde. Wenn beispielsweise der Anodenbelastungswiderstand 200 kΩ beträgt, wird der Nebenschlußeffekt der Streukapazität bei Frequenzen in der Größenordnung von 10 kHz merklich. Wenn eine Stufe eine nahezu frequenzunabhängige Verstärkung bis zu 1 MHz geben soll, muß der Anodenbelastungswiderstand sehr niedrig sein. Damit sich eine vernünftige Stufenverstärkung ergibt, müssen wir dann Röhren mit großer Steilheit verwenden. Auf Erfüllung dieser Bedingung hin konstruierte Röhren haben im Durchschnitt $S \approx 6$ mA/V [1]), so daß die Stufenverstärkung schon bei $R_a = 2500\,\Omega$ etwa gleich 15 werden kann.

Es gibt eine Anzahl Abwandlungen der Schaltung (siehe z. B. VALLEY und WALLMAN 1948, S. 73), die man dazu benutzen kann, die Verstärkung eines Gerätes bei den Frequenzen zu verbessern, bei denen die Nebenschlußwirkung der Streukapazitäten bedeutungsvoll wird. Die einfachste Form ist es, zum Anodenbelastungswiderstand eine Induktivität hinzuzufügen, die mit dem Widerstand und den Streukapazitäten einen breitbandigen Resonanzkreis bildet. Die Wirkung eines solchen Systems war in den Abb. 7.6c und 7.6 d dargestellt.

7.10 Der Aufbau von Verstärkerstufen

Beim Entwurf einer Verstärkerstufe hat man die Röhrentype, die Konstanten des Kreises, die Betriebsspannung und die statischen Potentiale für Gitter und (wenn vorhanden) Schirmgitter zu wählen. Bei niedrigen Frequenzen ist es ziemlich gleichgültig, ob als Spannungsverstärker eine Triode oder eine Pentode gewählt wird; mit einer Pentodenstufe kann man – auf Kosten einer durch den Stromkreis für die Einstellung des Schirmgitterpotentials etwas komplizierteren Schaltung – einen höheren Spannungsgewinn erzielen. Bei höheren Frequenzen macht der MILLER-Effekt die Triode für Geradeausschaltungen unbrauchbar. Bei noch höheren Frequenzen wird der zulässige Anodenbelastungswiderstand so klein, daß man eine Pentode mit großer Steilheit einsetzen muß, um eine brauchbare Stufenverstärkung zu erzielen. Die hohe Steilheit wird nur erreicht, wenn der Anodenstrom ziemlich groß ist (siehe unten), so daß Breitbandverstärker (d. h. R-C-Verstärker, die bei hohen Frequenzen noch eine gute Verstärkung besitzen) gewöhnlich mit Anodenruheströmen von 10 mA und mehr betrieben werden.

---

[1]) Bei modernen Röhren für Breitbandverstärker beträgt die Steilheit jetzt etwa 10 mA/V. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Für schwache Signale kann man die Spannungsverstärkung näherungsweise aus den Formeln

$$A = -S \cdot R_a \quad \text{(für die Pentode)}$$

oder

$$A = -\frac{\mu \cdot R_a}{R_a + R_i} \quad \text{(für die Triode)}$$

berechnen. Die Größen μ, R_i [1]) und S sind nun nicht über größere Bereiche der Elektrodenpotentiale konstant. Insbesondere sinkt S stets ab, wenn der Anodenstrom verringert wird, und selbst bei niedrigen Frequenzen ist es unmöglich, die Verstärkung einer Pentodenstufe über eine gewisse Grenze hinaus durch Vergrößerung von R_a zu erhöhen, ohne die Betriebsspannung gleichfalls zu erhöhen. In der Praxis geben die meisten Pentoden mit 300 V Betriebsspannung eine Stufenverstärkung von 100 bis 150, unter der Voraussetzung, daß der Anodenbelastungswiderstand nicht wegen der Forderungen an das Frequenzverhalten verkleinert worden ist. Eine „gewöhnliche" Pentode wird mit einem Anodenstrom in der Größenordnung von 1 mA und mit einem Anodenbelastungswiderstand von 100 bis 250 kΩ betrieben; eine Pentode mit „großer Steilheit" verlangt einen Anodenstrom von 5 bis 10 mA und wird mit einem Anodenbelastungswiderstand von 20 bis 50 kΩ verwendet, was eine beträchtlich höhere Leistungsfähigkeit bei hohen Frequenzen ergibt.

Bei dem Typ des linearen Verstärkers, den wir jetzt betrachten wollen (Klasse A_1 [2])), muß das Gitter stets so weit negativ sein, daß an keinem Punkt des Signals ein Gitterstrom fließt. Diese Bedingung legt die Gittervorspannung fest. Nun erhält man eine untere Grenze für das Schirmgitterpotential durch die Bedingung, daß sich die Röhre auch an der negativsten

---

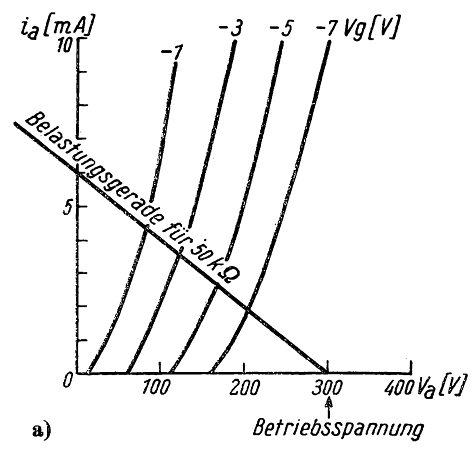
[1]) Im Original steht, wohl versehentlich, R_a. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Verstärkung nach Klasse B bedeutet, daß der Anodenstrom am Tiefstpunkt des Signals gerade Null wird; bei Verstärkung nach Klasse C wird der Anodenstrom während eines beträchtlichen Teiles des Signals gesperrt. Die Verstärkung nach Klasse C ist selbstverständlich bei weitem nicht linear, sie ist aber oft in der Hochfrequenztechnik anwendbar. Der Index bei Klasse A_1 bedeutet, daß ein Gitterstrom während des ganzen Signals ausgeschlossen ist; bei Verstärkern nach Klasse B_2 [soll wohl heißen: A_2 (D. Red. d. dtsch. Ausg.)] ist z. B. ein Gitterstrom während der positiven Halbwellen des Signals zulässig.

Zusatz d. Red. d. dtsch. Ausg.: Leider ist die deutsche Einteilung der Verstärker – bei gleicher Bezeichnungsweise – etwas anders. Beim A-Verstärker liegt der Arbeitspunkt in der Mitte des geraden Teiles der Gitterspannungs-Anodenstrom-Kennlinie zwischen unterem Knick und Einsetzen des Gitterstromes; die Signalspannung darf diese beiden Grenzen nicht überschreiten. Beim B-Verstärker liegt der Arbeitspunkt am unteren Knick der Kennlinie, die Aussteuerung geht auch hier im allgemeinen nicht bis zum Einsetzen eines Gitterstromes; der Anodenruhestrom ist nahezu Null, die verstärkte Spannung ist stark verzerrt, praktisch wird nur eine Halbwelle berücksichtigt, deshalb bevorzugt in „Gegentaktschaltung" angewendet. AB- und D-Verstärker haben Arbeitsverhältnisse zwischen A- und B-Verstärkung. Beim C-Verstärker liegt der Arbeitspunkt durch hohe negative Gittervorspannung weit vor dem unteren Knick der Kennlinie; die Verstärkung erfaßt hier nur kleine Änderungen einer nahezu konstanten Signalamplitude.

Stelle des Gitterspannungszyklus nicht dem gesperrten Zustand nähern darf. Der beste Arbeitswert für die Schirmgitterspannung hängt erheblich von der Konstruktion der Röhre ab und ist den Angaben der Hersteller zu entnehmen.[1])

Wir können jetzt anhand einer Kurvenschar der Werte von i_a als Funktion von v_a für verschiedene Werte von v_g (Kennlinien, Abbildung 7.12) die Leistungsfähigkeit eines Verstärkers mit einem probeweise angenommenen Wert des Anodenbelastungswiderstandes untersuchen. Im gleichen Diagramm wurde eine „Belastungsgerade" gezogen, um die von dem Spannungsabfall an R_a herrührende Veränderung von v_a mit i_a zu zeigen. Der Schnittpunkt der Geraden mit jeder der Röhrenkennlinien gibt die zu einem gegebenen Wert von v_g gehörigen Werte von i_a und v_a. Man kann jetzt die Beziehung zwischen v_a und v_g untersuchen, und man kann den Wert von R_a so einrichten, daß die Belastungsgerade die Anodenkennlinien in ihrem horizontalen Bereich schneidet.



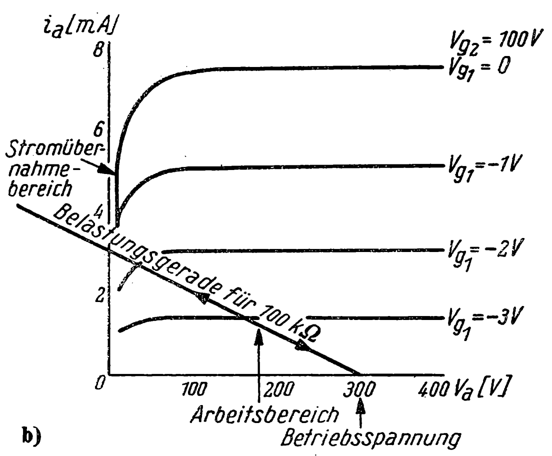


Abb. 7.12. Anodenkennlinien

a) Anodenkennlinien und Beispiel einer Belastungsgeraden für eine Triode (EF 37 von MULLARD als Triode geschaltet: g_3 an k, g_2 an a gelegt). Die Belastungsgerade schneidet die Spannungsachse in dem der Betriebsspannung (300 V) entsprechenden Punkt;
b) Anodenkennlinien und Beispiel einer Belastungsgeraden für eine Pentode (MULLARD EF 37)

[1]) In einigen Fällen (z. B. MAZDA SP 41 oder MULLARD EF 50) wird es zu befriedigenden Ergebnissen führen, die volle Betriebsspannung an das Schirmgitter zu legen; in anderen Fällen (z. B. EF 36) fließt ein großer Teil des Röhrenstromes zum Schirmgitter, sobald das Schirmgitterpotential hoch ist im Verhältnis zum Potential der Anode; auch das Absinken des Anodenstromes tritt schon bei unnötig hohen Anodenspannungen ein, wenn das Schirmgitterpotential zu hoch gelegt wird.

Der Maximalwert von R_a hängt von den oben behandelten Frequenzbedingungen ab. Die Bedingungen, die für die Größe des Kopplungskondensators, des Gitterableitwiderstandes und der Glieder im Schirmgitter- und Kathodenkreis gelten, sind schon betrachtet worden (im § 7.9).

7.11 Das Gegenkopplungsprinzip

Es gibt zwei ganz verschiedene Wege, ein Ausgangssignal zu erhalten, das in einer vorgeschriebenen (als typisches Beispiel: linearen) Beziehung zu einem Eingangssignal steht:

a) Wir können uns auf die Kennlinien einer Röhre verlassen, um ein Ausgangssignal zu erhalten, das eine Wiedergabe des Eingangssignals darstellt. Dieses Verfahren wird bei einer einfachen, widerstandsgekoppelten Pentodenstufe angewendet. Die Grenzen seiner Anwendbarkeit rühren von der Nichtlinearität der Röhrenkennlinien in dem vom Signal überstrichenen Bereich her. Weiter neigt ein solcher Verstärker zu schwerwiegenden Veränderungen seines Verhaltens, wenn eine Röhre durch eine andere mit nur listenmäßig gleichen Daten ersetzt wird oder wenn die Betriebsspannungen schwanken.

b) Wir können das Eingangssignal mit einem bekannten Bruchteil des Ausgangssignals vergleichen und den Unterschied (das Fehlersignal) einem leistungsfähigen Verstärker zuführen, der das Ausgangssignal liefert. Es wird noch gezeigt werden, daß dabei die Beziehung zwischen Eingang und Ausgang vom wirklichen Verstärkungsgrad fast unabhängig ist und hauptsächlich von der Vergleichsschaltung abhängt; letztere soll ein passives Schaltelement mit unbedingter Linearität sein. Dies ist die Grundlage des Gegenkopplungsprinzips („negative Rückkopplung"), das in der modernen Verstärkertechnik viel benutzt wird.

Die Gegenkopplung ist ein sehr allgemeines Prinzip, ihre Anwendung ist nicht auf elektronische Verstärker beschränkt. So kann z. B. eine mechanische oder elektromechanische Vorrichtung ein Werkzeug nach der Bewegung eines Fahrstiftes führen, wobei die dem Werkzeug erteilte Bewegung eine Funktion des „Fehlers" zwischen der wahren Lage des Werkzeuges und seiner durch den Fahrstift bestimmten Soll-Lage ist. Ein derartiges, durch den Fehler gesteuertes (Gegenkopplungs-) System nennt man ein Servosystem. Über solche Systeme für militärische Zwecke (z. B. Geschützfolgesteuerungen) ist während des Krieges von 1939 viel gearbeitet worden, und manches von diesen Arbeiten ist veröffentlicht worden (*Servo Mechanisms* 1947, Porter 1951). Die Bedingungen für Originaltreue und Stabilität von Servosystemen sind mathematisch denen von Gegenkopplungssystemen ähnlich. Es gibt vielerlei Laboratoriumsanwendungen des Servoprinzips, z. B. Ausschlagvergrößerer für Galvanometer (vgl. § 6.8) oder automatische Temperaturregelungen.

7.12 Quantitative Betrachtung des Gegenkopplungsprinzips

Wir betrachten die in der Abb. 7.13 dargestellte Anordnung: Das Eingangssignal sei v_e, das Ausgangssignal v_a. Der Bruchteil β des Ausgangssignals wird mit *entgegengesetztem* Vorzeichen an den Eingang zurückgeführt,

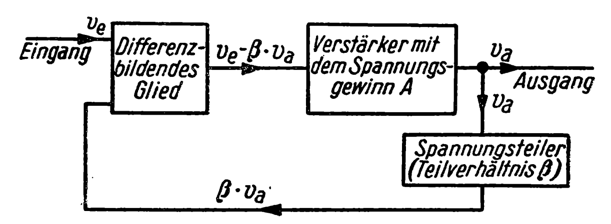


Abb. 7.13. Blockschema eines Gegenkopplungs-Verstärkersystems

so daß das in den Verstärker mit dem Verstärkungsfaktor A eintretende Fehlersignal

$$v_e - \beta \cdot v_a$$

ist. Es gilt dann

$$v_a = A \cdot (v_e - \beta \cdot v_a),$$

und der Verstärkungsfaktor des Systems mit der Gegenkopplung beträgt

$$A' = \frac{v_a}{v_e} = \frac{A}{1 + A \cdot \beta}.$$

Wenn $A \cdot \beta$ groß gegen Eins ist, wird der Verstärkungsfaktor mit Gegenkopplung

$$A'_\infty = \frac{1}{\beta}$$

und hängt nur von den Eigenschaften des Spannungsteilers ab. Falls $A \cdot \beta$ nicht sehr groß gegen Eins ist, kann man die Abhängigkeit der Größe A' von A durch Differenzieren von A' nach A finden:

$$dA' = dA \cdot \left(\frac{1}{1 + A \cdot \beta} - \frac{A \cdot \beta}{(1 + A \cdot \beta)^2}\right) = \frac{dA}{(1 + A \cdot \beta)^2}.$$

Wenn wir dA' und dA als Bruchteile von A' und A ausdrücken, erhalten wir für die relative Änderung des Verstärkungsfaktors

$$\frac{dA'}{A'} = \frac{dA}{A} \cdot \frac{1}{1 + A \cdot \beta},$$

so daß also die relative Änderung der Spannungsverstärkung beim Gegenkopplungssystem um den Faktor

$$\frac{1}{1 + A \cdot \beta}$$

geringer ist als beim Verstärker allein. Das bedeutet nun, daß eine Verzerrung, die man als eine Änderung der Verstärkung A während des Ablaufes des Signals auffassen kann, und ebenso die Auswirkungen von irgendwelchen

wirklichen Änderungen von A infolge von Röhrenveränderungen, durch Schwankungen der Betriebsspannungen oder infolge des begrenzten Frequenzbandes ebenfalls um den Faktor

$$\frac{1}{1+A\cdot\beta}$$

verringert werden. Das Verhältnis ist also das gleiche, in dem auch die Spannungsverstärkung verringert wird.

Beim Vergleich eines gegengekoppelten und eines linearen Verstärkers mit gleicher Gesamtverstärkung zeigt es sich, daß man eine größere Verstärkung vorsehen muß, wenn man Gegenkopplung anwendet. Der Signalpegel am Ausgang ist in beiden Fällen der gleiche, so daß die Amplitudenverzerrung in dem Geradeausverstärker und in dem ohne Gegenkopplung benutzten gegengekoppelten Verstärker ungefähr die gleiche ist. Die Gegenkopplung verbessert nun die Lage beträchtlich. Die Linearität des Frequenzganges wird ebenfalls durch die Gegenkopplung verbessert. Die Rechnung zeigt, daß beim Vergleich eines Verstärkers, der aus zwei ähnlich aufgebauten Stufen mit Gegenkopplung besteht, mit einer einfachen Stufe ohne Gegenkopplung der Frequenzgang der ersteren Anordnung besser ist, obgleich der Zweistufenverstärker ohne Gegenkopplung einen schlechteren Frequenzgang besitzt als die Einzelstufe.

Die Auswirkung des Rauschens (vgl. Kap. IX) – einschließlich äußerer elektrischer Störungen – auf einen gegengekoppelten Verstärker hängt von der Stelle in der Schaltung ab, an der die Störung eintritt (BODE 1945, S. 34). Wenn dies nahe am Ausgangsende des Verstärkers erfolgt, wird das Verhältnis des Rauschens zum Signal kleiner, als wenn die gleiche Störung an einem entsprechenden Punkt eines Geradeausverstärkers eintritt. Wenn das Rauschen eingangsnahe in das System eintritt, wird es von dem Gerät ähnlich wie das Signal behandelt, und das Signal-Rausch-Verhältnis wird durch die Gegenkopplung nicht beeinflußt.

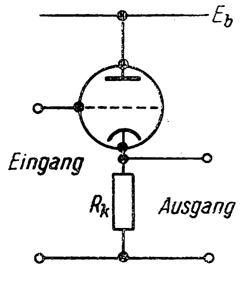


Abb. 7.14. Der Kathodenverstärker
Typische Werte sind: Kathodenbelastungswiderstand $R_k = 20\ \mathrm{k\Omega}$, Verstärkungsfaktor der Röhre $\mu = 10$, Steilheit $S = 5\ \mathrm{mA/V}$

7.13 Der Kathodenverstärker

Das einfachste Beispiel eines gegengekoppelten Verstärkers stellt der „Kathodenfolger" dar (Abb. 7.14). Hier wird die Ausgangsspannung über einem Widerstand in der Kathodenzuleitung einer Triode abgegriffen, wobei also der Gesamtwert dieser Ausgangsspannung dem Eingangskreis gegengekoppelt wird.

Die einer Eingangsspannung δv_e entsprechende Ausgangsspannung ist

$$\delta v_a = R_k \cdot \frac{\mu\cdot(\delta v_e - \delta v_a) - \delta v_a}{R_i},$$

weil die Änderung des Kathodenpotentials um δv_a sowohl die Spannung zwischen Gitter und Kathode

als auch die Spannung zwischen Anode und Kathode um δv_a verringert, wobei

$$\delta v_a = \delta v_e \cdot \frac{\mu \cdot R_k}{R_i + (\mu + 1) \cdot R_k} = \delta v_e \cdot \frac{R_k}{\frac{1}{S} + \frac{\mu + 1}{\mu} \cdot R_k}$$

ist. Mit praktisch auftretenden Werten für die Parameter wird die Spannungsverstärkung näherungsweise

$$\frac{\mu}{\mu + 1}\,^{1)},$$

ist also etwas kleiner als Eins.

Der Vorzug des Kathodenverstärkers liegt in seiner geringen Ausgangsimpedanz. Wenn wir den oben angegebenen Wert für die Ausgangsspannung mit der Spannung

$$\frac{v \cdot R}{r + R}$$

vergleichen, die von einem Generator mit einer EMK gleich v und dem inneren Widerstand r an einem Belastungswiderstand R hervorgerufen wird, so sehen wir, daß die effektive Ausgangsimpedanz der Kathodenverstärkerschaltung nur ungefähr $1/S$ beträgt. Bei einer geeigneten kleinen Röhre liegt das etwa in der Größenordnung von 150 Ω. Der Kathodenverstärker kann dann als Leistungsverstärker benutzt werden. Er verträgt Spannungssignale von beträchtlicher Amplitude, da nur ein kleiner Bruchteil der Signalspannung tatsächlich zwischen Gitter und Kathode auftritt. Diese Schaltung wird häufig verwendet, um Kreisen mit relativ geringem Widerstand oder hoher Kapazität Spannungsschwankungen aufzudrücken.

Der Kathodenverstärker besitzt eine hohe Eingangsimpedanz, da ja nur ein kleiner Bruchteil der Signalspannung überhaupt an eine zwischen Gitter und Kathode auftretende Impedanz gelegt wird. Die Gitter-Anoden-Kapazität bildet auch in einer Trioden-Kathodenfolgerschaltung einen Nebenschluß zur Eingangsimpedanz. Dieser kann durch Einsatz einer Pentode beseitigt werden, deren Schirmgitter über einen entkoppelnden Widerstand gespeist wird und durch einen Kondensator mit der Kathode verbunden ist.

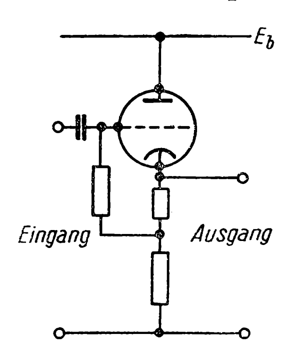


Abb. 7.15. Kathodenverstärker mit einer Anordnung, die es gestattet, die Gittervorspannung unabhängig von der Kathodenbelastung einzustellen

Der „Seesaw-Verstärker" nach Abb. 7.16 wird viel für Impulsbetrieb verwendet; wir können seine Eigenschaften näherungsweise nach einem von F. C. Williams mehrfach benutzten Verfahren berechnen. Wenn die Röhre eine sehr große Verstärkung besitzt, müssen die Potentialänderungen an ihrem Gitter sehr klein bleiben, um überhaupt eine endliche Ausgangsspannung

---

[1]) Im Original steht irrtümlich der reziproke Wert. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

zu bekommen. Wenn aber das Gitterpotential bei einer auftretenden Änderung der Eingangsspannung (annähernd) konstant bleiben soll, dann müssen die Änderungen in den einmal von der Signalquelle her und zum anderen vom Gegenkopplungswiderstand her zum Gitter fließenden Strömen entgegengesetzt gleich sein; wir erhalten also die Bedingung

$$\frac{\delta v_e}{R_s} = \frac{\delta v_a}{R_p}\,.$$

Ähnlich wie der Kathodenverstärker besitzt auch diese Anordnung eine niedrige Ausgangsimpedanz, da die Gegenkopplung direkt von der Ausgangsspannung abgeleitet wird. Dieser Verstärker zeigt das Bestreben, die Ausgangsspannung bei einer gegebenen Eingangsspannung unabhängig von der Nebenschlußwirkung einer äußeren Belastung konstant zu halten.

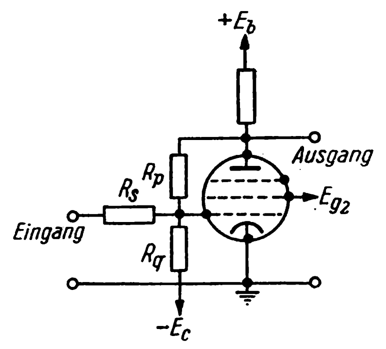


Abb. 7.16. „Seesaw-Verstärker" mit direkter Spannungsrückkopplung von der Anode zum Gitter

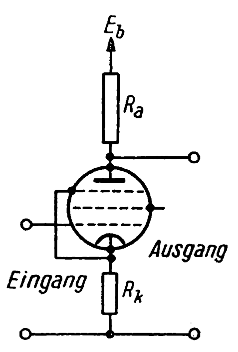


Abb. 7.17. Verstärkerstufe mit nichtüberbrücktem Kathodenwiderstand, die Stromgegenkopplung ergibt

7.14 Spannungs- und stromgegengekoppelte Verstärker

Eine andere Form der Gegenkopplung mit unterschiedlichen Eigenschaften (die Stromgegenkopplung) tritt auf, wenn eine Spannungsverstärkerröhre einen (nicht durch eine Kapazität überbrückten) Widerstand in der Kathodenzuleitung besitzt (Abb. 7.17). Die mit entgegengesetztem Vorzeichen wie das Signal an das Gitter zurückgeleitete Spannung ist auch jetzt proportional zu den Änderungen des Kathodenstromes, stellt aber nicht direkt die Ausgangsspannung dar wie beim Kathodenverstärker. Für eine Pentode können wir

$$\delta i_a = S \cdot \delta v_g$$

schreiben und erhalten[1])

$$\delta v_g = \delta v_e - R_k \cdot \delta i_a = \delta v_e - R_k \cdot S \cdot \delta v_g$$

[1]) Wir haben hier vorausgesetzt, daß die Änderungen in i_a und i_k übereinstimmend gleich $S \cdot \delta v_g$ sind. Es besteht indessen ein kleiner Unterschied durch den Anteil des Schirmgitterstromes in i_k. Dieser Einfluß ist gering und kann berücksichtigt werden, indem man einen passenden fiktiven Wert für R_k in die Endgleichung einsetzt.

und

$$\delta v_a = R_a \cdot \delta i_a = R_a \cdot S \cdot \delta v_g$$
$$= R_a \cdot S \cdot \frac{\delta v_e}{1 + R_k \cdot S}\,.$$

Wenn

$$R_k \cdot S \gg 1$$

gilt, ist also

$$\delta v_a = \frac{R_a}{R_k} \cdot \delta v_e\,.$$

Ein ähnliches, etwas komplizierteres Ergebnis erhält man auch für eine Triode.

Da das Gegenkopplungssignal von dem durch die Röhre fließenden Strom abgenommen wird, hat der Verstärker das Bestreben, bei einer gegebenen Änderung der Eingangsspannung – unabhängig von der Größe der Anoden-

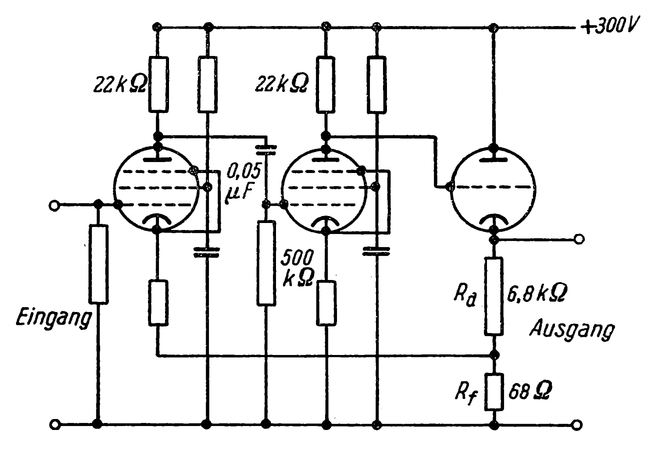


Abb. 7.18. Gegenkopplungsverstärkergruppe (Dreifach-Ring) mit Gegenkopplung vom dritten Kathodenkreis auf die erste Kathode. Zwei oder mehr dieser Gruppen können als Kaskade geschaltet werden. Man beachte, daß die zweite und dritte Röhre direkt gekoppelt sind; dies hilft, die Phasenverschiebungen im Verstärker zu verringern. Alle Verbindungen zum Erdpotential müssen an einen einzigen Punkt geführt werden, um Ströme im Chassis zu vermeiden

belastung – eine bestimmte *Strom*-Änderung zu liefern. Die Stufe besitzt deshalb eine große Ausgangsimpedanz und entspricht etwa einem Generator mit konstantem Strom.

Bei den bisher betrachteten Systemen erstreckt sich der Gegenkopplungsweg nur über eine einzige Röhre (vgl. Abb. 7.13); man kann ihn aber auch so einrichten, daß er mehrere Stufen einschließt. Abb. 7.18 zeigt einen Verstärker, der aus zwei Spannungsverstärkerstufen besteht, die ohne Gegenkopplung eine etwa 10000fache Verstärkung (80 dB) ergeben, und bei dem eine Gegenkopplung (im Grunde eine Stromgegenkopplung) über den Wider-

stand R_f im Kathodenkreis der letzten Stufe vorgesehen ist. Dieser Verstärker kann dazu eingesetzt werden, eine besonders stabile, etwa 100fache Verstärkung – bestimmt durch das Verhältnis von R_d zu R_f – zu liefern.

7.15 Die Stabilitätsgrenze bei der Gegenkopplung

Bei Gegenkopplungssystemen der hier betrachteten Art besitzt das Gegenkopplungssignal stets das entgegengesetzte Vorzeichen wie das Eingangssignal, und der Verstärker hat die Aufgabe, diese Signale ins Gleichgewicht zu bringen. Wenn dagegen die Phase der Gegenkopplung so liegt, daß das Ausgangssignal anwächst (positive Rückkopplung oder Mitkopplung), dann wird die Verstärkung des Gerätes im Verhältnis

$$1 : (1 - A \cdot \beta)$$

vergrößert und das System wird für $A \cdot \beta > 1$ unstabil.

Wir haben (im § 7.9) gesehen, daß das Signal in jeder Stufe eines Verstärkers Phasenverschiebungen erleidet, die frequenzabhängig sind und die sich nahe den Enden des Frequenzbandes, das die Stufe verstärken kann, schnell ändern können. Ein gegengekoppelter Verstärker, bei dem die Gegenkopplung über einen weiten Frequenzbereich in stabilisierender Richtung wirkt, kann bei einer extremen Frequenz noch unstabil werden und zu schwingen beginnen. Man muß einen Verstärker sehr sorgfältig auslegen, um zu verhindern, daß die Phasenverschiebung bei Änderung der Frequenz schon groß wird, bevor die Verstärkung abgesunken ist, und wenn nicht besondere Vorkehrungen getroffen werden, muß man die Anzahl der von der Gegenkopplung umfaßten Stufen auf zwei oder möglicherweise drei beschränken.

Es kann gezeigt werden (Bode 1945), daß in beliebigen Schaltungssystemen das bei irgendeiner Frequenz erreichbare Minimum der Phasenverschiebung mit der Form des Frequenzganges zusammenhängt, also der Kurve, die die Frequenzabhängigkeit des Verstärkungsfaktors für das System angibt. Die Beziehung nimmt eine besonders brauchbare Gestalt an, wenn der Verstärkungsfaktor und die Frequenz beide logarithmisch dargestellt werden. Die bei einer beliebigen Frequenz auftretende Phasenverschiebung kann man dann berechnen, indem man die Neigung der logarithmischen Frequenzgangkurve bei jeder Frequenz bestimmt, sie mit einer Gewichtsfunktion multipliziert, die in der Umgebung der betrachteten Frequenz groß ist und an weiter entfernten Punkten klein wird, und schließlich über den Frequenzbereich integriert.

Bei einem gegengekoppelten Verstärker ist daher die Schärfe, mit der man das über den Gegenkopplungsweg übermittelte Frequenzband abschneiden kann, begrenzt, da die Phasenänderung nicht so groß werden darf, daß Instabilität hervorgerufen wird. Ein Merkwert für die maximal zulässige Steigung bei einem stark gegengekoppelten Verstärker (in logarithmischen Einheiten ausgedrückt) ist 9 dB je Oktave; dieser Steigung kommt man gewöhnlich bei Schaltungen mit einer Stufe noch nicht zu nahe, sie kann aber bei zwei Stufen erreicht werden. Zur Verringerung der Steigung geht man

üblicherweise so vor, daß man die Zeitkonstanten aufeinanderfolgender Stufen verschieden macht, so daß deren Einfluß auf den Frequenzgang sich über ein breiteres Frequenzband verteilt.

7.16 Gegentaktverstärker

Wenn man eine Verstärkerstufe mit zwei nach Abb. 7.19 verbundenen Röhren aufbaut und es so einrichtet, daß der Strom in den beiden Röhren während des Signalablaufes ungefähr symmetrisch gegenphasig verläuft, kann man einige wesentliche Vorteile erzielen. Diese Anordnung ist schon lange bei hochwertigen Lautsprecherverstärkern benutzt worden, denn es kann nachgewiesen werden, daß Abweichungen 2. (allgemein: geradzahliger) Ordnung von der Linearität der Röhrenkennlinien in dem kombinierten Ausgang keine Verzerrungen mehr hervorrufen. Mit geeignet ausgewählten Röhren ist es sogar möglich, die stark gekrümmten Bereiche der Kennlinien mit auszunutzen, ohne daß sehr starke Verzerrung auftritt. Der mittlere Anodenstrom ist dann ohne Signal niedrig und steigt an, wenn den Gittern ein Signal zugeführt wird; auf diese Weise ergibt sich ein sehr sparsamer Anodenstromverbrauch.

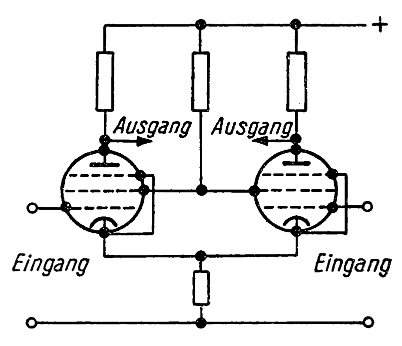


Abb. 7.19. Einfache Gegentaktverstärkerstufe. Man beachte, daß die Entkopplungskondensatoren für Kathode und Schirmgitter weggelassen werden können, ohne Gegenkopplung zu verursachen

Das Gegentaktprinzip bringt noch andere Vorteile, die man für Laboratoriumszwecke ausnutzen kann:

1. Der kombinierte Ausgang (Differenz der Spannungen) ist frei von Anteilen, die von Welligkeit oder anderen Veränderungen der Betriebsspannung herrühren.
2. Die Auswirkung einer Änderung der Kathodentemperatur (vgl. § 7.17) wird weitgehend ausgeglichen. Dies ist bei Gleichspannungsverstärkern besonders wichtig.
3. Wenn wir das Röhrenpaar betrachten, bleiben die Gesamtströme zu den Anoden, Kathoden und Schirmgittern während der Dauer des Signals konstant. Die zugehörigen Stromquellen braucht man nicht mehr zu entkoppeln; diese Betrachtung hat besondere Bedeutung bei niedrigen Frequenzen und bei der Frequenz Null. Weiterhin hat der Kathodenwiderstand keine gegenkoppelnde Wirkung mehr, und man kann zeigen, daß das Verhältnis der differentiellen Spannungsänderungen an den Anoden zu den differentiellen Spannungsänderungen an den Kathoden dem durch die einfache Formel für eine einzelne Röhre angegebenen Verhältnis entspricht.

Wenn der gemeinsame Kathodenwiderstand groß ist (im Vergleich zu $1/S$), liegen die Anodenspannungsschwankungen am Ausgang ungefähr symmetrisch gegen Erde, auch wenn die an die Gitter angelegten Eingangsspannungen nicht symmetrisch gegen Erde sind, wenn z. B. nur ein Gitter beaufschlagt und das andere auf einem konstanten Potential gehalten wird. Ein solches Röhrenpaar hat verschiedene wichtige Eigenschaften noch zusätzlich zu denen, die Gegentaktpaare allgemein besitzen. Seine naheliegendste Verwendung ist die Erzeugung symmetrischer Spannungsschwankungen, die weiteren Gegentaktverstärkern zugeführt werden können oder anderen Elementen, wie etwa den Ablenkplatten einer Kathodenstrahlröhre. Es kann auch als ein nicht-phasenumkehrender Verstärker benutzt werden oder als ein Glied zum Bilden von Differenzen in Rechensystemen. Da seine Gitter auf einem ziemlich hohen Potential gegen Erde liegen können, darf man sie direkt mit den Anoden der vorhergehenden Stufe verbinden, was eine für den Aufbau von Gleichspannungsverstärkern besonders nützliche Eigenschaft darstellt.

7.17 Gleichspannungsverstärker

Im § 7.9 wurde gezeigt, daß das Verhalten eines Verstärkers bei tiefen Frequenzen von den Kopplungskondensatoren und von den Gitterwiderständen abhängt. Man kann bis zu 1 Hz herunter Verstärkung erhalten, indem man hohe Werte für diese Bauteile wählt (z. B. 2 μF und 1 MΩ), wenn man aber weiter gehen will, wird der Verstärker zu voluminös, und die langgezogenen Einschwingvorgänge beim Einschalten desselben werden untragbar. Die Abb. 7.20 zeigt, wie man Stufen direkt verbinden kann, so daß man Verstärkung bis hinunter zur Frequenz Null erhält (Gleichspannungsempfindlichkeit). Verstärker mit direkter Kopplung sind schwierig in der Handhabung, da auch alle langsamen Spannungsverschiebungen infolge von Veränderungen in den Stromquellen oder im Verhalten der Röhren verstärkt werden und dadurch den Betrieb der folgenden Röhren des Verstärkers in ungünstige Bereiche ihrer Kennlinien verlagern.

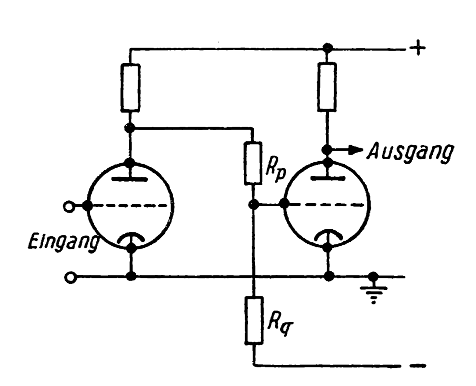


Abb. 7.20. Grundanordnung eines Zweistufenverstärkers mit Gleichspannungskopplung. Diese Art der Kopplung erfordert eine zusätzliche negative Spannungsquelle; die an der ersten Anode entstehende Signalspannung wird zwischen diesem negativen Punkt und dem folgenden Gitter im Verhältnis $R_p:(R_p + R_q)$ aufgeteilt

Eine besonders bedeutsame Auswirkung haben Änderungen der Kathodentemperatur, die die Geschwindigkeitsverteilung der die Kathode verlassenden Elektronen ändern und so den gleichen Effekt hervorbringen wie Änderungen der

Gitter-Kathoden-Spannung[1]). Spannungsverschiebungen dieser Art kann man durch sorgfältige Stabilisierung des Kathodenstromes sehr klein halten. Eine große Verbesserung wird erzielt, wenn man die Verstärkerstufen in Gegentaktschaltung (siehe § 7.16) ausführt. Wenn die Röhren eines Paares völlig übereinstimmend sind und bleiben, verschwindet die von Veränderungen des Kathodenstromes herrührende Spannungsverschiebung völlig. VALLEY und WALLMAN (1948) geben Werte an, wie weit die Verschiebung verringert wird, wenn man ein Paar listenmäßig gleicher Röhren oder handelsübliche Doppeltrioden benutzt.

Die Gegentaktschaltung hat weiter den Vorteil, daß hohe Kathodenwiderstände verwendet werden können, ohne Gegenkopplung zu verursachen. Man kann also eine Stufe so aufbauen, daß das feste Kathodenpotential ungefähr mit dem Anodenpotential der vorhergehenden Röhre übereinstimmt und eine direkte Kopplung leicht auszuführen ist.

Selbstverständlich kann man eine Gegenkopplung – gemäß den in den §§ 7.11 und 7.12 dargelegten Prinzipien – verwenden, um die Verstärkung eines Gleichspannungsverstärkers zu stabilisieren; die Gegenkopplung verringert aber (relativ zum Soll-Signal) die vorstehend besprochenen Spannungsverschiebungen nicht. Man kann leicht zeigen, daß jede im ersten Gitter-Kathoden-Kreis auftretende Spannung von einem gegengekoppelten Verstärker genau wie ein Signal behandelt wird. (Ein hochentwickelter Gleichspannungsverstärker wird bei BISHOP und HARRIS, 1950, behandelt. – Vgl. auch § 6.16.)

7.18 Die Röhre als Elektrometer

Da die Elektronenröhre ein durch eine Spannung gesteuertes Gerät darstellt, ist es prinzipiell möglich, einen Gleichspannungsverstärker zu bauen, der eine sehr hohe Eingangsimpedanz besitzt und anstelle eines empfindlichen Elektrometers verwendet werden kann. Die Kombination aus Röhre, Spannungsquellen und Galvanometer kann gelegentlich immer noch bequemer zu handhaben sein als ein Elektrometer entsprechender Empfindlichkeit. Diese Verwendung der Röhren ist schon im § 6.16 besprochen worden.

7.19 Röhrenoszillatoren (Allgemeines)

Wir haben gesehen, daß ein rückgekoppelter Verstärker instabil wird, wenn man eine genügend starke Mitkopplung anwendet; viele wichtige Röhrenoszillatoren sind nun tatsächlich Verstärker, die mit einer positiven Rückkopplung (Mitkopplung) arbeiten. Es empfiehlt sich, hier drei Haupttypen dieser Systeme zu unterscheiden:

1. Oszillatoren mit Schwingungskreisen, die Induktivität und Kapazität enthalten.

[1]) Bei den üblichen Kathoden beträgt die Änderung etwa 0,1 V auf 10% Änderung des Heizstromes. Während der Lebensdauer einer Röhre treten auch spontane Änderungen auf, besonders innerhalb der ersten etwa 100 Betriebsstunden (siehe VALLEY und WALLMAN, 1948).

2. Oszillatoren, bei denen der Rückkopplungskreis eine Schaltung aus Widerständen und Kondensatoren ist, die bei einer bestimmten Frequenz eine Phasenverschiebung von 180° gibt.
3. Systeme, bei denen der Verstärker und das Rückkopplungssystem merklich gedämpft sind und das Verhalten des Oszillators durch Relaxationserscheinungen bestimmt wird (Multivibratoren usw.).

7.20 Oszillatoren mit Schwingungskreisen

Abb. 7.21 zeigt einige Beispiele für Oszillatoren mit Schwingungskreisen (L-C-Oszillatoren). In allen diesen Anordnungen tritt ein Schwingungskreis

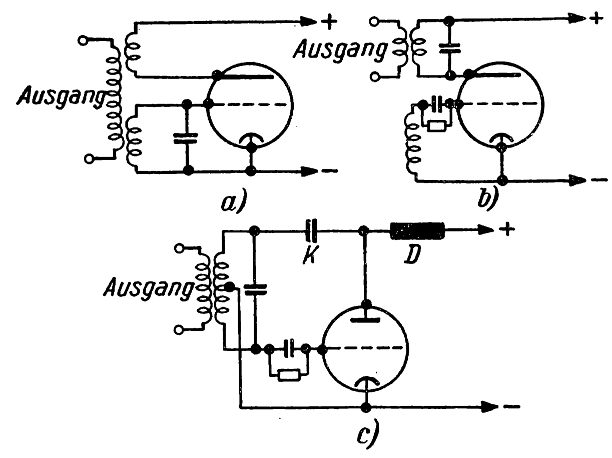


Abb. 7.21. Röhrenoszillatoren mit Schwingkreisen
a) Gitterschwingungskreis (in vereinfachter Darstellung). b) Anodenschwingungskreis. Das Bild erläutert auch den Einsatz eines Gitterableitwiderstandes mit Kondensator zur Herstellung der Gittervorspannung. c) HARTLEY-Schaltung. Die Abbildung zeigt auch ein empfehlenswertes Verfahren zur Zuführung der Anodenspannung, wobei der Resonanzkreis auf einem niedrigen Gleichspannungspotential bleibt. D ist eine Drossel, die bei der Betriebsfrequenz eine hohe Impedanz besitzt

auf, der Induktivität und Kapazität enthält (oft „Abstimmkreis“, „Resonanzkreis“ genannt). Die Frequenz der freien Schwingung dieses Kreises ist näherungsweise

$$\nu = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} .$$

Die mit dem Schwingkreis verbundene Röhre wirkt als Einstufenverstärker, und eine positive Rückkopplung wird durch eine induktive Verbindung zwischen dem Gitter- und dem Anodenkreis bewirkt. Die Anordnungen der Abb. 7.21 a, b und c sind im Prinzip gleich, und die Wahl zwischen ihnen wird nach praktischen Gesichtspunkten getroffen. Ein praktisch wichtiger Punkt ist ein Schaltungsaufbau, der es gestattet, den Oszillatorkreis von

der Anodenbetriebsspannung zu trennen (Abb. 7.21c). Bei dieser Anordnung isoliert der Kondensator K, der bei Hochfrequenz eine niedrige Impedanz besitzt, den L-C-Kreis von der Gleichspannungskomponente der Anodenspannung, während die Drossel D in der Anodenzuleitung die Hochfrequenzenergie auf den Resonanzkreis und seine Anschlüsse beschränkt.

Bei Oszillatoren dieser Art (z. B. Radiosendern) arbeitet die Röhre gewöhnlich unter den Betriebsbedingungen der Klasse C (vgl. § 7.10), d. h. die Potentiale sind so gewählt, daß nur während eines kleines Teiles der vollen Signalschwingung Anodenstrom fließt.[1]) Das Arbeiten des Schwingkreises ist dann dem Betrieb eines Schwerependels analog, dessen Schwingung durch zur richtigen Zeit erteilte Stöße aufrechterhalten wird. Die Schwingungen im Resonanzkreis erfolgen mit einer durch die Kreiskonstanten bestimmten Frequenz, und jeweils im passenden Augenblick einer jeden Schwingung wird der Anodenstrom angelegt, der den zum Aufrechterhalten der Schwingung nötigen Impuls liefert. Es ist klar, daß dabei die Wellenform nur dann annähernd sinusförmig sein kann, wenn die im Kreis schwingende Energie groß ist im Verhältnis zu der bei jedem Impuls zugeführten Energie, und das verlangt nun wieder eine geringe Dämpfung im Resonanzkreis und eine relativ kleine Energieabgabe an irgendeine äußere Belastung. Bei Radiofrequenzen kann man diese Bedingungen ziemlich leicht erfüllen, am besten werden sie bei sehr hohen Frequenzen eingehalten, wo der Schwingungskreis die Form einer auf Resonanz abgestimmten Übertragungsleitung annehmen kann. Bei niedrigen Frequenzen ist es aus physikalischen Gründen schwierig, einen Resonanzkreis mit geringer Dämpfung zu bekommen; bei mit Schwingkreisen ausgerüsteten Tonfrequenzoszillatoren kann es günstiger sein, die Röhre unter annähernd linearen Arbeitsbedingungen (Klasse A nach § 7.10) einzusetzen und während der ganzen Dauer der Periode eine positive Rückkopplung vorzusehen. Bei einem ideal linearen System dieser Art wäre der Schwingungsamplitude keine Grenze gesetzt, praktisch steigt bei einem Schwingkreis die Amplitude an, bis die positive Rückkopplung durch die Auswirkung irgendeines nichtlinearen Gliedes geringer wird. Man kann Oszillatoren so bauen, daß diese Begrenzung mit möglichst geringer Verschlechterung der Wellenform verbunden ist. Eine Maßnahme hierfür besteht z. B. darin, den Mitkopplungsgrad zu verringern, beispielsweise durch Einregeln eines Widerstandes im Gitterkreis von Hand auf den Punkt, wo die Schwingungen gerade eben beginnen. Sobald an den positiven Gipfelpunkten der Gitterschwingung ein Gitterstrom fließt, begrenzt der zusätzliche Energieverlust die Amplitude, wobei die Auswirkung dieses sehr kleinen Gitterstromes auf die Wellenform im Resonanzkreis meist zu vernachlässigen ist.

[1]) Die Gittervorspannung erhält man üblicherweise durch Einsatz eines Kondensators und eines großen Ableitwiderstandes im Gitterkreis. Wenn das Gitter positiv wird, fließt ein Gitterstrom und lädt diesen Kondensator auf. Während der übrigen Zeit kann sich der Kondensator nur über den Ableitwiderstand entladen, so daß das mittlere Potential des Gitters negativ gegenüber der Kathode wird. Diese negative Gittervorspannung steigt an, wenn die Amplitude zunimmt, und stabilisiert so die Schwingungsamplitude.

7.21 Der R-C-Oszillator

Eine brauchbare Art des Oszillators erhält man auch, wenn man einen Verstärker mit einer Rückkopplungsschaltung versieht, die aus Widerständen und Kondensatoren so aufgebaut ist, daß sie bei einer bestimmten Frequenz eine solche Phasenverschiebung ergibt, daß das rückgekoppelte Signal das Eingangssignal verstärkt (Mitkopplung). Bei einer einzelnen Röhre beträgt

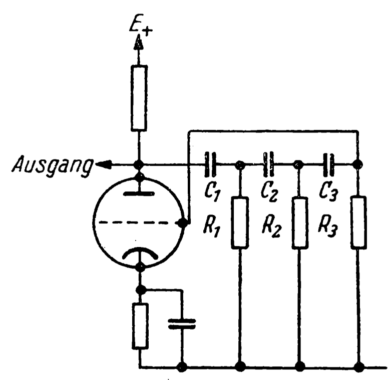


Abb. 7.22. R-C-Phasenverschiebungs-Oszillator. Bei $R_1 = R_2 = R_3 = R$ und $C_1 = C_2 = C_3 = C$ ist die Frequenz, für welche die durch die Schaltung hervorgerufene Phasenverschiebung zwischen Anode und Gitter 180° wird, gleich

$$\nu = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{6} \cdot R \cdot C}.$$

Die Schaltung ergibt eine Spannungsteilung im Verhältnis 1:29, so daß die Röhre eine Spannungsverstärkung von 29 besitzt, wenn die Anordnung gleichmäßig schwingt. Eine gleichwertige Schaltung erhält man durch Vertauschen von Widerständen und Kapazitäten. Man kann dann einen Dreifachdrehkondensator benutzen, bei dem die Platten einer Seite miteinander verbunden sind

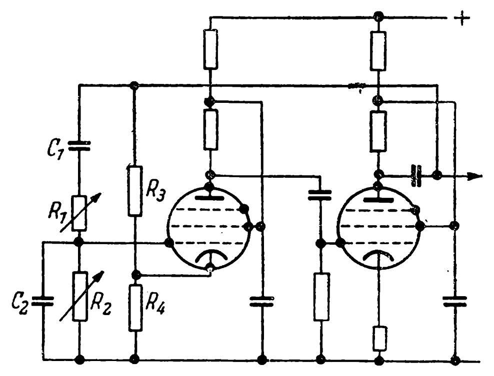


Abb. 7.23. Oszillator mit WIEN-Brücke. Die Brücke bildet eine positive Rückkopplungsverbindung zwischen dem Ausgang und dem Eingang eines Zweiröhrenverstärkers. Die Schwingungsfrequenz ist gleich

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2},$$

wenn der Verstärker keine Phasenverschiebung besitzt. Man kann die Schwingungsamplitude dadurch stabilisieren, daß man R_3 einen negativen Temperaturkoeffizienten gibt (einen Thermistor verwendet) oder R_4 einen positiven Koeffizienten gibt (eine Glimmlampe verwendet)

der Phasenunterschied zwischen der Anoden- und der Gitterspannung 180°, und die Rückkopplungsschaltung ruft eine weitere Verschiebung um 180° hervor (Abb. 7.22).

Bei einem Zweiröhrenverstärker soll die Mitkopplungsschaltung bei der gewählten Frequenz gerade keine Phasenverschiebung liefern; sie kann hier die Form einer WIEN-Brücke annehmen (Abb. 7.23).

Bei derartigen Oszillatoren wird die Amplitude ebenfalls durch das Auftreten nichtlinearen Verhaltens bestimmt. Ein sehr befriedigender Weg,

eine gleichbleibende Amplitude und eine gute Wellenform zu erhalten, ist die Verwendung eines nichtohmschen Widerstandes an einer Stelle, wo sich die Rückkopplung regeln läßt. In der Abb. 7.23 ist der Widerstand R_3 ein „Thermistor“ mit einem hohen negativen Temperaturkoeffizienten.

7.22 Aperiodische Rückkopplung, Multivibratoren

Wenn man zwischen dem Eingang und dem Ausgang eines Zweiröhrenverstärkers eine aperiodische, positive Rückkopplungsverbindung anbringt, erhält man eine Reihe sehr brauchbarer Schaltungen. In einem gewissen Spannungsbereich wird jede dem System aufgedrückte Änderung durch die Wirkung von Verstärkung und Mitkopplung anwachsen, so daß die Änderung mit immer größer werdender Geschwindigkeit vor sich geht und die Schaltung in eine neue, durch die stets vorhandenen Nichtlinearitäten bestimmte Betriebslage „umkippt“.

Wenn die Kopplungen durch Widerstände und Kondensatoren gebildet werden (Abb. 7.24), besitzt der Kreis („Multivibrator“) keine dauernde stabile Lage.[1]) Das typische Verhalten soll anhand der in der Abb. 7.25 dargestellten Spannungsverläufe erläutert werden.

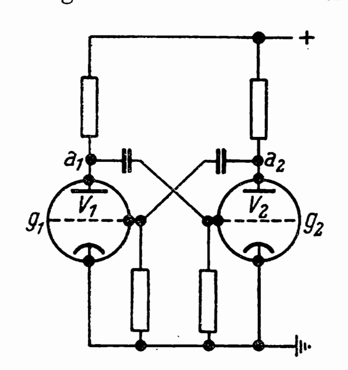


Abb. 7.24. Multivibrator-Grundschaltung. In dieser Form besitzt der Kreis keine stabile Lage und kippt dauernd

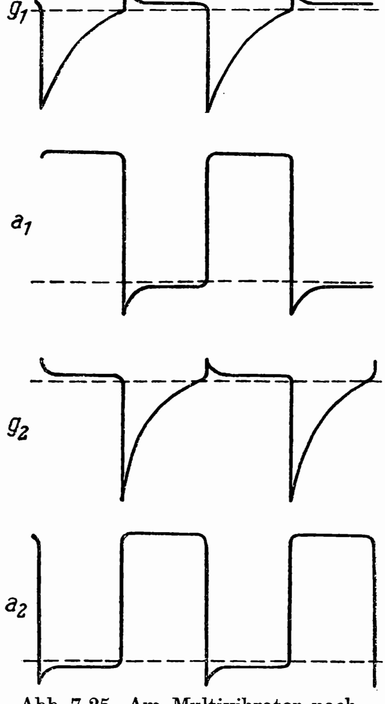


Abb. 7.25. Am Multivibrator nach Abb. 7.24 auftretende Spannungsverläufe

[1]) Manche Multivibratoren springen normalerweise nicht von selbst an; beispielsweise kann die Schaltung nach Abb. 7.24 wie beschrieben arbeiten; es gibt aber auch eine andere stabile Betriebsweise, bei der beide Röhren Gitterstrom ziehen und die Verstärkung im Kreis sehr gering ist.

Wir gehen von einer Lage aus, bei der die Röhre V_1 durch negative Gittervorspannung gesperrt ist und das Gitter von Röhre V_2 schwach positiv ist; die Ladung von Gitter g_1 fließt nun mit einer Zeitkonstanten, die ungefähr gleich $R \cdot C$ ist, zur Erde ab. Sobald in der Röhre V_1 ein Anodenstrom zu fließen beginnt, tritt an der Anode a_1 und am Gitter g_2 eine Spannungsabsenkung auf, also ein negatives Signal, und dieses beginnt, den Anodenstrom der Röhre V_2 zu verringern. Das bewirkt ein Ansteigen des Potentials bei a_2, das sich auf g_1 überträgt und dadurch einen sich selbst steigernden Vorgang auslöst. Dieser läuft weiter, bis irgendeine begrenzende Bedingung erreicht ist; praktisch kommt es zur Sperrung von Röhre V_2, der Punkt a_2 erreicht ein hohes Potential, die Spannung an g_1 wächst, bis ihr Anwachsen durch den Gitterstrom gehemmt wird, wobei a_1 ein sehr niedriges Potential[1]) besitzt und g_2 eine hohe negative Vorspannung erreicht, die dann abfließt und das nächste Umkippen einleitet. Der Betriebszyklus besteht also aus schnellen Umkippvorgängen (bei normalen Trioden und üblichen Schaltungsdaten kann das Umkippen in etwa 1 μs beendet sein), die durch quasi-stabile Ruheperioden verbunden sind.

Es leuchtet ein, daß die Frequenz des Ablaufes von den Röhreneigenschaften (insbesondere von der zum Sperren der Röhre erforderlichen Gitterspannung) und von den angelegten Spannungen abhängt. Die Stabilität der Eigenfrequenz eines Multivibrators ist deshalb schlecht. Man kann indessen die Schwingungen leicht mit einem periodischen Signal synchronisieren, das an nahezu beliebiger Stelle in den Kreis eingegeben wird. Diese Synchronisation kann man so einregeln, daß der Multivibrator mit dem 1-, $\frac{1}{2}$-, $\frac{1}{3}$- usw.-fachen der eingegebenen Frequenz läuft. Man kann den Multivibrator deshalb als Frequenzteiler[2]) benutzen. Man kann ihn auch als harmonischen Generator einsetzen, der auf einer bestimmten Grundfrequenz festgehalten wird, denn seine Wellenformen sind sehr reich an Obertönen. Beide Anwendungen sind für Frequenzvergleiche und Normalfrequenzen sehr wichtig.

Wenn eine der Verbindungen zwischen den Röhren direkt hergestellt wird und die andere über Widerstände und Kondensatoren (Abb. 7.26), besitzt der Kreis nur eine stabile Stellung, in der die Röhre V_1 gesperrt ist und in Röhre V_2 Strom fließt. Ein kurzer negativer Auslöseimpuls, der auf die Anode von V_1 oder auf das Gitter von V_2 gegeben wird, läßt den sich selbst steigernden Umkippvorgang anlaufen, wonach in V_1 Strom fließt und V_2 durch ein negatives Gitterpotential gesperrt ist, das nun allmählich abfließt. Sobald V_2 Strom zu führen beginnt, fängt der Rückkippvorgang an, und der Kreis fällt wieder in seine stabile Betriebslage zurück. Eine Schaltung, die dieses Verhalten zeigt, wird oft „Flip-Flop" genannt („Univibrator"). Man kann sie zur Herstellung eines Impulses von ziemlich genau bestimmter Dauer auf

---

[1]) Das „Überschwingen" an den Punkten X, X in der Abb. 7.25 rührt davon her, daß die Röhren eine beträchtliche Gitter-Kathoden-Impedanz besitzen. Das Gitter wird deshalb merklich positiv, während die zugehörige Anode noch gesperrt ist. Das Überschwingen hat merklichen Einfluß auf alle Wellenformen eines einfachen Multivibrators.

[2]) Es gibt aber verschiedene Frequenzteilerschaltungen, z. B. das „Phantastron" und das „Sanatron", die eine bessere Konstanz des Teilungsverhältnisses besitzen als der Multivibrator (vgl. z. B. *Radiolocation* 1946).

Grund eines sehr kurzen Auslöseimpulses einsetzen. Am besten ist es, den Auslöseimpuls über eine Diode zuzuführen (nach Abb. 7.26a), die den Kreis — mit Ausnahme der Zeit des Auslöseimpulses selbst — vom auslösenden System trennt.

Der Multivibrator nach Abb. 7.24 kann als Flip-Flop benutzt werden, wenn man eine genügend negative Gittervorspannung an eine der Röhren anlegt und so die Erholung verhindert.

Bei der Schaltung nach Abb. 7.26b wird die eine der erforderlichen Kreuzverbindungen durch den Kathodenwiderstand gebildet. Zunächst ist V_2 stromführend und V_1 gesperrt, denn ihr Kathodenpotential liegt hoch. Ein positiver Auslöseimpuls auf das Gitter von V_1 läßt den Anodenstromfluß in dieser Röhre einsetzen. Dadurch wird das Gitterpotential von V_2 verringert

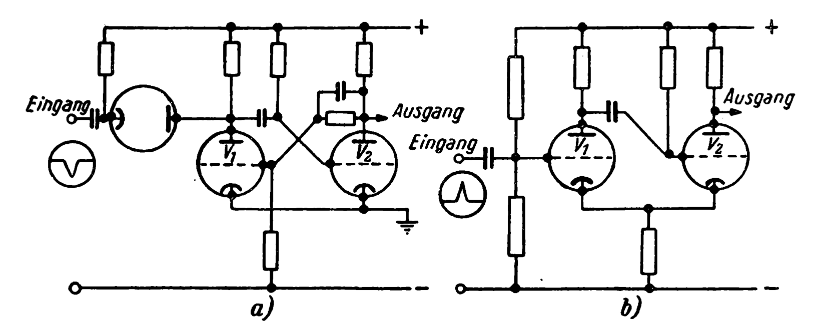


Abb. 7.26. Flip-Flop-Schaltungen

a) Univibrator. Diese Anordnung besitzt eine Wechsel- und eine Gleichspannungskopplung, eine stabile und eine instabile Lage. Man beachte die folgenden Merkmale zur Leistungsverbesserung: 1. Anstoßen durch negative Impulse, die über eine Diode eingegeben werden. 2. Die Gitterableitung von V_2 wird zur positiven Zuleitung geführt, so daß die Erholung des Kreises ungefähr linear mit der Zeit erfolgt. b) Flip-Flop mit einer (Wechselspannungs-) Kopplung von der Anode zum Gitter und einer (Gleichspannungs-) Kathodenkopplung

und das gemeinsame Kathodenpotential ebenfalls. Dies läßt den sich selbst steigernden Vorgang anlaufen, der weitergeht, bis die Röhre V_2 gesperrt ist.[1]) Die Erholung geht wie bei der Schaltung nach Abb. 7.26a vor sich. Ein ähnlicher Vorgang läuft in der Diskriminatorschaltung nach Abb. 10.15 ab.

Wenn der Verstärker mit zwei direkten („galvanischen") Kopplungen ausgerüstet ist und geeignete Gittervorspannung erhält, besitzt die Schaltung zwei stabile Lagen und kann durch aufeinanderfolgende Auslöseimpulse von der einen in die andere überführt werden (Abb. 7.27). Bei dieser Anordnung ist es, ebenso wie bei der Schaltung nach Abb. 7.26, erforderlich, die direkte Verbindung durch kleine Kopplungskondensatoren zu ergänzen, um einen ausreichenden Durchgang der schnellen Impulse während des Umkippvor-

---

[1]) Im Original steht irrtümlich V_1. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

ganges sicherzustellen. Diese Kondensatoren sind tatsächlich für den vollständigen Ablauf des Überganges zwischen den Betriebszuständen wesentlich, da bei einem System mit reiner Widerstandskopplung die Betriebsbedingungen in der Mittellage nicht stabil wären, so daß der Übergang ebenso leicht rückwärts wie vorwärts erfolgen könnte. Die Kondensatoren zwischen den Gittern und den Anoden der Gegenröhren übertragen nun auf die Gitter Potentiale, die von der Geschwindigkeit abhängen, mit der die Anodenpotentiale sich ändern, und die daher die Richtung des Überganges aufrechterhalten, bis er vollständig durchgeführt ist. Es ist leicht einzusehen, daß die Streukapazitäten zwischen den Gittern und den anderen Elektroden in der entgegen-

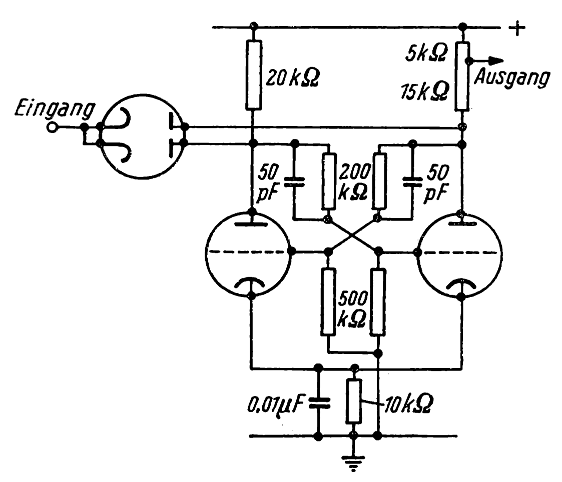


Abb. 7.27. Multivibrator mit zwei Gleichspannungskopplungen und zwei stabilen Lagen. Die angegebene Schaltung ist als Zählerstufe mit Zweifachuntersetzung eingerichtet (HIGGINBOTHAM 1947). Die Gleichspannungspotentiale an den Eingangs- und Ausgangsklemmen sind so gewählt, daß man aufeinanderfolgende Einheiten eines Kaskadenzählers direkt miteinander verbinden kann

gesetzten Richtung wirken. Die Gitter-Anoden-Kopplungskondensatoren müssen deshalb groß genug gemacht werden, den Effekt der Streukapazitäten mindestens zu kompensieren.

Die Dioden-Einkopplung in Abb. 7.27 bewirkt wieder die Abtrennung der Kippschaltung vom Auslösekreis („Triggerkreis“) und sorgt weiter dafür, daß der Auslöseimpuls dem richtigen, also dem positiveren Gitter (und der entsprechenden Anode) zugeführt wird und nicht dem negativeren Gitter, wo er dem Umkippen entgegenwirken würde. Diese Anordnung ist das charakteristische Bauelement für Zähler mit „Zweifach-Untersetzung“ zum Zählen schnell aufeinanderfolgender Impulse (z. B. von einem GEIGER-Zähler bei kernphysikalischen Untersuchungen), denn für je *zwei* negative Impulse, die in den Kreis eingegeben werden, kann *ein* negativer Impuls mittels des dargestellten Abgriffes an den nächsten Kreis weitergegeben werden.

7.23 Impulsbetrieb von Röhrenschaltungen

Bei Radargeräten und in vielen Anwendungen der elektronischen Technik werden die Röhren mehr als Ein-Aus-Schalter benutzt denn als lineare Schaltelemente, und wir sind dann in erster Linie an den Formen und am zeitlichen Ablauf der Impulse interessiert, die in den mit den Röhren verbundenen Kreisen erzeugt werden.[1])

Es ist in diesen Fällen vorteilhafter, direkt in Spannungssprüngen und Zeitkonstanten zu denken und zu rechnen als in sinusförmigen Signalen und im Frequenzverhalten. Als Beispiel wollen wir die Schärfe eines Impulses betrachten, der an der Anode einer Röhre erzeugt wird, wenn man an das Gitter eine Potentialänderung anlegt, die ausreicht, die Röhre aus dem „Stromübernahmegebiet" in die „Sperrlage" zu bringen. (Der zwischen diesen beiden Lagen durchlaufene Potentialbereich ist der „Aussteuerbereich"

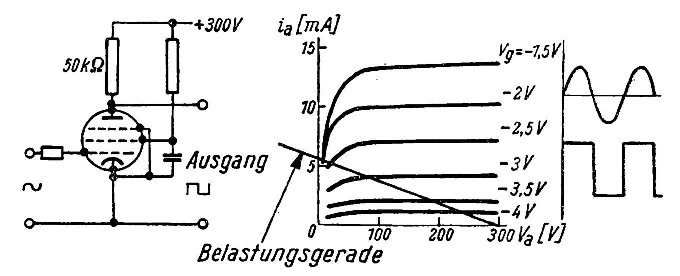


Abb. 7.28. Rechteckwellengenerator mit Darstellung der Belastungsgeraden und mit Wellenform-Diagrammen

der Röhre.) Die beiden Faktoren, die die Anstiegszeit des Anodenstromimpulses bestimmen, sind erstens die Zeit, die das Gitterpotential zum Durchlaufen des Aussteuerbereiches braucht, und zweitens die Zeitkonstante des Anodenkreises, die vom Anodenwiderstand und den Streukapazitäten bestimmt wird.

Wenn wir eine niedrige Anodenkapazität und einen hohen Anodenstrom benötigen, der durch einen schmalen Aussteuerbereich geregelt werden soll, dann müssen wir eine Pentode mit großer Steilheit verwenden; wir wollen hier die Zahlenwerte einer Röhre EF 50 benutzen, um aus einer 10 kHz-Sinusschwingung mit 100 V Amplitude eine scharfkantige Rechteckwelle zu bilden (Abb. 7.28). Wir ziehen eine Belastungsgerade für 50 kΩ durch die Schar der Anodenkennlinien und sehen, daß die Röhre mit einer Anodenspannung von etwa 20 V in das Stromübernahmegebiet kommt, wenn das Gitterpotential ungefähr —2,5 V beträgt, und daß das Anodenpotential auf über 200 V ansteigt, wenn das Gitter bei —4 V liegt. Wir können also unter diesen Bedingungen den Aussteuerbereich zu 1,5 V annehmen. Die

[1]) Eine einführende Darstellung der Prinzipien der Impulstechnik ist bei WILLIAMS (1946) zu finden.

Geschwindigkeit der Spannungsänderung beträgt bei einer 10 kHz-Welle in der Nähe des Nulldurchganges

$$100 \cdot 2\pi \cdot 10^4 \quad \mathrm{V/s},$$

so daß der Aussteuerbereich in etwa $\frac{1}{4}$ μs durchlaufen wird. Die Zeitkonstante des Anodenkreises mit dem 50 kΩ-Widerstand ist bei 20 pF Streukapazität etwa 1 μs, so daß die Steilheit der Wellenform durch den Anodenkreis bestimmt wird. Offenbar kann man eine ein wenig kürzere Anstiegszeit durch Wahl eines kleineren Wertes für den Anodenwiderstand erreichen, wobei der Aussteuerbereich länger wird, aber die Anoden-Zeitkonstante verringert wird. Eine bedeutend höhere Leistungsfähigkeit kann man durch Einsatz von „Begrenzungsdioden“ erreichen, die zwischen die Anode und

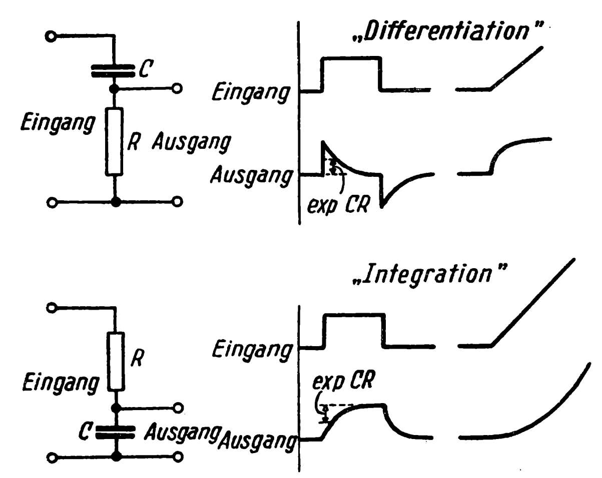


Abb. 7.29. Sogenannte „Differentiations“- und „Integrations“-Schaltungen mit ihren Ein- und Ausgangswellenformen

Punkte mit geeignetem festem Potential geschaltet werden, um die Auswanderung des Anodenpotentials zu begrenzen. (Ausführliche Behandlung des Einsatzes von Dioden bei WILLIAMS 1946; siehe auch § 7.24.)

Wichtige Operationen zur Formung von Impulsen sind die in einem etwas nachlässigen Sprachgebrauch „Differentiation“ und „Integration“ genannten Vorgänge, die durch die in Abb. 7.29 angegebenen Schaltungen ausgeführt werden. Derartige Kreise sind oft direkt mit den Röhrengittern verbunden, so daß sie gegen hohe Impedanzen arbeiten. Das Verhalten dieser Kreise kann man am bequemsten nach Methoden der Operatorenrechnung bestimmen (eine einfache Annäherung wird in dem zitierten Aufsatz von WILLIAMS angeführt). Für gewisse einfache und dabei wichtige Fälle sind die Ergebnisse in der Abb. 7.29 dargestellt. Die durchgeführten Operationen stellen nicht streng eine Differentiation oder Integration dar; sie nähern sich diesem Verhalten um so mehr, je kleiner man das Produkt $R \cdot C$ im Differentiations-

kreis bzw. je größer man es im Integrationskreis macht, die verbesserte Leistung wird dabei aber mit einer Verringerung der Ausgangsamplitude erkauft. Es sind Gegenkopplungsschaltungen bekannt, die leistungsfähiger sind, und eine von diesen, der sogenannte MILLER-Integrator, ist sogar von erstrangiger Bedeutung. Das Verhalten dieser Anordnung (Abb. 7.30) ist leicht zu erklären, wenn wir voraussetzen, daß die Spannungsverstärkung der Verstärkerstufe sehr hoch ist (vgl. auch § 7.13). Dann muß das Gitterpotential konstant sein und der in R fließende Strom muß zu jeder Zeit gleich dem zum Kondensator C fließenden Strom sein:

$$-\frac{v_i}{R} = C \cdot \frac{d v_a}{dt} .$$

Diese Schaltung gibt eine viel bessere Annäherung an eine wirkliche Integration, als sie mit praktisch möglichen Werten in der Anordnung nach Abb. 7.29 erreicht werden kann. Insbesondere ist die Potentialänderung an der Anode eine lineare Funktion der Zeit, wenn an R eine konstante Spannung angelegt wird. Wenn man noch Schaltelemente für das Einleiten und Beenden des Integrationsvorganges hinzufügt, ergibt diese Anordnung eine sehr wertvolle Zeitablenkungsschaltung für Kathodenstrahloszillographen und zu anderen Zwecken (vgl. WILLIAMS und MOODY 1946, PUCKLE 1951).

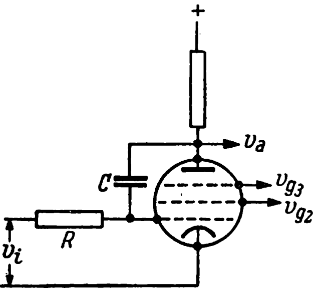


Abb. 7.30. Der MILLER-Integrator. Die Röhre arbeitet als Spannungsverstärker mit hoher Verstärkung. Üblicherweise wird eine Pentode großer Steilheit mit einem Anodenbelastungswiderstand von ungefähr 50 kΩ verwendet

Bei den einfachsten derartigen Anwendungen wird R an ein positives Potential v angelegt, und der Anodenstromfluß wird durch Anlegen einer negativen Spannung an das Bremsgitter gesperrt. Dabei wird der Schirmgitterstrom groß und muß durch Widerstände begrenzt werden. Wenn man nun das Bremsgitterpotential auf Null ansteigen läßt, beginnt der Anodenstromfluß. Es tritt ein kleiner plötzlicher Abfall im Anodenpotential auf, der einem Abfall des Gitterpotentials von seinem nullnahen Ruhewert auf ein negatives Potential entspricht, bei dem ein geringer Anodenstrom fließt, der gerade ausreicht, das Anodenpotential auf seinen neuen Wert zu bringen. Danach folgt dann das lineare „Auslaufen". Während dieser Zeit sind der durch R fließende Strom und der Anstieg des Anodenpotentials nach der oben angegebenen Gleichung miteinander verbunden. Da sich das Gitterpotential während des Ablaufes nur wenig ändert, ist der durch R fließende Strom konstant, und der Abfall des Anodenstromes geht linear vor sich. Dieser Vorgang wird durch den Eintritt der Röhre in das Stromübernahmegebiet beendet. Man kann auf diese Weise leicht einen linearen Bereich von 100 bis 200 V Amplitude schaffen und Zeitdauern von Mikrosekunden bis zu Sekunden, je nach den Werten von C, R und v. Das Anodenpotential bleibt auf seinem niedrigen Wert, bis das Bremsgitter wieder negativ gemacht wird, dann erholt sich die Anodenspannung mit einer vom Anodenbelastungs-

widerstand und von der Kapazität der Anode gegen Erde abhängigen Zeitkonstanten.

Die „Phantastron“ und „Sanatron“ genannten Synchronisierschaltungen (WILLIAMS und MOODY 1946) arbeiten in dieser Weise, sie besitzen aber noch Vorrichtungen, um mit einem einzigen Auslöseimpuls die Kippung anlaufen zu lassen, die dann unabhängig von einer äußeren Steuerung abläuft. Diese Geräte gibt es auch für Dauerbetrieb, wobei sie sich automatisch regenerieren und den Kreislauf unbegrenzt wiederholen.

7.24 Die Verwendung von Dioden

Dioden werden in der Impulstechnik ziemlich viel benutzt, um Impulse je nach ihrer Polarität weiterzuleiten oder zu sperren bzw. – allgemeiner – um die an bestimmten Punkten einer Schaltung erreichbaren Spannungen zu begrenzen. Eine kleine Glühkathodendiode besitzt einen „Vorwärtswider-

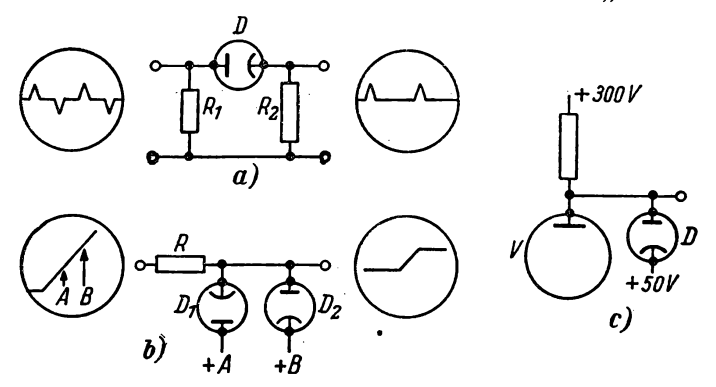


Abb. 7.31. Der Einsatz von Dioden
a) Diode in Reihenschaltung zum Abtrennen positiver Spannungsspitzen aus einem Gemisch positiver und negativer Spitzen. Die Auswirkung des unsymmetrischen Stromflusses in der Diode auf die Durchschnittspotentiale der mit ihr verbundenen Punkte muß dabei berücksichtigt werden. b) Zwei parallele Dioden werden dazu benutzt, einen zwischen zwei Potentialniveaus liegenden Teil einer angelegten Welle auszulesen. Während des ersten Teiles der Welle führt die Diode D_1 Strom; während des mittleren Teiles der Welle sind beide Dioden gesperrt; während des letzten Teiles der Welle ist D_2 stromführend. c) Verwendung der Diode D als „Begrenzer“ für die Anodenspannung von V auf z. B. 50 V, wenn der Anodenstrom von V gesperrt ist

stand“ (in der Flußrichtung) von einigen hundert Ohm und einen nahezu unendlichen „Rückwärtswiderstand“ (in der Sperrichtung) mit einem Zwischenbereich, der sich ungefähr über ein Volt erstreckt, in welchem die Strom-Spannungs-Kennlinie gekrümmt ist. Die Abb. 7.31 zeigt typische Anwendungsbeispiele.

Neuerdings sind Germaniumkristalldioden als Ersatz für Glühkathodendioden eingeführt worden. Ihre Vorteile sind: Geringe elektrostatische

Kapazität und Wegfall des Kathodenheizkreises. Sie geben indessen kein so hohes Verhältnis zwischen Vorwärts- und Rückwärtswiderstand wie die Röhren und sie vertragen keine so großen Sperrspannungen.

7.A Anhang

7.A 1 Relaissysteme

Die Relais und Hilfsgeräte, die für Telephonvermittlungen entwickelt wurden, sind äußerst brauchbare Bauteile, die vielfach bei automatischen Regelungen und einfachen Rechensystemen Anwendung finden. Das Grundgerät ist das Relais (beispielsweise P. O. Typ 3000[1]); P. O. Typ 600 ist eine kleinere und einfachere Abart. Vgl. COHEN 1947). Das Relais besteht aus einer Spule, einem magnetischen Eisenkreis mit einem beweglichen Anker und einer großen Vielfalt von wahlweise verwendbaren Kontaktsystemen, die am Gestell befestigt werden können und vom Anker betätigt werden. Die Spule kann eine beliebige Windungszahl T besitzen, normalerweise wird sie nach ihrem Widerstand R bezeichnet. Beim Relais Typ 3000 gilt näherungsweise

$$T^2 = 250000 \cdot R.$$

Die maximale Leistungsaufnahme der Spulen vom Typ 3000 beträgt 7 W; die für zuverlässigen Betrieb erforderliche Mindestleistung hängt von der Anzahl der verwendeten Kontakte ab, sie liegt bei 0,05 W für den einfachsten Einzelkontakt. Es sind Kontaktzusammenstellungen für einfaches Einschalten, einfaches Unterbrechen, für Umschalten oder für Einschalten mit nachfolgendem Unterbrechen im Gebrauch.

Die Ansprechzeit eines normalen Postrelais (zum Herstellen eines Kontaktes) liegt bei voller Erregung in der Größenordnung von 25 ms; es gibt aber ein Hochgeschwindigkeitsrelais von SIEMENS mit einfachen Ein- und Ausschaltkontakten, das innerhalb von 0,5 ms auslöst und dessen Arbeiten in etwa 1,2 ms beendet ist. Weiterentwickelte Hochleistungsrelais sind für Telegraphiezwecke gebaut worden.

Man kann das Arbeiten von Relais durch Einfügen von Kupferblöcken (Verzögerern) in den Kern verzögern; dieses Hilfsmittel wird in der Telephonpraxis benutzt, um Zeit zu gewinnen, damit ein Relais vor einem anderen arbeiten kann. Mit solchen Verzögerern können Verzüge bis zu etwa 0,5 s erreicht werden; wenn man den Verzögerer an die geeignete Stelle im magnetischen Kreis setzt, kann man entweder das Schließen oder das Öffnen des Relais regeln, ohne den anderen Vorgang sehr zu beeinflussen. Ein manchmal für die Laboratoriumsarbeit nützliches Hilfmittel ist es, das Öffnen eines Relais dadurch zu verzögern, daß man einen großen Kondensator – mit oder ohne einen Reihenwiderstand – über die Spule (mit hohem Widerstand) legt.

---

[1]) P. O. = Post Office. Auch im Deutschen ist die Bezeichnung „Postrelais" üblich. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Der Entwurf von Relaiskreisen wird erleichtert, wenn man ihre Spulen und ihre einzelnen Kontakte getrennt an passenden Stellen im Schaltplan einzeichnet, wobei die Spulen und die Kontakte durch eine gleiche Bezeichnung gekennzeichnet werden. Diese Übereinkunft ist allgemein üblich. (Abb. 7.32[1]).)

Eines der beim Aufbau von Relaisschaltungen benutzten Grundelemente ist das selbstsperrende Relais: Ein Relais wird durch Schließen eines äußeren Kreises betätigt; dabei schließt es Kontakte, die das Relais selbst so lange

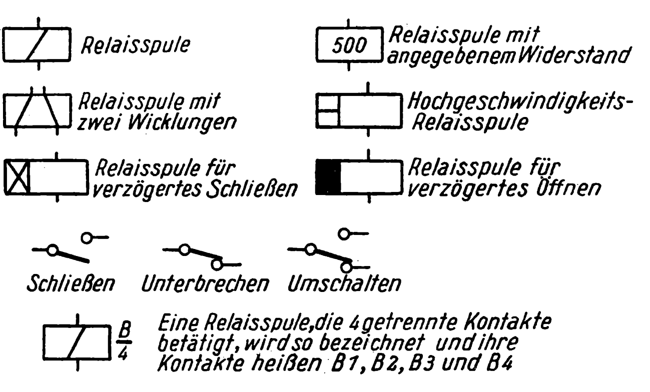


Abb. 7.32. Übliche Symbole für Relaisschaltungen.

unter Strom halten, bis ein anderes Kontaktpaar bei einem späteren Vorgang geöffnet wird.

Für einige besonders weit entwickelte Schaltungen wird die Relaisspule mit zwei getrennten Wicklungen ausgerüstet (Relais *B* in Abb. 7.33). Abb. 7.33 zeigt, wie man Relais dazu benutzen kann, ein Zwei-Lagen-System herzustellen, bei welchem aufeinanderfolgende Impulse die Anordnung von einer Lage in die andere überführen. Ein solches System kann als Zähler mit Zweifachuntersetzung verwendet werden, wenn es auch selbstverständlich in der Geschwindigkeit nicht mit den Röhrenschaltungen nach § 7.22 in Wettbewerb treten kann. Man braucht diese Eigenschaft jedoch häufig bei Regelsystemen.

Oft sind Relais auch in Verbindung mit Röhren nützlich. Die letzteren verarbeiten gewöhnlich kleine Ströme in Kreisen mit ziemlich hoher Impedanz, sie können aber Relais betätigen, die starke Ströme führen (bis 300 mA bei 50 V an normalen Kontakten, bis 1000 mA bei 50 V an Platinkontakten normaler Bauart, bis zu 5 A bei 230 V Wechselstrom an Spezialkontakten; vgl. Hunt 1946).

Neben den einfachen Relais wird ein „Wähler“ oder Schrittschaltwerk genanntes Bauelement von Telephonanlagen für Laboratoriumsarbeiten eingesetzt. Der Schalter besteht aus einer Anzahl elektrisch isolierter Arme,

[1]) Der Verfasser verweist auf die britische Norm B. S. 530/1948 für Relais. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

die sich über Kontaktleisten bewegen, angetrieben durch ein elektromagnetisches Gestänge oder ein Klinkenrad. Bei jedem elektrischen Impuls bewegen sich die Arme von einer Kontaktstellung zur nächsten (der Übergang erfolgt beim Ein- oder beim Ausschalten des Magnetstromes, je nach der genauen Konstruktion des Schalters). Der Elektromagnet ist mit einem besonderen Kontakt ausgerüstet, der nach Art einer elektrischen Klingel arbeiten kann, möglichst über ein Zwischenrelais, um den ziemlich starken Magnetstrom

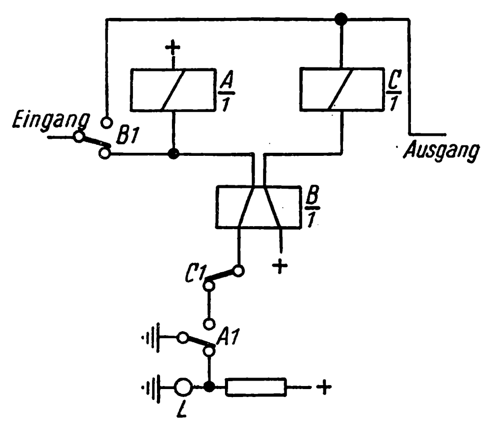


Abb. 7.33. Beispiel einer Relais-Schaltzeichnung. Zählkreis mit Zweifachuntersetzung, der beim Anlegen der „Erde" an den Eingang anspricht. Zunächst sind alle Relais geöffnet.

Reihenfolge der Schritte:

Erde angelegt:	*A* zieht an, die Indikatorlampe *L* brennt
Erde abgeschaltet:	*A* bleibt angezogen, *B* zieht an
Erde angelegt:	*C* zieht an; *A* öffnet; *B* bleibt angezogen; *L* geht aus, an die nächste Stufe wird „Erde" angelegt (Signalweitergabe)
Erde abgeschaltet:	*B* und *C* öffnen, die „Erde" wird vom Ausgang abgetrennt

zu bewältigen. Dann schreitet der Schalter dauernd von Kontakt zu Kontakt, bis der Stromkreis unterbrochen wird. Dieses Hilfsmittel ist besonders nützlich, um das Schaltwerk am Ende eines Operationszyklus zu einem Ruhe- oder Nullkontakt zurückzuführen, so daß es für den nächsten Zyklus bereitsteht.

KAPITEL VIII

OPTIK UND PHOTOGRAPHIE

8.1 Einleitung

Optische Systeme werden bei physikalischen Versuchen häufig benötigt, wir wollen daher in diesem Kapitel besprechen, wie man solche Systeme für bestimmte Zwecke auswählt. Es ist vorteilhaft, die optischen Systeme nach ihren Eigenschaften in zwei Gruppen einzuteilen, nämlich in Systeme zur Erzeugung von Bildern und Systeme zur Beleuchtung. Bei einigen Anwendungen, z. B. Kondensoren oder Scheinwerferprojektoren, ist die Beleuchtungsstärke von ausschlaggebender Bedeutung, während in anderen Fällen ein mehr oder weniger genaues optisches Bild verlangt wird.

8.2 Beleuchtung

Die Tafel 8.1 [1]) enthält eine Zusammenstellung der Definitionen und Einheiten, die für Beleuchtungsuntersuchungen erforderlich sind. Es ist daran zu erinnern, daß die Definitionen der Lichtgrößen grundsätzlich auf visuellem Vergleich von Beleuchtungsstärken beruhen, so daß auf andere Weise durchgeführte Strahlungsmessungen mit diesen auf Grund der visuellen Eindrücke eines Norm-Beobachters (vgl. § 8.9) verglichen werden müssen.

8.3 Die Leuchtdichte eines Gegenstandes

Man kann erwarten, daß die Flächenhelligkeit eines Oberflächenelementes, wie das Auge sie wahrnimmt, von der Beleuchtungsstärke des Netzhautbildes dieses Elementes abhängt. Wenn B die Leuchtdichte der Lichtquelle ist, wird der vom Flächenelement ds ins Auge fallende Lichtstrom gleich

$$B \cdot \frac{a}{r^2} \cdot ds,$$

wo a die Pupillenfläche bedeutet und r den Abstand von der Quelle zum Auge. Dieser Lichtstrom verteilt sich auf eine Fläche der Netzhaut, die proportional zu dem Raumwinkel ds/r^2 ist, unter dem das Element dem Auge erscheint. Die Pupillenöffnung a hängt vom Zustand des Auges und von der Flächenhelligkeit des Gesichtsfeldes ab, für Vergleichszwecke können wir aber als Maß der Flächenhelligkeit das *von der Flächeneinheit der Pupille*

---

[1]) Anordnung und Text der Tafel 8.1 wurden etwas abgeändert, wobei die in Deutschland eingeführten internationalen Einheiten zugrunde gelegt wurden. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 8.1. *Lichttechnische Einheiten und Definitionen*

Größe	Einheit	Abkürzung	Definition und Bemerkungen
Lichtstärke	Candela	cd	Maß der Lichtstärke einer Quelle in einer bestimmten Richtung. Definiert durch (grundsätzlich visuellen) Vergleich der Lichtstärke mit der eines Normals, wobei eine gegen die Abmessungen der Lichtquelle große Entfernung eingehalten wird. Die Einheit „Candela" ist an die Stelle der früheren (deutschen) Einheit „HEFNER-Kerze" getreten; es gilt $1\ \text{cd} = 1{,}107_7\ \text{HK}$[1])
Leuchtdichte (einer Lichtquelle), Flächenhelligkeit (einer reflektierenden Fläche)	Stilb	sb	Die Leuchtdichte einer Lichtquelle in einer gegebenen Richtung ist die Lichtstärke je Flächeneinheit der Projektionsfläche senkrecht zu dieser Richtung $1\ \text{sb} = 1\ \text{cd/cm}^2$ Die Leuchtdichte ist konstant, wenn die Oberfläche dem Cosinusgesetz gehorcht (vgl. § 8.3). Eine Fläche mit der Leuchtdichte 1 sb, deren Ausstrahlung dem Cosinusgesetz entspricht, emittiert insgesamt (in alle Richtungen) $4\pi\ \text{lm/cm}^2$ Eine vollständig diffus reflektierende Fläche, die eine Beleuchtungsstärke von $1\ \text{lm/cm}^2 = 10^4\ \text{lx}$ empfängt, besitzt (ihrerseits als Lichtquelle betrachtet) eine „Flächenhelligkeit" genannte Leuchtdichte von $\frac{1}{\pi}\ \text{cd/cm}^2 = \frac{1}{\pi}\ \text{sb} = 1\ \text{la}$[2])
Lichtstrom	Lumen	lm	Das von einer Lichtquelle, die die Lichtstärke 1 cd in der entsprechenden Richtung besitzt, in die Einheit des Raumwinkels emittierte Licht ist die Einheit des Lichtstromes. Eine gleichmäßig nach allen Richtungen strahlende Quelle von 1 cd emittiert $4\pi\ \text{lm}$

[1]) Vgl. z. B. U. STILLE: Messen und Rechnen in der Physik (Grundlagen der Größeneinführung und Einheitenfestlegung). Braunschweig 1955. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Diese Einheit „Lambert" ist nur in den englischsprechenden Ländern gebräuchlich. In der internationalen Normung entspricht ihr das „Apostilb":

$$1\ \text{asb} = \frac{10^{-4}}{\pi}\ \text{sb}.$$

(D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Tafel 8.1. (Fortsetzung)

Größe	Einheit	Abkürzung	Definition und Bemerkungen
Lichtstrom	Lumen	lm	Die Leistung 1 W, vollständig in Licht der Wellenlänge 5500 Å (was der maximalen Empfindlichkeit des normalen Auges entspricht) umgewandelt, ist gleich einem Lichtstrom von 621 lm
Spezifische Lichtausstrahlung	Phot	ph	Lichtstrom, der in senkrechter Richtung von 1 cm^2 der Oberfläche einer Lichtquelle mit der Stärke 1 cd ausgeht
Beleuchtungsstärke....	Lux	lx	Beleuchtungsstärke einer Fläche, auf welche Licht von einer 1 m entfernten Quelle mit der Lichtstärke 1 cd senkrecht auffällt. Hiermit gleichbedeutend ist der Lichtstrom (in Lumen), der auf 1 m^2 der Fläche fällt: $1\,lx = 1\,lm/m^2$ [1]. Man beachte, daß die von einer gegebenen Quelle in einer gegebenen Entfernung hervorgerufene Beleuchtungsstärke mit $\cos\theta$ abnimmt, wenn das Licht unter dem Winkel θ einfällt. Dies ist ein rein geometrisches Ergebnis, denn der Lichtstrom wird über eine im Verhältnis $1 : \cos\theta$ größere Fläche verteilt

unter dem Raumwinkel Eins von der Quelle empfangene Licht ansetzen. Im betrachteten Falle ist diese Größe einfach gleich B und ist unabhängig vom Abstand zwischen Lichtquelle und Auge. Dies stimmt mit der Beobachtung überein, daß ein Helligkeitsvergleich zwischen zwei leuchtenden Flächen durch eine Änderung ihres Abstandes vom Auge nicht beeinflußt wird.

Es kann experimentell festgestellt werden, daß selbstleuchtende Oberflächen unter beliebigem Winkel betrachtet gleich hell erscheinen.[2] Das in den Einheitswinkel seitens der Flächeneinheit der *Projektion* der Oberfläche ausgestrahlte Licht ist deshalb unabhängig vom Winkel, und das in die Einheit des Raumwinkels von der Flächeneinheit der *wahren* Fläche ausgestrahlte Licht ist proportional zu $\cos\theta$ (siehe Abb. 8.1). Es ist zu beachten, daß dieses Cosinusgesetz[3] ein experimentell festgestelltes Kennzeichen für bestimmte Oberflächen ist und nicht eine geometrische Beziehung wie das Cosinus-

[1] In den englischsprechenden Ländern ist neben dem Lux (= „metre-candle") noch die auf Zollmaße bezogene „foot-candle" im Gebrauch; analog wird das Phot auch als „cm-candle" bezeichnet. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2] Eine rotglühende Metallkugel erscheint als eine gleichförmige Scheibe.

[3] Das zweite LAMBERTsche Cosinusgesetz. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

gesetz für die Beleuchtungsstärke[1]) (vgl. Tafel 8.1). Viele „matte" Oberflächen befolgen bei Beleuchtung durch einen Lichtstrahl annähernd das Cosinusgesetz; man kann als ein vollständig diffus reflektierendes Objekt eines definieren, das dieses Gesetz streng befolgt und das nichts von dem auffallenden Licht absorbiert. Hieraus folgt, daß bei Beleuchtung eines vollständig diffusen Reflektors[2]) mit der Beleuchtungsstärke E lm/cm² und bei einer resultierenden Leuchtdichte der Flächenprojektion von B cd/cm² $= B$ sb der in senkrechter Richtung in den Einheitsraumwinkel ausgestrahlte Lichtstrom B lm/cm² beträgt und der gesamte ausgestrahlte Fluß

$$\int_0^{\pi/2} 2\pi \cdot B \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta = \pi \cdot B = E$$

ist, so daß für eine solche Fläche

$$B = \frac{E}{\pi} \text{ cd/cm}^2 = E \text{ la}$$

wird.

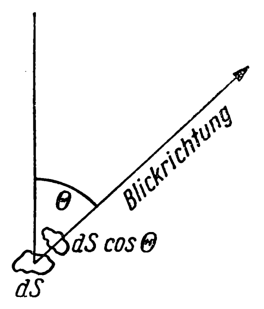


Abb. 8.1. Zur Erklärung des Cosinusgesetzes der Lichtemission

8.4 *Die Flächenhelligkeit eines Bildes*

Wenn man ein optisches System dazu benutzt, ein Bild eines leuchtenden Gegenstandes zu entwerfen, dann kann die Flächenhelligkeit des Bildes je nach den Umständen in zwei verschiedenen Hinsichten von Bedeutung sein:[3])

a) Wenn das Bild auf einer photographischen Platte oder auf einem diffus reflektierenden Schirm aufgefangen wird, ist die wichtigste Größe der auf die Flächeneinheit des Bildes fallende Lichtstrom.
Falls die Helligkeit des Gegenstandes B cd/cm² beträgt und er nach dem Cosinusgesetz strahlt, dann emittiert ein Flächenelement der Größe ds_1 (nach Abb. 8.2) den Lichtstrom

$$\int_0^{\alpha_1} 2\pi \cdot B \cdot ds_1 \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha = \pi \cdot B \cdot ds_1 \cdot \sin^2\alpha_1$$

zur Linse. Unter Vernachlässigung der Verluste beim Durchgang durch die Linse wird dieses gesamte Licht in einem Bild mit der Fläche ds_2 aufgefangen, so daß die Beleuchtungsstärke des Bildes

$$\pi \cdot B \cdot ds_1 \cdot \sin^2\alpha_1 / ds_2$$

wird.

[1]) Das erste LAMBERTsche Cosinusgesetz. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Eine durch Bedampfen über einem brennenden Magnesiumband mit Magnesiumoxyd bedeckte Fläche ist der beste experimentell herstellbare diffuse Reflektor.

[3]) Bei Systemen, die photoelektrische Empfänger benutzen, kann eine dritte Größe, die Gesamtenergie im Strahl, das maßgebliche Kennzeichen sein.

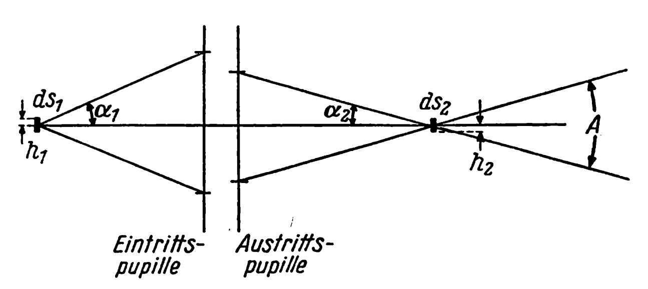


Abb. 8.2. Helligkeit des von einem optischen System entworfenen Bildes. Ein innerhalb des Kegels A liegendes Auge, das vollständig von den Strahlen dieses Kegels ausgeleuchtet wird, sieht (ohne die Übertragungsverluste) das Bildelement ds_2

Wenn das optische System die Sinusbedingung

$$n_1 \cdot h_1 \cdot \sin\alpha_1 = n_2 \cdot h_2 \cdot \sin\alpha_2$$

erfüllt, haben wir im Falle $n_1 = n_2$

$$h_1 \cdot \sin\alpha_1 = h_2 \cdot \sin\alpha_2$$

und damit

$$ds_1 \cdot \sin^2\alpha_1 = ds_2 \cdot \sin^2\alpha_2,$$

so daß die Beleuchtungsstärke gleich

$$\pi \cdot B \cdot \sin^2\alpha_2$$

ist.

Eine einfache, aber wichtige Anwendung dieses Ergebnisses bezieht sich auf photographische Linsen. Im normalen Falle, wo der Objektabstand groß ist und das Bild nahe der Brennebene entsteht, ist die Beleuchtungsstärke auf der Platte näherungsweise proportional zu

$$\frac{D^2}{f^2} = \frac{1}{F^2},$$

worin D den Durchmesser der Austrittspupille der Linse bedeutet und f die Brennweite ist. F ist die „Blendenzahl", $1 : F$ die „relative Öffnung" der Linse.[1]) Es ist üblich, von einer „stärkeren" oder „schwächeren" Linse zu sprechen, wenn sie einen größeren oder kleineren Wert von D/f besitzt.

b) Wenn das Bild von einem hinter ihm liegenden Auge betrachtet wird, ist die wichtigste Größe bei der Bestimmung seiner Helligkeit das je Einheit des Raumwinkels durch die Flächeneinheit des Bildes hindurchtretende Licht, denn diese Größe ist der Lichtmenge gleich, die von einer Flächeneinheit des Auges innerhalb der Einheit des Raumwinkels von

[1]) Es ist zu beachten, daß beim Photographieren relativ naher Objekte auch die Vergrößerung – neben der Öffnung der Linse – die Bildintensität beeinflußt.

dem betrachteten Bild empfangen wird. Dies ist im Einklang mit der Definition der Leuchtdichte nach Tafel 8.1 sowie mit der Ableitung im § 8.3.

Man kann unter ziemlich allgemeinen Annahmen zeigen, daß das Bild nach dem Cosinusgesetz ausstrahlt und daß es eine Leuchtdichte besitzt, die gleich der des Originalobjektes ist, verringert nur durch die Absorptions- und Reflexionsverluste im optischen System[1]. Diese Leuchtdichte ist nur innerhalb eines Strahlenkegels wirksam, der durch einen Punkt des Bildes verläuft, und kann nur von einem Auge wahrgenommen werden, dessen Pupille vollständig von diesem Kegel ausgefüllt wird. Das Auge muß ganz innerhalb des Bereiches A der Abb. 8.2 liegen. Bei optischen Instrumenten (vgl. z. B. § 8.14) ist die Austrittspupille des Instrumentes manchmal kleiner als die Pupille des Auges; dann wird die durch das Instrument wahrgenommene Leuchtdichte im Verhältnis der Fläche der Austrittspupille zur Fläche der Augenpupille verringert im Vergleich zu der bei direktem Betrachten des Objektes beobachteten Flächenhelligkeit.

Wenn man zur Rechten des Bildes in der Abb. 8.2 ein weiteres optisches System anbringt, kann man die Flächenhelligkeit des Endbildes so berechnen, als ob das erste Bild eine Lichtquelle mit der gleichen Leuchtdichte wie das Originalobjekt wäre, vorausgesetzt, daß die Eintrittspupille des zweiten Systems von den Strahlen, die von allen Punkten des vom ersten System entworfenen Bildes herkommen, vollständig ausgefüllt wird.

Aus der vorstehenden Rechnung geht hervor, daß ein in Abb. 8.2 genau rechts vom Bild liegendes Auge die Austrittspupille des optischen Systems mit der Leuchtdichte der Lichtquelle ausgefüllt (ausgeleuchtet) sehen wird. Unter diesen Bedingungen wird jeder vom Auge durch das System zurückverfolgte Strahl auf der Lichtquelle enden.

Bei Systemen, wie etwa Scheinwerferprojektoren, wird angestrebt (aber selten vollständig erreicht), daß ein Beobachter innerhalb des Strahles die gesamte Öffnung (Apertur) mit der Leuchtdichte der Lichtquelle ausgeleuchtet sehen soll. Ein solches System kann die Flächenhelligkeit der Quelle nicht verstärken, aber es kann bei Betrachtung durch einen entfernten Beobachter den von der hellen Fläche bedeckten Winkel stark vergrößern. Es kann daher – für Beobachtung von Punkten innerhalb des Strahles aus – die Lichtstärke (Leuchtdichte mal Fläche) sowie die Beleuchtungsstärke einer entfernten Fläche innerhalb des Strahles erhöhen. Abb. 8.3 gibt das Schema eines Scheinwerferprojektors, der eine Lichtquelle endlicher Fläche (wie es immer der Fall sein muß) enthält. Die von entgegengesetzten Enden der Quelle herkommenden Strahlen divergieren um einen kleinen Winkel, und wenn man die optischen Abbildungsfehler (Aberrationen) vernachlässigt, sieht jedes innerhalb eines Strahles mit endlichem Öffnungswinkel liegende Auge den Spiegel mit der Flächenhelligkeit der Quelle ausgeleuchtet. Die *Beleuchtungs-*

[1] Dargestellt bei MARTIN (1930/32) Bd. II.

stärke an einem fernen Punkt (im Abstand r), herrührend von einer Quelle der Leuchtdichte B und einem Spiegel der Fläche S, ist gleich

$$\frac{B \cdot S}{r^2}$$

und kann durch Vergrößerung der Fläche der Lichtquelle nicht erhöht werden. Die *Fläche* des in einer gegebenen Entfernung *beleuchteten Fleckes* dagegen wächst mit der Fläche der Lichtquelle. Es ist zu betonen, daß die Beleuch-

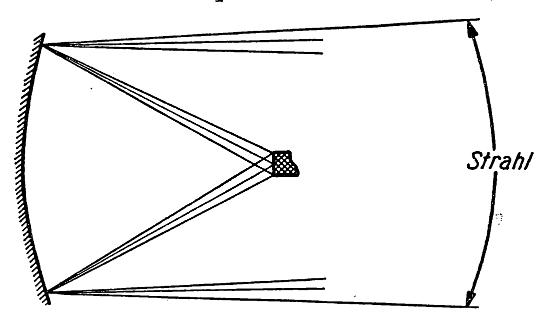


Abb. 8.3. Optisches System eines Scheinwerferprojektors. (Die Entstehung eines Strahles von endlichem Öffnungswinkel)

tungsstärke bei allen Abständen, die groß gegen die Spiegelabmessungen sind, mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt; mit einer endlichen Lichtquelle ist es nicht möglich, einen parallelen Strahl zu erzeugen, in dem die Beleuchtungsstärke konstant wäre.

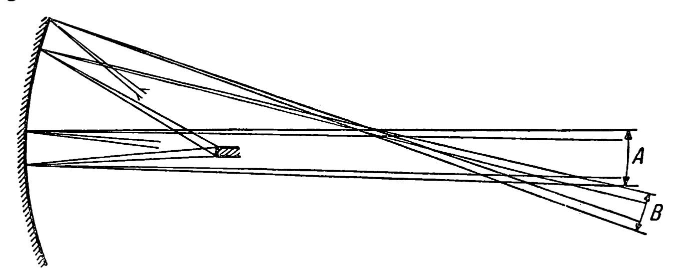


Abb. 8.4. Scheinwerferprojektor mit übertrieben dargestellter sphärischer Aberration bei kleiner Lichtquelle. A) Von der Mittelzone gebildeter Strahl. B) Von der Randzone gebildeter Strahl

Die Abb. 8.4 zeigt die Auswirkung der sphärischen Aberration auf einen Spiegelprojektor bei Verwendung einer kleinen Lichtquelle. Es gibt jetzt Bereiche im Strahl, wo ein Beobachter den mittleren Teil des Spiegels ausgeleuchtet sieht, während die äußeren Zonen des Spiegels nicht ausgeleuchtet sind, und die in solchen Bereichen auftretende Beleuchtungsstärke ist geringer als im aberrationsfreien Falle. Es gilt allgemein, daß die Abbildungs-

fehler eines Beleuchtungssystems bei Verwendung einer kleinen Lichtquelle Bereiche mit nur teilweiser Ausleuchtung verursachen; das Licht, das bei einem aberrationsfreien System auf diese Bereiche fallen würde, wird diffuser über einen größeren Fleck gestreut. Der Einfluß solcher, nur teilweise ausgeleuchteter Bereiche wird geringer, wenn die Größe der Lichtquelle zunimmt.

8.5 Beispiele für Beleuchtungssysteme

Wir haben eben den Spiegelprojektor als das einleuchtendste Beispiel für das „Ausleuchtungsprinzip" behandelt. Eine einfache Laboratoriumsanwendung dieses Prinzips stellt die Beleuchtung eines Spektrographenspaltes dar. Hier wird verlangt, daß der Spalt bei Betrachtung von jedem Teil des Kollimators aus mit der Leuchtdichte der Lichtquelle ausgeleuchtet erscheinen soll. Mit einer geeigneten Lichtquelle kann man dies erreichen, indem man die Quelle dicht an den Spalt bringt. Eine Flamme oder ein Lichtbogen kann nun aus Sicherheitsgründen nicht in diese Lage gebracht werden, man kann aber eine Linse dazu einsetzen, ein Bild der Quelle auf dem Spalt zu entwerfen, wobei man einen solchen Öffnungswinkel des Strahles benutzt, daß die Kollimatorlinse vollständig mit Licht ausgefüllt wird. Das bequemste Verfahren zur Einstellung ist es, das Instrument zunächst ohne die Beleuchtungslinse aufzubauen, den Spalt zu öffnen, aber seine Länge auf den mittleren Teil zu beschränken. Man beobachtet nun, entweder direkt oder durch das Prisma, den von der Lichtquelle auf der Kollimatorlinse gebildeten Lichtfleck. Wenn dieser Fleck in der Mitte der Linse liegt, befindet sich die Lichtquelle in der Kollimatorachse. Jetzt wird die Beleuchtungslinse so eingebaut, daß sie die Lichtquelle auf dem Spalt abbildet, wobei zu prüfen ist, ob die Kollimatorlinse vollständig mit Licht ausgefüllt ist. Nun kann der Spalt auf seine Gebrauchsabmessungen eingestellt werden. Wenn die Linse und der Spektrograph fest montiert sind, kann die Lichtquelle jederzeit neu eingestellt oder ersetzt werden, wobei man sie nur so zu verschieben hat, daß ihr Bild auf den Schlitz fällt. Ähnliche Arbeitspläne kann man für das Einstellen der Beleuchtung anderer optischer Instrumente aufstellen.

Es kann gezeigt werden, daß bei einem Spektrographen oder Spektroskop die Intensität des Endbildes gewöhnlich nicht von der Kollimatorlinse abhängt. In dem Betrachtungsinstrument gehorcht die Bildhelligkeit denselben Gesetzen wie bei einem Fernrohr (vgl. § 8.15) und ist im allgemeinen gleich der (monochromatischen) Flächenhelligkeit des Spaltes abzüglich der Durchgangsverluste. Bei einem Spektrographen ist – wie bei einer Kamera – die photographisch nutzbare Intensität umgekehrt proportional zum Quadrat des Öffnungsverhältnisses f/d (f = Brennweite der Kamera, d = Durchmesser der Eintrittspupille).

Nun ist im allgemeinen bei einem Spektrographen das Prismensystem das teuerste optische Bauteil, so daß die Prismeneintrittsfläche für die Eingangspupille der Kamera maßgeblich sein soll. Bei gegebenem Prisma soll die Brennweite der Kamera kurz sein, wenn für schwache Spektren eine große Helligkeit verlangt wird; andererseits kann, wenn man keine lange Brenn-

weite wählt, die Auflösung der Spektrallinien durch das Korn der photographischen Platte begrenzt werden. Bei einer Emulsion, die imstande ist, etwa 100 Linien je Millimeter aufzulösen, wird nur dann die Photoschicht nicht früher die Auflösung begrenzen als die Beugungserscheinungen, wenn ungefähr

$$\lambda \cdot \frac{f}{d} > 10^{-3}\,\mathrm{cm}$$

gilt. (λ = Wellenlänge des Lichtes.) Hieraus folgt, daß bei einem Spektrographen mit größerer relativer Öffnung als etwa $f/20$ die Helligkeit und die Auflösung entgegengesetzte Forderungen an die Brennweite der Kameralinse stellen, so daß der wirklich gewählte Wert einen Kompromiß darstellen muß.[1])

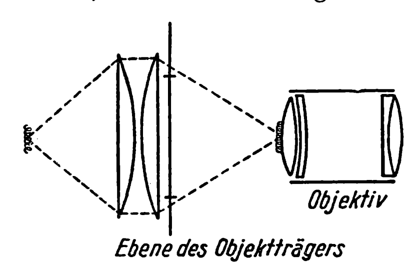


Abb. 8.5. Beleuchtungssystem für eine Projektionslampe

Das für eine Projektionslampe übliche Kondensorsystem ist in der Abb. 8.5 dargestellt. Hier entwirft der Kondensor ein Bild der Lichtquelle in der Eintrittspupille der Projektionslinse, und jeder von diesem Bild bedeckte Punkt auf der Linse „sieht" den Kondensor mit der Leuchtdichte der Quelle ausgeleuchtet, wenn die Quelle homogen ist und der Kondensor aberrationsfrei. Der zu projizierende durchsichtige Objektträger wird unmittelbar hinter dem Kondensor in den Strahlengang gebracht, so daß er von jedem Punkt der Linse aus vor einer Fläche mit der Flächenhelligkeit der Lichtquelle steht. In der Praxis besitzt ein solches System folgende Unvollkommenheiten:

a) Es kann vorkommen, daß das Bild der Lichtquelle die Eintrittspupille der Projektionslinse nicht völlig ausfüllt. Es wird weiter unten erklärt werden, daß die Projektionslinse vollständig vom Licht ausgeleuchtet sein muß, um die maximale Beleuchtungsstärke des Schirmes zu erhalten; wenn dies nicht erreicht werden kann, könnte auch eine billigere Linse mit geringerer Öffnungsfläche verwendet werden.

b) Abbildungsfehler des Kondensors können – für die Betrachtung von einigen Bereichen der Projektionslinse aus – eine nur teilweise Ausleuchtung des Kondensors verursachen. Auch in diesem Falle wird die Projektionslinse nicht vollständig ausgenutzt. Weiter besteht die Gefahr, daß das Bild nicht gleichmäßig beleuchtet wird, daß z. B. infolge nur teilweiser Ausleuchtung durch die äußeren Zonen des Kondensors eine Intensitätsverminderung am Rand auftritt. Der Kondensor soll deshalb so zusammengesetzt werden, daß die sphärische Aberration so weit verringert ist, wie es wirtschaftlich tragbar ist.

Die Beleuchtung auf dem Schirm in einem axialen Punkt, der zu einem klar durchsichtigen Bereich des Objektes gehört, kann folgendermaßen be-

[1]) Der Grundaufbau von Spektrographen wird bei BOUTRY (1946) behandelt.

rechnet werden: Dieser Teil des Schirmes empfängt Licht von der Austrittspupille der Projektionslinse (oder von demjenigen Teil der Linse, der vom Kondensor ausgeleuchtet wird), die mit der Flächenhelligkeit der Lichtquelle ausgeleuchtet ist. Die Beleuchtungsstärke ist deshalb

$$\frac{a \cdot B}{r^2},$$

wobei a die Fläche der Austrittspupille bedeutet, B die Flächenhelligkeit der Quelle (vermindert durch Reflexions- und Absorptionsverluste) und r der Abstand vom Projektor bis zum Schirm ist. Es ist daher vorteilhaft, eine Projektionslinse mit großen Abmessungen und natürlich auch mit großem Brennweitenverhältnis zu haben, solange diese Linse vom Kondensorsystem ausgeleuchtet werden kann. Die Beleuchtungsstärke wird gegen die Ränder des Schirmes hin abfallen, einmal weil die Randbereiche des Schirmes einen größeren Abstand vom Projektor besitzen, weiter wegen des schrägeren Einfalles und schließlich infolge des für das Verhalten der Lichtquelle geltenden „Cosinusgesetzes". Dieser Effekt wird bei normaler Projektion meist nicht auffallen, obgleich er ziemlich groß ist (die Intensität fällt mit $\cos^4 \theta$ ab). Er wird aber erstrangig, wenn ein Projektor für photographische Vergrößerungen verwendet wird und wenn man dabei eine Anzahl Vergrößerungen mosaikartig zusammensetzt.[1])

Das bei Kinoprojektoren benutzte Beleuchtungssystem weicht gewöhnlich von dem oben beschriebenen ziemlich stark ab. In diesem Falle ist das zu projizierende Objekt klein und die Projektionslinse ist groß, um eine hohe Beleuchtungsstärke auf dem Film zu erzielen. Das Bild der Lichtquelle wird hier vom Kondensor in der *Filmebene* entworfen, und die Projektionslinse liegt in einem Bereich, wo der Lichtstrahl bereits breiter ist. Man braucht hierfür eine gleichmäßig strahlende Lichtquelle, und man erhält sie im positiven Krater eines Lichtbogens. Praktisch macht man das Bild des Kraters etwas größer als das Filmbild, damit Auswanderungen des Lichtbogens zulässig sind. Die Kondensorlinse wird manchmal durch ein abbildendes System ersetzt, das aus einer Linse und einem Hohlspiegel besteht (Abb. 8.6).

Die Prinzipien des vorstehend beschriebenen optischen Systems können häufig im Laboratorium dazu benutzt werden, Umrißlinien (z. B. einer schwingenden Saite) zu projizieren. Wenn man die Umrisse eines dicken Objekts projizieren will, muß man mit einem parallelen Lichtstrahl beleuchten und dazu das Projektionslinsensystem entsprechend abändern. Man tut dies beispielsweise für technische Kontrollzwecke; einen Bericht hierüber geben Cox und Habell 1948, Seite 260.

Bei jedem Projektionssystem bringt die intensive Beleuchtung des Objektträgers oder sonstigen abzubildenden Gegenstandes eine beträchtliche Er-

[1]) Die gleiche Verringerung der Beleuchtungsstärke an Punkten außerhalb der Achse tritt in der Kamera ein. Sowohl bei Kamera- als auch bei Projektionslinsen wird außerdem Licht durch Blenden und Rahmen abgeschnitten, die bei Betrachtung von äußeren Bereichen des Feldes her als Öffnungsbegrenzungen wirken („Vignettierung"). Dieser Effekt ist oft bedeutender als der $\cos^4 \theta$-Effekt.

hitzung mit sich. Wenn eine Wolfram-Projektionslampe als Lichtquelle dient, ist jedes Lumen mit einer Gesamtstrahlung von 1/40 W verbunden. Es ist festgestellt worden, daß ein photographischer Film normaler Dichte bei einem Strahlungsfluß von 0,3 W/cm² in wenigen Minuten beschädigt wird. Das meiste dieser Strahlung (etwa 88%)[1]) liegt im infraroten Gebiet und kann durch ein passendes Filter beseitigt werden. Eine 1 cm dicke Wasserküvette beseitigt etwa die Hälfte der Gesamtstrahlung; das Infrarot wird nahezu vollständig herausgefiltert, wenn man dem Wasser 3% Kupfersulfat (mit wenigen Tropfen Schwefelsäure) zufügt. Ähnliches leistet ein 2 bis 3 mm dickes wärmeabsorbierendes Glas. Da alle absorbierte Strahlung in dem Glas

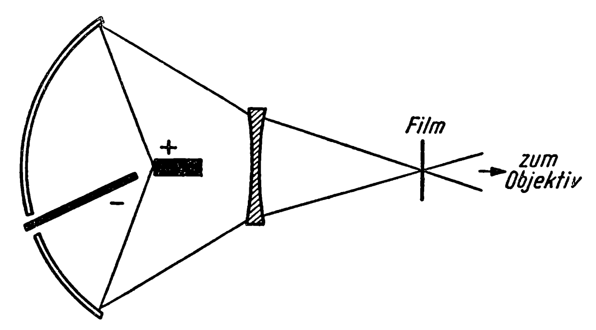


Abb. 8.6. Beleuchtungssystem für einen Kinoprojektor, das einen Spiegel und eine Konkavlinse benutzt

als Wärme auftritt, muß letzteres sehr widerstandsfähig gegen einen Temperaturschock sein; neuerdings ist von CHANCE das Glas ON 20 für diesen Zweck entwickelt worden.[2]) Das Glas soll dem Strahl gleichmäßig ausgesetzt werden, also nicht an den Enden abgeschirmt sein, und es darf zur Befestigung nicht scharf eingespannt werden.

Die optische Anordnung zur Herstellung eines Galvanometer-„Lichtpunktes" ist im Prinzip der für eine Projektionslampe ähnlich (Abb. 8.7). Der Spiegel bei M kann konkav sein, üblicher ist ein Planspiegel unmittelbar hinter einer Konvexlinse B mit einer Brennweite, die ungefähr gleich dem Skalenabstand ist; dieser Spiegel (mit Linse) stellt das Projektionssystem dar, das die Marke A auf der Skala abbildet. Die Linse bei A[3]) ist der Kondensor, der die Lichtquelle auf dem Galvanometerspiegel abbildet. Ein an der Stelle des Endbildes liegendes Auge sieht den Galvanometerspiegel mit der Flächenhelligkeit der Quelle ausgeleuchtet. Wenn man höchste Leistungs-

[1]) Diese Zahl ist den Kennwertblättern für das wärmeabsorbierende Glas der Firma CHANCE entnommen.

[2]) Als Beispiel für deutsches Wärmeschutzglas sei die Sorte BG 21 des VEB JENAer GLASWERK SCHOTT & GEN. genannt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[3]) Im Original ist – wohl irrtümlich – hier eine in der Abbildung nicht eingezeichnete „Linse L" genannt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

fähigkeit des Beleuchtungssystems fordert – etwa wenn der Spiegel sehr klein ist –, muß man eine gedrängt gebaute Lichtquelle hoher Leuchtdichte benutzen und bei A eine chromatisch korrigierte Linse einsetzen. Solange der Galvanometerspiegel vom Bild der Lichtquelle vollständig bedeckt wird, verursacht verschiedene Wahl von A keinerlei Unterschied in der Flächenhelligkeit des Endbildes.[1])

Das Bild einer hellen Linie kann man durch Einfügen einer Zylinderlinse in den letzten Strahlengang in einen hellen Punkt verwandeln, wobei die Linsenachse in der Auslenkungsrichtung stehen muß. In dieser Weise eingesetzt, ändert die Zylinderlinse (im Gegensatz zu einer sphärischen Linse in

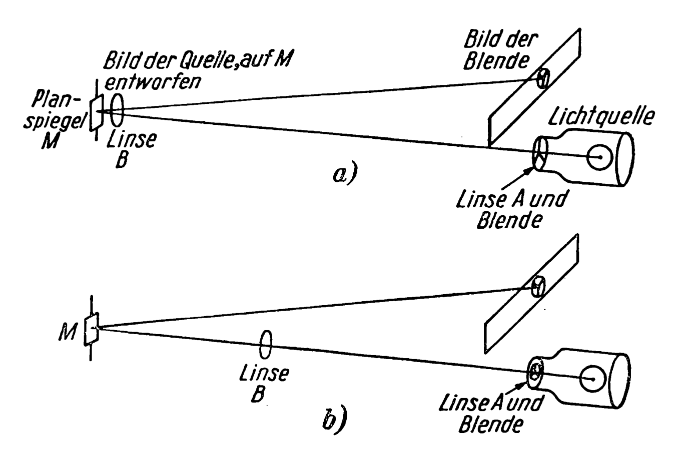


Abb. 8.7. Zwei Möglichkeiten für ein System zur Herstellung eines „Lichtpunktes" beim Galvanometer. a) Ein einfaches und bequem aufzubauendes System. b) Dieses System vermeidet von schräger Durchstrahlung der Linsen herrührende Fehler

der gleichen Stellung) die Ablenkung nicht und erhöht die Beleuchtungsstärke des Lichtfleckes beträchtlich. Dieses Hilfmittel ist für photographische Aufzeichnungen wertvoll.

8.6 Lichtquellen

In jedem Falle hängt die erzeugte Beleuchtungsstärke von der Lichtquelle ab. Wir haben gesehen, daß für den Fall direkter Beleuchtung die Lichtstärke wichtig ist und daß bei den meisten optischen Beleuchtungssystemen die wahre Leuchtdichte die kennzeichnende Größe ist. Die Tafeln 8.2 und 8.3 geben die Eigenschaften einer Anzahl brauchbarer Lichtquellen an (vgl. auch Bourne 1948).

---

[1]) Das System nach Abb. 8.7b wird für Galvanometerbetrieb empfohlen. Es besitzt den Vorteil, daß Fehler durch schräge Durchstrahlung der abbildenden Linse vermieden werden, es ist aber meist nicht so handlich wie die Anordnung nach Abb. 8.7a.

Tafel 8.2.

Bezeichnung	1950 erhältliche Leistungen	Wirkungsgrad [lm/W]
Wolframfadenlampe, allgemeine Beleuchtungstypen, „Allgebrauchslampe“	220 V, 15 bis 150 W 200 bis 1500 W	8 bis 13 14 bis 20
Wolframfadenlampe, Typen für Projektoren	Sehr vielfältig zwischen 12 V, 12 W und 250 V, 1000 W	Bis zu 28 bis 30 für 25 h Lebensdauer bei Typen mit starkem Strom
Wolframbogenlampe, „Punktlichtlampe“	30, 100, 500 oder 1000 cd	
Kohlebogenlampe	5 bis 50 A	Bei 100 V Betriebsspannung in der Größenordnung von 12 (Gesamt)
Hochleistungs-Kohlebogenlampe	50 bis 150 A	
Quecksilberbogenlampe mit Näpfchenelektroden in Glas oder Quarz	Nicht käuflich	15
Quecksilberhochdrucklampe, Type M.A. in Glas (Straßenbeleuchtungslampen)	250 W und 400 W	30 bis 40
Quecksilberhochdrucklampe, Type M.B. in Quarz	40, 50 und 125 W	etwa 30
Quecksilberhöchstdrucklampe, Type M.E. in Quarz	250 W	40 bis 45
Quecksilberhöchstdrucklampe, wassergekühlte Type M.D.	Nicht allgemein käuflich	etwa 60
Natriumdampflampe	40, 65, 80 und 140 W	etwa 70
Fluoreszenzröhren (Hg-Niederdruck mit heißen Kathoden)	15, 20, 40 und 80 W	40 bis 45
Sonnenoberfläche		

Lichtquellen

Leuchtdichte der Oberfläche [cd/cm²]	Kennwerte des Spektrums	Bemerkungen zur Anwendung
Faden: 500 bis 1000 Opalkolben: 3	Kontinuierlich, Farbtemperatur 2500 bis 3000° K	Direkt an Wechsel- oder Gleichstrom anzuschließen. Niederspannungslampen mit starkem Strom besitzen höheren Wirkungsgrad, größere Leuchtdichte und höhere Farbtemperatur bei einer gegebenen Lebensdauer
Faden: 1000 bis 2000	Kontinuierlich, Farbtemperatur 3200 bis 3400° K	
Perle: 1300	Kontinuierlich	Veraltet. Gewöhnlich an Gleichstrom mit Widerstand, es gibt auch Wechselstromausführungen
Positiver Krater: 15000 bis 20000	Kontinuierlich, Farbtemperatur etwa 4500° K	Gewöhnlich an Gleichstrom mit Widerstand betrieben. Bogenspannung 40 bis 50 V. Netzspannung über 80 V
70000 bis 100000	Farbtemperatur etwa 6000° K	
2 bis 3	Quecksilberlinienspektrum. In einer gekühlten Quarzlampe stark die Resonanzlinie bei 2536 Å	Gleichstrombetrieb mit Widerstand. Veraltet
maximal 150	Quecksilberlinie, merklich verbreitert. Etwas kontinuierlicher Hintergrund	Wechselstrombetrieb mit Drossel
maximal 1000, in Opalkolben etwa 1,5	Quecksilberlinien, stark verbreitert. Kontinuierlicher Hintergrund	Wechselstrombetrieb mit Drossel
18000	Quecksilberlinien, stark verbreitert. Kontinuierlicher Hintergrund	Wechselstrombetrieb mit Drossel
20000 bis 30000	Quecksilberlinien, stark verbreitert. Kontinuierlicher Hintergrund	Wechselstrombetrieb mit Drossel
10	Natriumlinien, vorherrschend das gelbe Dublett	Wechselstrombetrieb mit Transformator
etwa 0,5	Kontinuierlich	Wechselstrombetrieb mit Drossel und Zündvorrichtungen
etwa 150000	Kontinuierlich mit dunklen Linien. Farbtemperatur etwa 5750° K	

Tafel 8.3

Bemerkungen über spezielle und über improvisierte Lichtquellen

1. Wolframfadenlampen (z. B. 100 W, 110 V[1]), gasgefüllt) können für Zeitdauern in der Größenordnung von Zehntelsekunden als Blitzlampen mit etwa der doppelten Spannung betrieben werden (z. B. zur Beleuchtung von WILSON-Kammer-Spuren). Die Spitzenspannung darf nicht so groß sein, daß eine Bogenentladung durch das Füllgas hervorgerufen wird, die zur sofortigen Zerstörung des Fadens führen würde.
2. Mit Xenon gefüllte Blitzentladungsröhren sind in langgestreckten und gebogenen Formen käuflich. Sie werden an eine Kondensatorbatterie angeschlossen, die auf mehrere Kilovolt aufgeladen ist, und die Entladung wird durch Anlegen einer Auslösespannung an eine besondere innen oder außen angebrachte Elektrode gezündet. Der Wirkungsgrad beträgt etwa 40 lm/W, und die Dauer des Blitzes, die hauptsächlich von den elektrischen Daten der Schaltung abhängt, liegt in der Größenordnung von 100 bis 200 μs. Wegen der Abweichung der photographischen Platten vom Reziprozitätsgesetz (siehe § 8.26) kann es manchmal vorteilhaft sein, die Dauer des Blitzes durch Einbau einer Induktivität in den Kreis zu verlängern. Man hat Quarzröhren gebaut, für die eine Entladungsenergie von 10000 J und mehr zulässig ist. Eine andere Röhrenart (MITCHELL 1948; siehe auch CHESTERMAN 1951) ergibt einen intensiven Blitz von nur etwa 1 μs Dauer.
3. Obwohl ein solches Vorgehen von den Herstellern nicht empfohlen wird, kann man die Quarz-Quecksilberlampe Typ MB aus ihrer äußeren Glasumhüllung herausholen und so als Laboratoriumslichtquelle verwenden. Man erhält dabei noch eine vernünftige Lebensdauer. Wenn man den Strom in der Lampe verringert oder wenn man Kühlung durch einen starken Luftstrom vorsieht, werden die Quecksilberlinien fein genug, um die Hyperfeinstruktur zu zeigen.
4. Neon oder Helium enthaltende Entladungsröhren können als Lichtquellen für spektroskopische Zwecke an Transformatoren betrieben werden, wie man sie für Neonlichtreklamen benutzt. Diese Transformatoren haben große induktive Verluste, so daß die am offenen Kreis gemessene Spannung von 2 bis 5 kV unter Last stark abfällt.
5. Lampen, die Natrium, Thallium, Cadmium oder ein Gemisch aus Cadmium und Quecksilber enthalten, sind käuflich zu haben (von der General Electric Company, London). Diese Lampen werden an Wechselstrom betrieben, mit einem Widerstand oder einer Drossel in Reihe geschaltet; einige davon sind auch in einer abgeänderten Ausführung für Gleichstrombetrieb zu erhalten. Seit allerneuester Zeit sind Lampen im Handel, die mit dem reinen Quecksilberisotop 198 gefüllt sind, das das Quecksilberspektrum frei von Hyperfeinstruktur liefert.

[1]) Im Original steht die – wenigstens in Deutschland – ganz ungewöhnliche Spannungsangabe 100 V. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

8.7 Das Auge als optisches Instrument

Da das Auge oft das Schlußglied eines optischen Systems bildet, ist es angebracht, einige quantitative Vorstellungen von seinen Eigenschaften zu besitzen. Von unserem Standpunkt aus besteht das Auge aus einem optischen System und einer photoempfindlichen Fläche, der Netzhaut (Retina). Die Lichtstärke des optischen Systems ist veränderlich; das „normale“ (emmetropische) Auge ist im Ruhezustand auf einen „Fernpunkt“ im Unendlichen gerichtet. Durch eine unbewußt geregelte Muskelanspannung kann der Punkt bester Fokussierung erforderlichenfalls näher gelegt werden. Der maximale Betrag dieser Einstellung hängt in starkem Maße vom Alter ab: Die Akkomodationsfähigkeit ist in der Jugend am größten und nimmt dann immer schneller ab. Die gewöhnlich angesetzte „kleinste deutliche Sehweite“ beträgt 25 cm, sie entspricht der maximalen Akkomodation eines durchschnittlichen Auges bei etwa 40 Jahren.

Bei einem beträchtlichen Teil der Menschen weicht das Auge von diesem Normal ab, so daß der Fernpunkt entweder in endlicher Entfernung liegt (Kurzsichtigkeit, Myopie) oder ein virtueller Punkt wird (Weitsichtigkeit, Hypermetropie), so daß das Auge nur Strahlen zum Schnitt bringen kann, die sowieso schon auf einen hinter dem Kopf liegenden Punkt konvergieren. Diese Fehler können durch Brillen korrigiert werden, üblicherweise wird aber im Okular von optischen Instrumenten eine Einstellmöglichkeit vorgesehen, mit der auch kurz- und weitsichtige Augen das Fadenkreuz scharf sehen können. Der Einstellbereich beträgt beispielsweise ± 5 Dioptrien.

Ein weiterer, verbreiteter Augenfehler, der Astigmatismus, bei dem die Brechkraft des Auges unter verschiedenen Winkeln unterschiedlich ist, wird durch Brillen mit entsprechend ausgerichteter zylindrischer Krümmung korrigiert.

8.8 Die Sehschärfe

Das Auflösungsvermögen des Auges – gemessen z. B. durch den Winkelabstand zwischen zwei schwarzen Linien, die unter guten Kontrast- und Beleuchtungsbedingungen gerade noch getrennt gesehen werden – beträgt etwa $1'$ ($= 1/3440$ rad), und es scheint, daß sowohl das Auflösungsvermögen des optischen Systems als auch die Korngröße der Netzhaut größenordnungsmäßig diesem Wert entspricht, so daß diese beiden Faktoren gut ausgewogen wären. Diese Auflösung wird aber nur in einem kleinen Bereich von etwas weniger als $1°$ Breite erreicht, der einem besonderen Teil der Netzhaut, der Fovea, entspricht, der ein wenig seitlich von der optischen Achse des Auges liegt. Das Auge bewegt sich nun so, daß jedes betrachtete Objekt genau in diesem Feld zu liegen kommt. Der äußere Bereich der Netzhaut dient mehr zu Warn- und Suchzwecken als zu genauer Betrachtung.

Das in der beschriebenen Weise gemessene Auflösungsvermögen ist nun nicht immer das beste Kriterium für die Sehschärfe, die sogenannte „Nonienschärfe“ – gemessen durch den Betrag des Sehwinkels für den schwächsten, eben noch erkennbaren Knick in einer Linie (vgl. Abb. 8.8a) – kann viel

kleiner sein als 1'. Diese Größe ist es aber, die für die Genauigkeit von visuellen Einstellungen auf einer genau geteilten Skala mit einem Nonius entscheidend ist oder bei der Einstellung eines Koinzidenzentfernungsmessers. Als Leistungsfähigkeit erfahrener Beobachter mit diesem Instrument werden Werte zwischen 12″ und 1″ angegeben. Es ist bekannt, daß zum Erreichen bester Werte für die Nonienschärfe die Trennlinie zwischen den beiden Gesichtshälften möglichst fein sein muß und daß die Linien selbst nicht zu kurz sein dürfen. Diese Punkte muß man – neben der Vermeidung einer Parallaxe – beim Aufbau von Zeigern und Nonien berücksichtigen. Das Auge kann auch sehr gut die Symmetrie bei Figuren beurteilen, wie sie in den Abb. 8.8b und c dargestellt sind. In allen diesen Fällen kann man eine Schärfe von 10″ sinnvoll für Berechnungen annehmen.

Das Auge ist nicht frei von sphärischer Aberration, vor allem wenn die Pupille weit geöffnet ist (das Auge arbeitet dann etwa mit dem Öffnungsverhältnis $f/3$), die Auswirkungen dieses Abbildungsfehlers sind aber nicht sehr

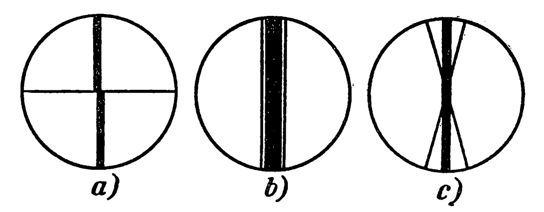


Abb. 8.8. Beispiele für die „Nonienschärfe“ und für die Beurteilung der Symmetrie von Figuren durch das Auge

wesentlich. Der chromatische Abbildungsfehler des Auges kann bei visuellen Messungen an starkfarbigen Objekten störend sein; wenn z. B. ein beleuchtetes Fadenkreuz zur visuellen Einstellung einer Spektrallinie benutzt wird und die Farbe der Beleuchtung von der der Linie abweicht, dann wird es nicht möglich sein, das Auge in befriedigender Weise gleichzeitig auf die Linie und den Zeiger zu fokussieren (chromatische Parallaxe). Man kann diese Schwierigkeit vermeiden, indem man einen breiten Spalt mit einem in der Mitte ausgespannten Draht verwendet, der gewöhnlich ein für Beobachtung ohne beleuchtetes Fadenkreuz genügend deutliches Objekt darstellt (nach GUILD).

8.9 Die Farb- und Intensitätsempfindlichkeit des Auges

Wenn das Auge an ziemlich starkes Licht adaptiert ist (vgl. § 8.10), ist es vom roten Ende des Spektrums bei etwa 7000 Å bis zum violetten bei ungefähr 4000 Å empfindlich; eine – an der Energie gemessen – gleiche Beleuchtungsstärke ruft jedoch in den verschiedenen Teilen dieses Wellenlängenbereiches unterschiedliche Helligkeitsempfindungen hervor. Die relative Leuchtkraft der einzelnen Spektralfarben ist für verschiedene Personen unterschiedlich und ist schon mehrmals für Beobachtergruppen bestimmt worden.

Ein angenommener „Normalbeobachter", den man durch Mittelung der Ergebnisse von Prüfungen an vielen Einzelpersonen erhalten hat, besitzt die in der Abb. 8.9 wiedergegebene Empfindlichkeitskurve.

Das gesamte, in Tafel 8.1 dargestellte photometrische System basiert auf der Empfindlichkeit des Auges; zum Vergleich von Lichtquellen gegebener spektraler Zusammensetzung kann man unter Benutzung einer Kurve nach Abb. 8.9 die Größen der Tafel 8.1 in relativen Energiewerten ausdrücken. Bei Verwendung eines objektiv registrierenden Instrumentes, wie etwa einer elektrischen Photozelle, zum Vergleichen von Beleuchtungsstärken mit unter-

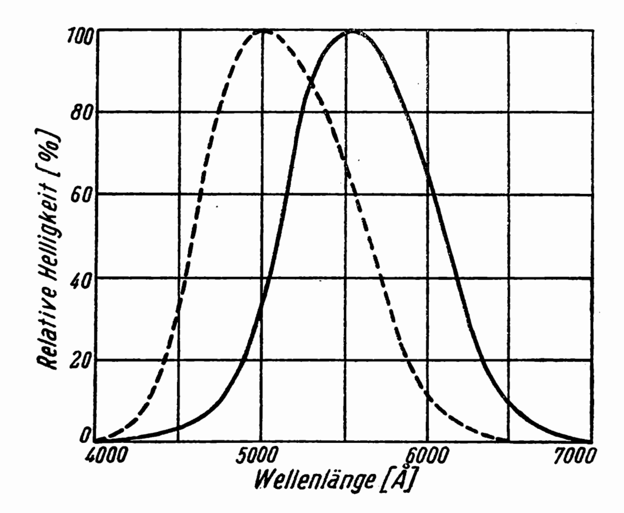


Abb. 8.9. Beleuchtungswirkung gleicher Energien in verschiedenen Bereichen des Spektrums. Empfindlichkeitskurve für einen „Normalbeobachter", wie sie von der „Commission Internationale de l'Eclairage" 1924 angenommen wurde. (Vgl. auch JUDD 1931.) Die gestrichelte Linie zeigt die Empfindlichkeitskurve für ein dunkel-adaptiertes Auge.

schiedlicher spektraler Zusammensetzung muß die spektrale Empfindlichkeit des Instrumentes durch Korrekturfilter oder rechnerisch mit der des Auges in Übereinstimmung gebracht werden. Das Auge selbst wird in der Photometrie häufig als ein Instrument zum Vergleichen von Helligkeiten gebraucht, es kann Unterschiede von weniger als 2% in der Flächenhelligkeit zweier dicht aneinandergrenzender Flächen (wenn keine Farbunterschiede vorhanden sind) feststellen. Man hat gefunden, daß dieser Wert über einen weiten Helligkeitsbereich konstant bleibt, bei geringen Flächenhelligkeiten aber schnell zunimmt. Praktisch kann man photometrische Vergleiche mit beträchtlich mehr als 2% Genauigkeit durchführen, indem man das Mittel aus einer Anzahl von Bestimmungen nimmt, die möglichst rasch aufeinanderfolgend durchgeführt werden sollen.

8.10 Das Verhalten des Auges bei schwacher Intensität: die Empfindlichkeitsschwelle

Bei geringen Beleuchtungsstärken wird das Auge „dunkeladaptiert“ und seine Empfindlichkeit wächst stark an. Ein kleiner Teil dieser Änderung ist auf das Größerwerden der Pupille zurückzuführen, der bei weitem größere Teil hängt jedoch mit Veränderungen in der Netzhaut zusammen, die beträchtliche Zeit brauchen. Abb. 8.10 verdeutlicht dies und zeigt, daß das Auge eine halbe bis eine Stunde lang an die Dunkelheit gewöhnt werden muß, bevor man Arbeiten unternimmt, bei denen schwächste Lichteindrücke wahrgenommen werden sollen. Praktisch ist es am bequemsten, sich in einen mit Kunstlicht beleuchteten Raum zu begeben und dort die Beleuchtungsstärke in mehreren Schritten auf Null zu verringern; im CAVENDISH-Laboratorium wurde eine altmodische Gaslampe für diesen Zweck verwendet. Dunkeladaption kann auch erreicht – und im Hellen bewahrt – werden, indem man eine dicht schließende Schutzbrille mit roten Filtergläsern trägt.

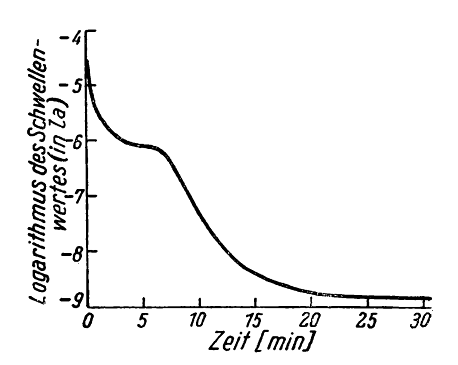


Abb. 8.10. Dunkeladaption des Auges nach HECHT und SCHLAER (1938). Die Ordinaten sind logarithmisch aufgetragene Werte der Schwellenhelligkeit für ein blaues Feld von 3° Durchmesser. Das Auge wurde vor dem Versuch hell adaptiert mit einer Flächenhelligkeit von 1,55 la

Abb. 8.11. Schwellenwerte der Intensität für die Wahrnehmung quadratischer Flächen, die dem (dunkel adaptierten) Auge unter verschiedenem Winkel erscheinen. (Nach REEVES 1918.)

Beim dunkeladaptierten Auge ist der in der Netzhaut vorherrschende Mechanismus ein anderer als bei normalen Beleuchtungsstärken; die Umstellung ist offenbar vollzogen, wenn die Flächenhelligkeit auf die eines diffusen Reflektors verringert ist, der mit ungefähr

$$10^{-4}\,\mathrm{la} = 1\,\mathrm{asb}$$

beleuchtet wird. Das dunkeladaptierte Auge ist bei etwa 5050 Å am empfindlichsten, und die relative Empfindlichkeit für rotes Licht ist viel geringer als normal (gestrichelte Linie in Abb. 8.9). Diese Verschiebung der Empfindlichkeit wird PURKINJE-Effekt genannt. Bei geringen Flächenhelligkeiten hört die Farbempfindlichkeit auf, und das Auflösungsvermögen des Auges ist stark verringert. Sehr schwache Objekte verschwinden dann, wenn man sie direkt betrachtet, denn die Fovea ist für schwaches Licht unempfindlich.[1]) Im Anhangsabschnitt 8.A 2 wird ein Wert für die geringste, vom Auge wahrnehmbare Lichtmenge angegeben und mit der Wirksamkeit anderer Empfänger verglichen werden.

Abb. 8.11 gibt die Größenordnung der Helligkeitsschwelle für ausgedehnte Objekte an. Die Kurve zeigt, daß ein Gegenstand, der sich über einen größeren Blickwinkel erstreckt, noch bei geringerer Flächenhelligkeit wahrgenommen werden kann als einer, der unter einem kleineren Winkel erscheint. Aus diesem Grunde ist es vorteilhaft, zur nächtlichen Beobachtung von terrestrischen Objekten ein geeignetes Fernrohr zu benutzen, obwohl das Fernrohr die Flächenhelligkeit nicht erhöht (vgl. die §§ 8.4 und 8.14).

8.11 Abbildende optische Systeme

In gewissen Fällen kann ein relativ einfaches optisches System ein Bild entwerfen, dessen Schärfe nur durch die Wellennatur des Lichtes begrenzt ist, oft stellt jedoch der Aufbau eines abbildenden Systems einen Kompromiß zwischen kompliziertem Aufbau und völliger Beherrschung der Abbildungsfehler dar. Es ist außerdem immer kostspielig, eine große Anzahl von Oberflächen einzusetzen, denn jede lichtbrechende Fläche ruft einen gewissen Lichtverlust durch Reflexion hervor. Und was noch wichtiger ist: Ein Teil des Verlustlichtes kann bei weiterer Reflexion Lichtflecke bilden oder den Kontrast des Bildes verschlechtern. Diese Effekte können durch reflexvermindernde Schichten (siehe § 8.23) sehr verringert werden.

8.12 Abbildungsfehler

Die einfache (GAUSSsche) Theorie der Linsensysteme gilt streng nur für Strahlen, die

a) sehr kleine Winkel mit der Achse bilden und

b) durch die (sphärischen) Oberflächen in sehr kleinem Abstand von der Achse hindurchtreten.

Diese Theorie entspricht einer Verwendung der Näherung

$$\sin\theta \approx \theta$$

[1]) Histologisch gesehen, enthält die Netzhaut zwei Sorten von Sehzellen: Die Zäpfchen, von denen man annimmt, daß sie bei hohem Beleuchtungsstärkeniveau wirksam sind, und die Stäbchen, die für das Sehen bei geringen Intensitäten verantwortlich sind. Die Zäpfchen sind in der Fovea am dichtesten angeordnet, während die Stäbchen dort fehlen oder wenigstens selten sind.

für die in der Berechnung vorkommenden Winkel. Der nächste Schritt ist dann die Benutzung der Näherung

$$\sin\theta \approx \theta - \frac{\theta^3}{3!}$$

(„Theorie 3. Ordnung"). Die dabei an der GAUSSschen Abbildung auftretenden Veränderungen sind von SEIDEL in Funktionen von gewissen Parametern eingeteilt worden, die in den Gleichungen 3. Grades für den Verlauf eines Strahles durch das System auftreten. Die SEIDELschen Abbildungsfehler können in dem von einem System entworfenen Bild im allgemeinen nicht voneinander getrennt werden. Sie sind indessen sowohl zur Beschreibung als auch für ins einzelne gehende Berechnungen von Nutzen, denn jeder dieser Fehler ändert sich in charakteristischer Weise mit der Linsenöffnung und mit der Schräge des Strahlenverlaufes, und es kommt häufig vor, daß die Verringerung von ein oder zwei speziellen Abbildungsfehlern die Hauptaufgabe eines optischen Systems darstellt.

Wir wollen annehmen, das von einem Linsensystem nach der GAUSSschen Optik entworfene Bild liege im Abstand h von der Achse; dann hängt die Längenabmessung des Streufleckes, der durch die SEIDELschen Abbildungsfehler in der Ebene des GAUSSschen Bildes verursacht wird, in folgender Weise vom Radius r der Eintrittspupille ab:

Sphärische Aberration .... proportional zu r^3
Koma .... proportional zu $r^2 \cdot h$
Krümmungsfehler (Astigmatismus und Bildfeldwölbung) .... proportional zu $r \cdot h^2$
Verzerrung .... proportional zu h^3

Die sphärische Aberration (Öffnungsfehler) ist von h unabhängig und tritt infolgedessen auch bei einem axialen Bild auf. Wenn wir uns von der Achse entfernen, tritt zuerst Koma in Form einer unsymmetrischen Unschärfe des Bildes auf. Für Bilder, die weiter von der Achse entfernt liegen, werden die Krümmungsfehler kennzeichnend. Sie sind besonders wichtig, wenn ein Strahl durch ein System mittlerer Apertur unter einem großen Winkel gegen die Achse hindurchtritt, wie in einem Okular oder bei photographischen Linsen, für die r und h beide groß werden können. Infolge des Astigmatismus läuft das Bündel der Bildstrahlen eines punktförmigen Objektes niemals durch ein punktförmiges Bild, sondern konzentriert sich nacheinander auf zwei „Brennlinien". Die beste Annäherung an ein punktförmiges Bild (die kleinste Streuscheibe) liegt zwischen diesen beiden Linien (Abb. 8.12).

Die Krümmungsfehler umfassen zwei unabhängige Parameter des Linsensystems: Einer von diesen Parametern bestimmt die Krümmung einer Fläche, die PETZVAL-Fläche genannt wird, und der andere ist maßgebend für die Abstände zwischen der PETZVAL-Fläche und den gekrümmten Flächen, in denen die tangentiale und die sagittale (radiale) Brennlinie liegen. Es wäre vorteilhaft, ein Linsensystem so aufzubauen, daß der Astigmatismus beseitigt wird, indem man die beiden Brennlinien in der PETZVAL-Fläche zu-

sammentreffen läßt und außerdem die Krümmung der PETZVAL-Fläche aufhebt; es ist aber oft nicht möglich, das zu erreichen. Der Konstrukteur versucht gewöhnlich, die kleinsten Streuscheiben in eine nahezu ebene Fläche zu legen.

Die von einem optischen System hervorgerufene Verzerrung ist von r unabhängig und tritt daher allgemein auf, auch wenn die Öffnung der Linse sehr klein ist. (Der Faktor bei h^3 hängt dagegen von der Lage der Aperturblende relativ zum System ab. Siehe unten.)

Bei optischen Systemen, an die höhere Ansprüche gestellt werden, wie etwa Kameralinsen mit großer Öffnung oder Hochleistungs-Mikroskopobjektive, werden Abbildungsfehler höherer als 3. Ordnung (zonale Fehler) sehr wesentlich, und der optische Aufbau basiert dann weitgehend auf einem Ausgleichen der Fehler höherer Ordnung gegen diejenigen niedrigerer Ordnung in einem begrenzten Bereich. Die Leistungsfähigkeit solcher Systeme wird gewöhnlich außerhalb des Bereiches, für dessen Beherrschung sie entwickelt wurden, rapid schlechter.

Zusätzlich zu diesen monochromatischen Abbildungsfehlern zeigen auf Brechung beruhende optische Systeme noch chromatische Aberration, die auf der Änderung des Brechungsindex mit der Wellenlänge beruht. Wenn eine Linse aus irgendeinem gewöhnlichen Glas hergestellt wird, ändert sich ihre Brennweite mindestens um anderthalb Prozent zwischen Rot und Violett, und wahrscheinlich stellt die chromatische Aberration (der Farbfehler) den auffälligsten Fehler einer Einzellinse mittlerer Öffnung bei der Benutzung mit weißem Licht dar. Ein aus zwei verschiedenen Glassorten hergestelltes Linsenpaar kann man in dem Sinne achromatisch machen, daß es sich für zwei ausgewählte Wellenlängen gleich verhält. Bei Betrachtungs-

Abb. 8.12. Astigmatismus
a) Die Darstellung zeigt die Entstehung einer astigmatischen Abbildung durch eine Linse. b) Die Darstellung zeigt die relative Lage folgender Flächen zueinander: Die GAUSSsche Bildebene G, in der das paraxiale Bild liegt; die PETZVAL-Fläche P; die Flächen S und T, in denen im normalen Fall mit unkorrigiertem oder unterkorrigiertem Astigmatismus das sagittale (radiale) und das tangentiale Bild liegen

instrumenten wählt man die roten ($\lambda = 6563$ Å) und die blauen ($\lambda = 4861$ Å) Strahlen; die Brechkraft des Systems erreicht dann im hellsten Bereich des Spektrums ein Maximum und ändert sich hier nur langsam. Der Unterschied zwischen der Brechkraft im Maximum und bei Rot und Blau liegt dann in der Größenordnung von 1/2500. Es ist nur selten erforderlich, ein System für drei Farben zu korrigieren (apochromatische Korrektion) oder im ultravioletten Gebiet achromatische Linsen zu verwenden, es sind aber schon Quarz-Fluorit-Paare geringer Größe für diesen Zweck eingesetzt worden.

In die Bedingung für Achromasie eines Linsenpaares gehen nur die Linsenstärke und das Dispersionsvermögen der Glassorten ein, die anderen Parameter der Linsen kann man variieren, um dadurch die monochromatischen Fehler zu verringern. Insbesondere kann die sphärische Aberration 3. Ordnung für eine bestimmte Lage von Objekt und Bild beseitigt werden.

Achromasie in einem eingeschränkten Sinne, wie man ihn bei Okularen anwendet, kann man durch eine Kombination getrennter Linsen aus dem gleichen Glas erhalten: Die *Leistung* des Systems ist dabei für alle Farben die gleiche, aber die *Lage* der Brennpunkte und der Hauptebenen ist von Wellenlänge zu Wellenlänge verschieden.

Wenn Linsen bei Laboratoriumsversuchen verwendet werden, dann soll man sie im Hinblick auf Verringerung der Abbildungsfehler aussuchen und anordnen. Die sphärische Aberration einer Linse wird am kleinsten, wenn die Winkelablenkung eines Strahles so gleichmäßig wie möglich auf die brechenden Oberflächen verteilt wird. Eine weitere Verringerung kann man erzielen, wenn die Ablenkung auf die Oberflächen von zwei oder mehr Linsen verteilt wird. Ein einfaches Beispiel stellt die übliche Konstruktion eines Lampenkondensors dar (siehe Abb. 8.5), denn bei Verwendung von Glas mit einem Brechungsindex von etwa 1,5 wird nahezu das Minimum des Öffnungsfehlers erreicht, wenn paralleles Licht auf die konvexe Seite einer plankonvexen Linse fällt. Zwei solcher Linsen so angeordnet, daß ihre konvexen Flächen aneinanderstoßen, bilden ein System mit nahezu minimalem Abbildungsfehler für den Fall, daß Objekt und Bild an den Stellen liegen, die den Brennebenen der (getrennten) Einzellinsen entsprechen.

Die Lage der Aperturblende hat einen bedeutenden Einfluß auf die Abbildungsfehler eines Linsensystems bei Schrägeinstrahlung. Eine symmetrische Linse oder ein ebensolches Linsensystem mit einer Blende in seinem optischen Zentrum ist automatisch frei von Verzerrung, Koma und seitlicher chromatischer Aberration, wenn es symmetrisch benutzt wird, wie etwa beim Kopieren von Photographien in Originalgröße. Man findet oft, daß die genannten Abbildungsfehler bei einem derartigen System auch dann klein sind, wenn es nicht in ganz symmetrischer Anordnung benutzt wird.

Den Astigmatismus einer Linse kann man für eine bestimmte Lage von Gegenstand und Bild dadurch unterdrücken, daß man eine besondere Stellung für die Blende – außerhalb des optischen Zentrums – wählt, so daß die von verschiedenen Teilen des Objektes herkommenden Strahlenbündel durch verschiedene Bereiche der Linsen abgelenkt werden. Wenn man auf diese

Weise das tangentiale und das sagittale Bild zusammengeführt hat, liegt das Bild auf der – gewöhnlich merklich gekrümmten – PETZVAL-Fläche.

Wahlweise kann man auch die Lage einer Blende danach festlegen, daß sich der Komafehler einer geeignet geformten Linse gegen den Öffnungsfehler ausgleicht und der Astigmatismus überkorrigiert wird, was ein brauchbares Bild auf einer ebenen Platte gibt. In dieser Weise abgeblendete konvexkonkave Linsen haben für billige Kameras mit Öffnungsverhältnissen bis $f/11$ ziemlich verbreitete Verwendung gefunden (Abb. 8.13).

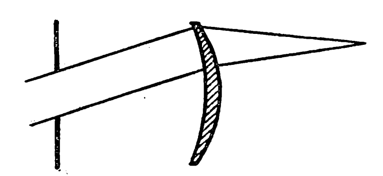


Abb. 8.13. Einsatz einer Blende zur Regelung der Aberration. Die Blende bewirkt hier, daß schräg einfallende Strahlen nur auf den Rand der Linse treffen können. Dabei wird der Komafehler gegen die starke sphärische Aberration der Meniskuslinse ausgeglichen

Wir wollen nun einige der wichtigsten abbildenden Systeme betrachten.

8.13 Fernrohrobjektive

Die normale Aufgabe solcher Linsensysteme besteht darin, nahezu parallele Strahlen von entfernten Objekten aufzufangen und am Brennpunkt zur Vereinigung zu bringen. Sie arbeiten mit Brennweitenverhältnissen in der Größenordnung von $f/15$ bis $f/8$ und erfassen Winkelbereiche von wenigen Grad (z. B. $\pm 1°$ bis $5°$). Dies sind hinsichtlich einer Beherrschung der Abbildungsfehler ziemlich einfache Bedingungen, und tatsächlich wird jedes beliebige, richtig entworfene und gut gebaute Objektiv das Bild eines Sternes umgeben von seinen Beugungsringen zeigen, so daß die Leistungsfähigkeit also mehr durch die Wellennatur des Lichtes begrenzt wird als durch Abbildungsfehler. Bei Objektiven geringerer Qualität ist die Begrenzung im allgemeinen durch die Inhomogenität des Glases und durch örtliche Bearbeitungsungenauigkeiten gegeben; teuere astronomische Objektive werden stellenweise von Hand bearbeitet, um Inhomogenitäten auszugleichen. In diesem Falle können die letzten Korrekturen der sphärischen Form während der manuellen Nachbearbeitung angebracht werden, so daß schließlich die Oberflächen nur sehr wenig asphärisch sind.

Gewöhnliche Fernrohrobjektive sind Linsenpaare, hergestellt aus Kronglas (konvergente Linse) und Flintglas (divergente Linse); bei kleineren Objektiven sind die Partner miteinander verkittet, um so zwei Luft-Glas-Übergangsflächen zu vermeiden, die sonst Licht reflektieren würden. Bei zwei vorgegebenen Glassorten hat der Konstrukteur vier Parameter zur Verfügung (die Radien von vier Oberflächen), außerdem kann er die Linsendicke verändern und bei einem unverkitteten Objektiv die Größe des Luftspaltes. Wenn man nur die Radien als Variable betrachtet (d. h. wenn man mit der Näherung für dünne Linsen rechnet), ergibt die Bedingung einer vorgeschriebenen Brennweite die erste Beziehung zwischen den Variablen und die Achromasiebedingung ergibt die zweite. Wenn die Linsen verkittet werden sollen, müssen der zweite und der dritte Radius übereinstimmen; der dann

noch verbleibende eine Freiheitsgrad wird üblicherweise dazu benutzt, die sphärische Aberration (von 3. Ordnung) Null zu machen für eine bestimmte (im allgemeinen die unendliche) Objektentfernung[1]). Wenn die Linsen nicht verkittet werden, kann man den zusätzlichen Freiheitsgrad dazu verwenden, den Komafehler zu beseitigen; dieses Ergebnis kann man auch bei einem verkitteten Linsenpaar erreichen, wenn man die Brechungseigenschaften der Gläser als verfügbare Variable behandelt. Astigmatismus, Bildfeldwölbung und Verzerrung werden gewöhnlich beim Entwurf von Fernrohrobjektiven nicht betrachtet, sie verursachen in den praktisch verwendeten Winkelbereichen nur geringe Störeffekte.

8.14 Die Auswahl und Verwendung eines Fernrohres

Je nachdem, ob ein Fernrohr (Teleskop) dazu benutzt wird, entfernte Gegenstände zu betrachten, oder ob es einen Teil eines optischen Systems bildet, wie z. B. beim Spektrometer, muß man die Eigenschaften des Fernrohres unter Berücksichtigung folgender Gesichtspunkte auswählen:

a) Das durch das Instrument hindurchtretende Strahlenbündel ist durch die Eintrittspupille begrenzt, die meist von der Fassung des Objektivs gebildet wird, sowie durch die zugehörige Austrittspupille, die das Bild der Objektivfassung, abgebildet durch das übrige optische System, darstellt. Diese Austrittspupille liegt gewöhnlich dicht hinter dem Okular, und ihr Durchmesser beträgt:
   Objektivdurchmesser, dividiert durch lineare Vergrößerung.

b) Die Winkelauflösung des Fernrohres ist gegeben durch:
   $1{,}22 \cdot \lambda$, dividiert durch den Durchmesser des in das Instrument eintretenden Strahlenbündels.

   Der Nenner ist dabei gleich dem Objektivdurchmesser, solange die vom Instrument gebildete Austrittspupille *kleiner* ist als die Pupille im Auge des Beobachters. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, wirkt die Augenpupille als Öffnungsbegrenzung, und das Objektiv wird nicht voll ausgenutzt.

c) Die Flächenhelligkeit des Bildes einer Lichtquelle, die eine noch auflösbare Winkelgröße besitzt, ist gleich derjenigen der Lichtquelle selbst (abzüglich der Durchgangsverluste), falls die Austrittspupille des Instrumentes *größer* ist als die Pupille im Auge des Beobachters. Man spricht von „normaler Vergrößerung" des Fernrohres, wenn die Austrittspupille gerade gleich der Augenpupille ist (etwa 8 mm Durchmesser beim dunkeladaptierten Auge). Die Vergrößerung beträgt dann ungefähr 1,2 je cm Objektivdurchmesser.

Fernrohre mit geringerer als normaler Vergrößerung werden nur als Hilfsmittel zur nächtlichen Beobachtung von terrestrischen Objekten benutzt;

---

[1]) Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Abbildungsfehler 1. Ordnung gegen diejenigen höherer Ordnung auszugleichen, um so eine höhere Leistungsfähigkeit im Gesamtbereich zu erzielen; vgl. z. B. Dimitrov und Baker (1947) S. 29.

man tut dies, um eine große Austrittspupille zu erhalten, so daß sich das Auge noch etwas relativ zum Fernrohr bewegen kann, ohne daß das Bild an Flächenhelligkeit verliert. Für andere Zwecke ist es vorzuziehen, die Vergrößerung über den Normalwert zu erhöhen, wobei man eine bessere Winkelauflösung auf Kosten der Flächenhelligkeit erhält. Es ist leicht auszurechnen, daß die Winkelauflösung des Fernrohres ($1{,}22 \cdot \lambda/d$, gemessen im Gegenstandsraum) dann der Auflösungsgrenze des Auges (etwa 1′ im Bildraum) entspricht, wenn die Vergrößerung so gewählt ist, daß die Austrittspupille etwa 2 mm Durchmesser besitzt. Dies ist wahrscheinlich der günstigste Wert für die meisten instrumentellen Anwendungen von Fernrohren. Er entspricht einer Vergrößerung von etwa 5mal dem Objektivdurchmesser in Zentimetern.

Die Winkeldurchmesser von Sternen liegen immer unter der Auflösungsgrenze, aber man sieht das Beugungsscheibchen, wenn die Vergrößerung höher ist, als eben angegeben.

Wenn das Beugungsscheibchen eines Sternes vom Auge nicht aufgelöst wird, dann wächst die Helligkeit eines durch das Fernrohr betrachteten Sternes nur im Verhältnis der Fläche des Objektivs zur Fläche der Augenpupille an und ist von der Vergrößerung unabhängig. Wenn das Beugungsscheibchen aufgelöst wird, ist es unmöglich, seine Helligkeit mit der des nicht aufgelösten, mit bloßem Auge betrachteten Sternes zu vergleichen, man kann aber zeigen, daß die Flächenhelligkeit des Scheibchens sich mit dem Quadrat der Objektivfläche und umgekehrt zum Quadrat der linearen Vergrößerung ändert.

Die Astronomen benutzen vielfach Vergrößerungen, die weit über der normalen Vergrößerung liegen und die beträchtlich größer sind als das zur Beobachtung des Beugungsscheibchens erforderliche Minimum (z. B. 20fache Vergrößerung je Zentimeter Öffnung, entsprechend einer Austrittspupille von $^1/_2$ mm). Die allgemeine Flächenhelligkeit des Himmels, der sich wie ein ausgedehntes Objekt verhält, wird dabei verringert und die visuelle Auflösung von Objekten wie Doppelsternen wird erleichtert, weil die entstehenden Beugungsbilder besser vom Auge geprüft werden können.

8.15 Mikroskopobjektive

Das Auflösungsvermögen eines Mikroskopobjektivs hängt hauptsächlich vom Öffnungswinkel des Strahlenkegels ab, der von einem Objektpunkt ausgehend in die Linse eintreten kann. Bei Mikroskopobjektiven haben wir es deshalb im Gegenstandsraum mit Strahlen zu tun, die sehr große Winkel mit der Achse bilden; es wird von ihnen aber nur verlangt, daß sie Bilder von sehr nahe der Achse gelegenen Punkten entwerfen. Die Beseitigung der sphärischen Aberrationen liefert daher den Schlüssel für den Aufbau dieser Linsensysteme.

Hochleistungs-Mikroskopobjektive sind üblicherweise dafür berechnet, daß bei ihrer Benutzung die Frontlinse mit dem Objekt durch ein Medium mit gleichmäßigem Brechungsindex n verbunden ist (Immersionsobjektive). Zwischen das Deckglas und das Objektiv wird hierzu ein Tropfen Zedernholzöl (oder ein synthetischer Ersatz) gebracht, und das Objekt wird in ein Medium

von gleichem Brechungsindex (z. B. Kanadabalsam) eingebettet. Das Auflösungsvermögen eines trocken verwendeten Mikroskopobjektivs ist

$$\frac{\lambda_L}{\sin\theta},$$

wo λ_L die Wellenlänge des Lichtes in Luft bedeutet; θ ist der halbe Öffnungswinkel des in das Objektiv einfallenden Strahlenkegels. Das Auflösungsvermögen steigt auf

$$\frac{\lambda_L}{n \cdot \sin\theta}$$

durch eine homogene Immersion vom Brechungsindex n; den Nenner $n \cdot \sin\theta$ nennt man die Numerische Apertur des Objektivs. Eine Ölimmersion bringt weiter den Vorteil, daß der Aufbau des Objektivs stark vereinfacht wird und die störende Auswirkung von Dickenänderungen des Deckglases auf den Korrekturzustand des Systems beseitigt wird.

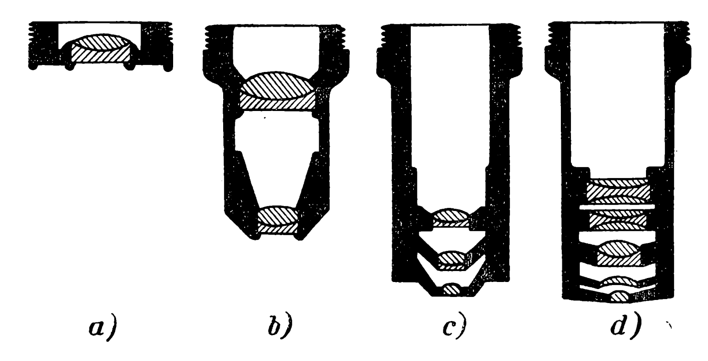


Abb. 8.14. Der Aufbau von Mikroskopobjektiven
a) Vergrößerung 3fach, Brennweite 2 Zoll, Numerische Apertur 0,1. b) Vergrößerung 10fach, Brennweite 16 mm, Numerische Apertur 0,25. c) Vergrößerung 40fach, Brennweite 4 mm, Numerische Apertur 0,65. d) Vergrößerung 80fach, Brennweite 2mm, Numerische Apertur 1,4, apochromatisch

Die Abb. 8.14 zeigt die üblichen Konstruktionen für Linsensysteme verschiedener Stärken, und die Tafel 8.4 gibt einige Daten für ihre Leistungsfähigkeiten an. Bei vielen Hochleistungsobjektiven hat man die Korrektionen durch Einsatz von Fluorit für die Frontlinsen verbessert, der eine extrem niedrige Dispersion besitzt. Man hat auch „apochromatische“ Linsensysteme gebaut, bei denen zusätzliche zusammengesetzte Linsen dazu verwendet werden, eine bessere Farbkorrektur zu erreichen (gleiche Brechkraft für drei Farben, Korrektur der sphärischen Aberration und des Komafehlers für zwei Farben) und gleichzeitig eine etwas höhere Numerische Apertur zu bekommen. Apochromatische Objektive zeigen Vergrößerungsunterschiede für die verschiedenen Farben, was man durch Verwendung eines Spezialokulars ausgleichen muß.

Tafel 8.4

Beispiele für die Leistung von Mikroskopobjektiven

Bezeichnung	Übliche Vergrößerung	Numerische Apertur	Wellentheoret. Schärfentiefe [μ]	Augenanpassungs-Schärfentiefe [1]) [μ]	Betrachtungsabstand [mm]
2 Zoll, achromatisch......	3	0,1	50	250	—
2/3 Zoll (16 mm), achromatisch.................	10	0,25	12,5	25	—
4 mm, achromatisch......	40	0,65	1,1	1,5	0,6
4 mm, apochromatisch ...	40	0,9	0,4	1,5	0,1
2 mm, Fluorit (Ölimmersion)	80	1,3	0,3	0,4	0,3
2 mm, apochromatisch (Ölimmersion)	90	1,4	0,2	0,4	0,25

Das Gesichtsfeld eines Mikroskops ist immer durch das Okular bestimmt, und zwar beträgt es:

Deutliche Sehweite (250 mm) mal doppelter Tangens des halben Okularblickwinkels, das Produkt dividiert durch die Normalvergrößerung des Gesamtsystems.

Für normale Fälle wird dies etwa gleich 130 mm dividiert durch die Vergrößerung.

Die Firma Cooke hat ein Fluoritobjektiv mit besonders großem Betrachtungsabstand in den Handel gebracht, das für die Untersuchung von Kernspuren in dicken photographischen Emulsionen (vgl. § 10.18) wertvoll geworden ist. Weiter ist ein Spiegelzusatzgerät entwickelt worden und jetzt käuflich, das den Betrachtungsabstand eines Hochleistungs-Trockenobjektivs erheblich verlängert. Es war für die Untersuchung von Oberflächen im Innern von Vakuumröhren vorgesehen und ist auch schon für Arbeiten mit Kernemulsionen eingesetzt worden (Dyson 1949).

Die nach wellentheoretischen Überlegungen berechnete Schärfentiefe eines Mikroskopobjektivs hängt vom Öffnungswinkel (auf beiden Seiten der Achse halber Öffnungswinkel gleich θ) des vom Objektiv erfaßten Strahlenbündels ab. Sie beträgt

$$\pm \frac{\lambda}{8 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

oder grob genähert

$$\frac{\lambda \cdot n}{2 \cdot A^2}$$

mit der numerischen Apertur A. Es gibt noch eine andere, bei geringen Vergrößerungen wichtige Schärfentiefe, die von der Akkomodation des Auges des Beobachters abhängt. Diese beträgt (in μ)

$$\frac{10^8 \cdot n}{16 \cdot M^2 \cdot \vartheta},$$

[1]) Okular 10fach.

wo M die Gesamtvergrößerung ist und ϑ den durch die Akkomodationsfähigkeit des Auges bestimmten kürzesten Abstand (in cm) bedeutet. Diese Art der Schärfentiefe kann selbstverständlich nicht ausgenutzt werden, wenn das Mikroskop zur Photographie eingesetzt wird. Die in der Tafel 8.4 angeführten Schärfentiefewerte sind nach diesen Formeln berechnet.

Außer ihrer üblichen Anwendung kann man Mikroskopobjektive auch mit umgekehrtem Strahlengang benutzen, wenn man ein sehr kleines, genaues Bild eines Objektes schaffen will, beispielsweise einer Lichtquelle. Die Abb. 8.15 zeigt das optische System eines einfachen Mikrophotometers zum Messen der Schwärzungsunterschiede einer photographischen Platte; hier wird ein Mikroskopobjektiv mit umgekehrtem Strahlengang benutzt.

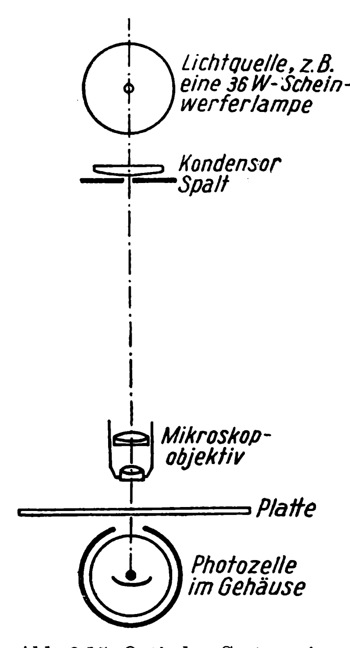


Abb. 8.15. Optisches System eines Mikrophotometers, das ein Mikroskopobjektiv zum Entwerfen eines verkleinerten Bildes des Spaltes auf der photographischen Platte benutzt

8.16 Mikroskopbeleuchtung

Ein wirksamer Einsatz des Mikroskops, vor allem bei hohen Vergrößerungen, hängt sehr stark von der ordnungsmäßigen Beleuchtung des Objektes ab. Wenn wir uns mit dem gewöhnlichen Fall eines durchsichtigen Objektes beschäftigen, zeigt uns die von ABBE eingeführte, von den Beugungsspektren ausgehende Betrachtungsweise des Mikroskopauflösungsvermögens, daß die Auflösung einer Gitterstruktur im Objekt davon abhängt, daß auch die abgebeugten Strahlen in das optische System eintreten, da diese tatsächlich die die Struktur kennzeichnende Information tragen. Wenn das Objekt von einem achsparallelen Strahl beleuchtet wird, erhält man die Auflösungsbedingung

$$d = \frac{\lambda}{n \cdot \sin\theta}\ ^{1)}$$

für den Fall, daß die beiden ersten abgebeugten Strahlen in das Objektiv fallen (Abb. 8.16a). Wenn die Beleuchtungsstrahlen so in das Objektiv einfallen, wie in Abb. 8.16b dargestellt, können wir eine Auflösung durch den zentralen und einen seitlich abgebeugten Strahl erhalten, was

$$d = \frac{\lambda}{2 \cdot n \cdot \sin\theta}$$

[1]) Im Original steht irrtümlich $\lambda \cdot \sin\theta$ statt $\lambda/\sin\theta$. Es dürfte auch günstiger sein, für den allgemeinen Fall (Immersionsobjektive) den Einfluß des Brechungsindex n mit anzugeben. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

ergibt. Das Auflösungsvermögen des Objektivs wird also verdoppelt. Praktisch beleuchtet man – um Strukturen, die in beliebiger Richtung verlaufen, auflösen zu können – das Objekt mit einem räumlichen Strahlenkegel, und aus der Abb. 8.16c geht hervor, daß für maximales Auflösungsvermögen der Beleuchtungskegel einen ebenso großen Öffnungswinkel haben muß wie der vom Objektiv erfaßte Strahlenkegel.

Das normale Beleuchtungssystem für ein Mikroskop besteht aus einem Kondensor, der mit Abstands- und Zentrierungseinstellungen auf einem Untergestell angebracht ist. Man kann als Kondensor ein Mikroskopobjektiv verwenden; da die Lichtquelle aber stets beträchtliche Ausdehnung besitzt, ist es nicht nötig, ein völlig aberrationsfreies Bild zu entwerfen, und die hohe

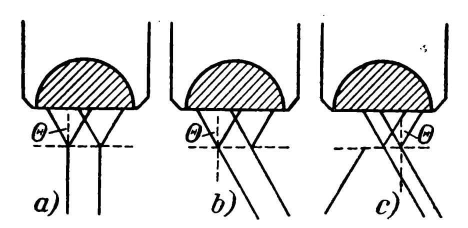


Abb. 8.16. Schematische Darstellung des Prinzips der Mikroskopbeleuchtung und ihrer Auswirkung auf die Auflösung. a) Beleuchtung durch achsparallele Strahlen; b) Beleuchtung durch schräge Parallelstrahlen; c) Räumlicher Winkel des Beleuchtungskegels

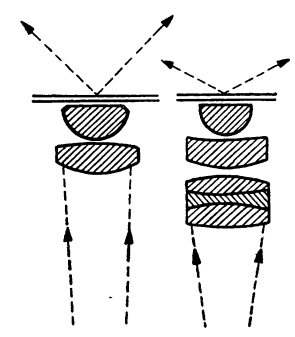


Abb. 8.17. Beim Mikroskop verwendete Kondensorsysteme

Korrektur eines solchen Objektivs würde es zu einem unnötig teuren Kondensor machen. Außerdem gestatten die Korrekturen bei einem Hochleistungs-Trockenobjektiv nur die Anwendung eines dünnen Deckgläschens über dem Objekt und würden durch Einführung eines gläsernen Objektträgers von normaler Dicke völlig verdorben werden. Es werden daher besondere Kondensoren für den Einsatz auf dem Untergestell geliefert. Die beiden in der Abb. 8.17 dargestellten Systeme unterscheiden sich im Grad der bei ihnen durchgeführten sphärischen und chromatischen Korrektur. Es ist zu beachten, daß bei Verwendung eines Ölimmersionsobjektivs die Erzeugung eines voll ausleuchtenden Kegels verlangt, daß dann auch der Kondensor als Ölimmersionssystem konstruiert und eingesetzt wird.

Bei eiligen Arbeiten, bei denen nur eine erheblich verringerte Leistung des Objektivs verlangt wird, läßt man manchmal das Öl zwischen Kondensor und Objektträger fort (das Immersionsobjektiv selbst kann selbstverständlich nicht ohne Öl benutzt werden).

8.17 Der Gebrauch des Mikroskops

Die Abb. 8.18 zeigt in schematischer Darstellung ein gewöhnliches Mikroskop mit seinen Einstellvorrichtungen. Für Arbeiten bei sehr geringer Ver-

größerung kann man das Bild des Kolbens einer mattierten oder besser einer Opalglaslampe mit Hilfe eines unterhalb des Objekttisches angebrachten Konkavspiegels grob auf das Objekt einrichten; für alle anderen Zwecke benutzt man eines der Kondensorsysteme nach Abb. 8.17. Als Lichtquelle kann eine Opalglaslampe in einem Abschirmkasten dienen; für hohe Vergrößerungen und bei ziemlich undurchsichtigen Objekten ist eine Lichtquelle mit großer Leuchtdichte – wie etwa ein Glühfaden (vorzugsweise einer Niederspannungslampe mit hoher Stromstärke) oder ein Hochdruck-Quecksilberbogen – in Verbindung mit einer Linse einzusetzen, die ein Bild der Lichtquelle auf dem Kondensor entwirft. Diese Linse erscheint mit der Flächenhelligkeit der Lichtquelle ausgeleuchtet.[1]) Die Lichtquelle soll mit einer

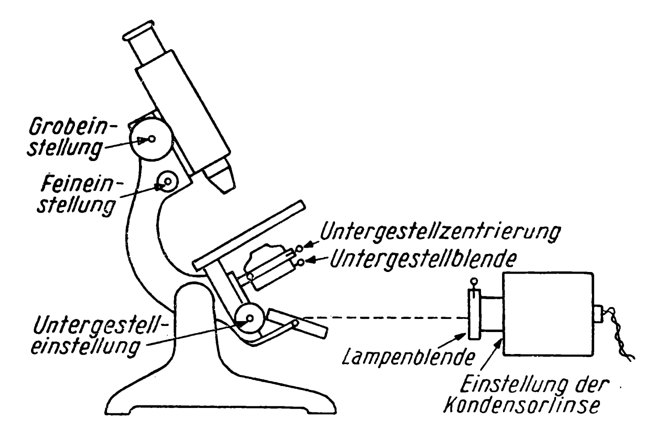


Abb. 8.18. Die Einstellungen am Mikroskop. Man kann auch eine Lampe ohne Kondensorlinse verwenden; in diesem Falle muß die Lampe einen Opalkolben besitzen, und man muß eine Blende anbringen

Irisblende ausgerüstet sein. Das Licht wird – gewöhnlich mit Hilfe eines einstellbaren Planspiegels – in den Kondensor geleitet, der in der Objektebene ein Bild der primären oder der sekundären Lichtquelle (Lampe bzw. Linse) entwirft.

Beim Einrichten des Mikroskops soll der Kondensor zunächst nahezu zur Berührung mit dem Objektträger gebracht werden; falls man ein Immersionsobjektiv verwendet, muß ein Tropfen Öl zwischen die Stirnfläche des Kondensors und den Objektträger eingeführt werden. Das Mikroskop wird dann auf das Objekt eingestellt, wobei man eine geringe Vergrößerung anwendet (z. B. ein $^2/_3$- oder 1-Zoll-Objektiv), und nun wird der Kondensor so eingerichtet, daß er ein Bild der Lichtquelle auf dem Objekt entwirft. Wenn man das Okular entfernt und dann in das Rohr (Tubus) sieht, soll man die Hinterlinse des

[1]) Ein solches System benutzt man auch für Mikrophotographie. Lampengehäuse mit eingebauten Projektionslinsen sind käuflich zu haben.

Objektivs ganz mit Licht ausgefüllt sehen. Jetzt wird die Irisblende des Kondensors teilweise geschlossen, man soll dabei das Bild dieser Blende konzentrisch zum Objektiv sehen.[1]) Der Kondensor wird mit seinen Einstellschrauben zentriert, bis dies erreicht ist.

Die volle Auflösung eines Objektivs wird dann erhalten, wenn sein Öffnungswinkel voll mit Licht gefüllt ist, man hat daher die Irisblende des Kondensors dementsprechend einzustellen. Wenn sie zu weit geöffnet ist, wird überflüssiges Licht in das Blickfeld geworfen, das den Kontrast verschlechtert. Die Öffnung dieser Irisblende ist also bei kritischen mikroskopischen Arbeiten von Bedeutung, es kann auch Regelung während einer Beobachtung erforderlich werden. Um noch weitergehend Streulicht zu vermeiden, kann es nämlich notwendig sein, die Irisblende der Lampe so einzustellen, daß nur der kleine, gerade genau zu beobachtende Bereich des Blickfeldes beleuchtet wird. Man braucht einen gut korrigierten Kondensor zum Entwerfen eines kleines Bildes der Lichtquelle mit einem Beleuchtungskegel großen Öffnungswinkels.

Wenn die Beleuchtung eingeregelt ist, wird das Mikroskop scharf eingestellt. Die Schärfentiefe unter verschiedenen Bedingungen ist in der Tafel 8.4 angegeben; beim Einsatz hoher Vergrößerungen ist es gewöhnlich erforderlich, höher und tiefer einzustellen, um aufeinanderfolgende Schichten eines durchsichtigen Objektes zu untersuchen.

8.18 Okulare

Die Bedingungen für das Entwerfen des Bildes im Okular sind beim Fernrohr und beim Mikroskop nahezu die gleichen: Vom Objektiv kommen Lichtkegel mit kleinem Öffnungswinkel, und das endgültige Bild wird irgendwo zwischen dem Unendlichen und der kleinsten deutlichen Sehweite entworfen. Bei monokularen Instrumenten ist es zum mindesten ermüdend, das Bild im Unendlichen (oder am Fernpunkt des Auges) liegen zu haben.

Das Instrument soll langsam eingestellt werden, wobei man im Falle eines Mikroskops die letzte Bewegung abwärts machen oder beim Fernrohr das Okular zuletzt hineinschieben soll. Die Einstellung auf Unendlich wird geprüft, indem man nach einem fernen Gegenstand sieht und dann den Blick plötzlich auf das Bild im Instrument richtet, das dabei sofort scharf gesehen werden soll. Wenn ein Fadenkreuz mit besonderer Scharfstellung vorhanden ist, soll man diese zuerst in der eben geschilderten Weise einstellen, wobei man das Hauptbild weit außerhalb der Schärfe hält; danach wird das Gesamtinstrument so eingestellt, daß das Bild mit dem Fadenkreuz zusammenfällt. Bei binokularen Instrumenten, bei denen die beiden Blickrichtungen konvergent verlaufen, soll man die Bilder nicht im Unendlichen entwerfen, sondern näher an den Augen, da Konvergenz und Akkomodation psychologisch miteinander gekoppelt sind.

---

[1]) Ein anderes, empfindlicheres Verfahren besteht darin, das Bild dieser Blende mit dem Mikroskop zu betrachten, wobei man ein Okular benutzt, ein Objektiv mit geringer Vergrößerung wählt und den Mikroskoptubus sehr weit auszieht.

Das scheinbare Gesichtsfeld eines Okulars umfaßt gewöhnlich weniger als $\pm 20°$, bei einigen Sonderkonstruktionen ist es bis auf ungefähr $\pm 35°$ gebracht worden.

Die Korrektion für schrägen Strahlengang hängt bei einem Okular von der Lage seiner Aperturblende ab, die normalerweise vom Objektiv des Instrumentes gebildet wird. Der genaue Aufbau des Okulars ist deshalb vom Verhältnis seiner Brennweite zur Tubuslänge des Instrumentes abhängig. Die dadurch verursachten Veränderungen sind aber nicht sehr wesentlich, außer im Falle von Okularen geringer Stärke, so daß man Okulare vielfach als austauschbare optische Einheiten ansehen kann, die für die Verwendung in verschiedenen Instrumenten gleichermaßen zur Verfügung stehen.[1])

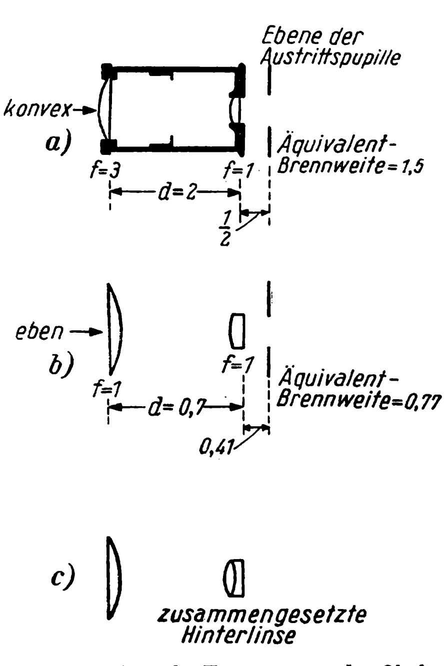


Abb. 8.19. Typische Formen normaler Okulare. a) HUYGHENS; b) RAMSDEN; c) KELLNER

Die gewöhnlichen Okulare sind aus den traditionellen Formen nach HUYGHENS und nach RAMSDEN entwickelt worden (Abb. 8.19). Bei den ersteren liegt die erste Brennebene innerhalb des Okulars, so daß man kein Fadenkreuz in dieser Ebene anbringen kann. HUYGHENSsche Okulare werden vorzugsweise in die üblichen Mikroskope für biologische Zwecke eingesetzt, wobei man einfache Markierungen, z. B. kurze Skalen oder Quadratteilungen zum Zählen von Blutkörperchen, in der Brennebene der Hinterlinse anbringt und nur durch diese Linse betrachtet. Die Abbildungsfehler der Hinterlinse sind dann im Bild der Markierung sehr deutlich, vor allem in den äußeren Bereichen des Gesichtsfeldes.

Für genaues Visieren, insbesondere bei Verwendung eines Mikrometers mit wandernder Marke, braucht man das RAMSDEN-Okular mit außerhalb liegendem Hauptbrennpunkt. Ein in dieser Weise benutztes Mikrometer ist von jeglicher vom Okular herrührender Verzerrung unabhängig, da man das Fadenkreuz und das Bild genau in gleicher Weise betrachtet und die vom

[1]) Die Außendurchmesser der Okulare sind auf 28,3 mm für Mikroskope und auf 31,8 mm für Fernrohre genormt worden.

Objektiv herrührende Verzerrung gewöhnlich sowohl bei Fernrohren als auch bei Mikroskopen vernachlässigbar ist.

Das HUYGHENS-Okular besitzt Eigen-Farbkorrektur in dem Sinne, daß es für alle Farben die gleiche Brennweite und daher auch die gleiche Vergrößerung besitzt (außer den Kompensationsokularen für apochromatische Objektive; vgl. § 8.15). Das nach Abb. 8.19b aufgebaute RAMSDEN-Okular ist nicht vollständig frei von Farbfehlern. Man kann eine chromatische Korrektur durch Verwendung eines verkitteten Linsenpaares als Hinterlinse vornehmen (KELLNER-Okular, Abb. 8.19c), man muß dann aber besondere Vorkehrungen treffen, um die Krümmungsfehler des Okulars zu beherrschen, was man durch passende Wahl der Glassorten für die Hinterlinse erreichen kann. Hierfür werden Gläser mit geringem Unterschied im Brechungsindex benötigt, gewöhnlich wird Bariumglas benutzt. Derartige Okulare sind in Prismenfeldstechern und in kleinen Zielfernrohren üblich, manchmal werden sie auch beim Mikroskop eingesetzt.

Mit den beschriebenen Okularen kommt man für die meisten Laboratoriumszwecke aus; weiterentwickelte Konstruktionen werden manchmal dazu eingesetzt, einen großen Blickwinkel zu erfassen. Okulare mit sehr hoher Vergrößerung andererseits erfassen nur einen sehr kleinen Bereich des zunächst vom Objektiv entworfenen Bildes, es ist in diesem Falle nicht erforderlich, eine Vorderlinse zu benutzen; das Okular besteht dann lediglich aus einer korrigierten Hinterlinse, wofür manchmal ein verkittetes Triplet verwendet wird.

8.19 Photographische Objektive

Diese Linsensysteme sind relativ kompliziert aufgebaute Kombinationen[1]), oft mit sehr großer Öffnung, die dazu bestimmt sind, auf einer einem ziemlich großen Blickfeld entsprechenden ebenen Platte eine Abbildungsschärfe zu erzeugen, die mit der Auflösung einer normalen photographischen Emulsion vergleichbar ist (siehe Tafel 8.5).

Der Entwurf photographischer Linsensysteme erfordert vielfaches Ausgleichen von Abbildungsfehlern, wobei noch über die Bildfehlertheorie 3. Ordnung hinausgegangen werden muß. Es leuchtet ein, daß die unterschiedlichen Linsensysteme verschiedenartigen Kompromissen bei der Konstruktion entsprechen; kein normales photographisches Objektiv besitzt bei Verwendung mit voller Öffnung eine nur durch die Beugungserscheinungen begrenzte Abbildungsschärfe. Viele photographische Linsensysteme können Bilder liefern, die an die durch die Beugung[2]) gegebene natürliche Begrenzung heran-

[1]) Vgl. COX (1943) sowie COX und MARTIN (1945).

[2]) Das Beugungsscheibchen besitzt einen *Durchmesser* von

$$2{,}4 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{D} = 2{,}4 \cdot \lambda \cdot F,$$

wo F das Brennweitenverhältnis bedeutet. Dieser Durchmesser kann zu 12 μ angenommen werden, wenn das Objektiv mit der relativen Öffnung $f/10$ gebraucht wird, und zu 5 μ bei $f/4{,}5$.

Tafel 8.5

Beispiele für die Leistung photographischer Linsensysteme[1])

Bezeichnung	Brennweite [cm]	Brennweite [Zoll]	Blickfeld [± Grad]	relative Öffnung F
Linsensysteme für allgemeine Zwecke, meist Triplets oder vom Typ Tessar	1,5 bis 5	—	24	2,7
	5,0 bis 30	—	26	4,5
	50 bis 70	—	20	5,0
Spezialobjektive:				
Teleobjektive, Luftaufnahmen usw. T. T. H. Aviar	15 bis 40 und länger	6 bis 15	26	4,5
T. T. H. COOKE, Serie IX, mit apochromatischer Korrektion..	30 bis 120	13 bis 48	20	10 bis 15
Große Linsen mit extrem hoher Öffnung:				
T. T. H. Spezial, hochempfindlich, panchromatisch	5,7	$2^1/_4$	für 35 mm-Film	1,3
ZEISS Biotar	2 bis 7	—	—	1,4
ZEISS R-Biotar	etwa 5	—	4	0,85 [2])
T. T. H. Schirmbildaufnahmeobjektiv	5,1	2	etwa 8	0,8 [2])
Weitwinkelobjektive:				
Ross Express Weitwinkel	12,7 auch 10 bis 25	5 4 bis 10	35	4
GOERZ Hypergon.............	6 bis 12	—	70	22
Projektionslinsen vom PETZVAL-Typ	—	—	5 bis 8	2 bis 3

reichen, wenn sie ungefähr auf $f/12$ abgeblendet werden. Es muß aber beachtet werden, daß es normalerweise weniger befriedigende Ergebnisse liefert, ein Linsensystem großer Apertur auf ein vorgegebenes Öffnungsverhältnis abgeblendet zu benutzen, als eine von vornherein für diese relative Öffnung konstruierte Linse einzusetzen, da sich der Konstrukteur des erstgenannten Objektivs doch bemüht hat, den besten Kompromiß zwischen den Abbildungsfehlern ungefähr bei der vollen Öffnung zu erreichen. Ebenso ist es falsch, eine Linse für ein größeres oder kleineres Blickfeld einzusetzen als das, für welches sie entwickelt wurde, denn einmal ist anzunehmen, daß beim Ausgleichen der Abbildungsfehler für die randnahen Bereiche des Gesichtsfeldes der mittlere Bereich in gewissem Ausmaß in Mitleidenschaft gezogen wurde, zum anderen wachsen tatsächlich bei praktisch allen photographischen Anastigmaten die Abbildungsfehler außerhalb des der Konstruktion zugrunde

[1]) u. [2]) Siehe nebenstehend.

gelegten Blickfeldes sehr schnell an. Photographische Linsensysteme sind normalerweise für die Abbildung eines entfernten Gegenstandes konstruiert, so daß die Korrektion bedeutend weniger gut werden kann, wenn man sie zum Photographieren von Gegenständen benutzt, die näher sind als, sagen wir, das 8fache der Brennweite (oder zum Vergrößern in einem Maßstab kleiner als 8 : 1).

8.20 Schärfentiefe

Nur in Sonderfällen wird eine photographische Linse dazu benutzt werden, auf einer Platte ein Bild von einem genau ebenen Objekt zu entwerfen; im allgemeinen wird ein gewisser Teil des Bildes nach den Gesetzen der geometrischen Optik außerhalb der Fokussierungsebene liegen. Wir wollen die geometrische Größe der Scheibe feststellen, die das nicht fokussierte Bild eines Punktes darstellt, und werden dann das Ergebnis dazu benutzen, die Schärfentiefe[3]) zu berechnen, die einer vorgegebenen Toleranz für die Abbildungsschärfe entspricht. Es gilt

$$\frac{1}{l_2} - \frac{1}{l_1} = \frac{1}{f_2},$$

wo l_1 und l_2 die Abstände des Gegenstandes und des Bildes von den zugehörigen Hauptpunkten sind.[4])

---

[1]) Die Redaktion der deutschen Ausgabe dankt dem VEB Carl Zeiss Jena für Beispiele deutscher Objektivtypen, die etwa den Gruppen der Tafel 8.5 entsprechen:

Bezeichnung	Brennweite cm	Blickfeld [± Grad]	relative Öffnung
Orthometar	21	32	4,5
Apo-Tessar	14 bis 90	21,5	9
	120		11
Biotar	2,5 bis 5,0	16,5	1,4
	7,5		1,5
R-Biotar	5,5	18	0,85
R-Objektiv	10	16	0,85
	12	12,5	0,85
Flektogon	1,25	26	2,8
	3,5 und 6,5	13	
Topogon	2,5	40	4
	10	47,5	6,3

[2]) Diese Objektive sind dem Petzval-System verwandt; sie wurden für Schirmbildaufnahmen entwickelt und sind wertvoll beispielsweise für Momentaufnahmen von Kathodenstrahlröhren.

[3]) Der im Deutschen vielfach benutzte Ausdruck „Tiefenschärfe“ ist sprachlich nicht korrekt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[4]) f_2 ist die Brennweite des Systems im Bildraum. Da diese konstant ist, ergibt sich durch Differentiation die nächste Beziehung. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Daraus folgt
$$\frac{dl_1}{l_1^2} = \frac{dl_2}{l_2^2}.$$

Wenn δ der Durchmesser des Bildscheibchens ist und D derjenige der Austrittspupille, gilt
$$\delta = \frac{D}{l_2} \cdot \Delta l_2.$$

Für ein genügend weit entferntes Objekt kann man l_2/D durch das Brennweitenverhältnis $f_2/D = F$ ersetzen, so daß wir erhalten:
$$\delta = \frac{1}{F} \cdot \frac{l_2^2}{l_1^2} \cdot \Delta l_1.$$

Dies erlaubt uns die Berechnung der Schärfentiefe im Gegenstandsraum. l_2/l_1 ist die von der Linse bewirkte lineare Verkleinerung.

Es ist nun von Interesse, die Schärfentiefe von zwei Linsen mit unterschiedlicher Brennweite unter der Voraussetzung zu vergleichen, daß schließlich die Negative auf die gleichen Abmessungen vergrößert werden sollen und daß dabei in beiden Fällen das gleiche Streuscheibchen im Endbild zugelassen werden soll. Die zuletzt angegebene Formel kann umgeschrieben werden in
$$\Delta l_1 = \delta \cdot \frac{F}{m^2},$$

wenn m die Vergrößerung des Kameraobjektivs bedeutet (normalerweise ist also $m < 1$). Wenn jetzt m_v den Maßstab bei der nachträglichen Vergrößerung bezeichnet, dann ist
$$M = m \cdot m_v$$

die schließlich erreichte Gesamtvergrößerung. Es sei noch
$$S = m_v \cdot \delta$$

die Größe des Streuscheibchens im Endbild, dann haben wir
$$\Delta l_1 = \frac{F \cdot S}{m_v \cdot m^2} = \frac{F \cdot S}{M \cdot m}.$$

Für ein gegebenes Öffnungsverhältnis F des Kameraobjektivs wächst also die Schärfentiefe, wenn die ursprüngliche Aufnahme mit einer Linse von kurzer Brennweite gemacht wird, für welche m klein ist.

Die geometrische Berechnung der Schärfentiefe ist ein praktischer und empfehlenswerter Weg, sich das Verhalten eines Linsensystems klar zu machen, obwohl dabei die Abbildungsfehler der Linse und die Beugungseffekte vernachlässigt werden. In gewissen Fällen bekommt man bei der geometrischen Berechnung ein zu ungünstiges Ergebnis, denn innerhalb des dreidimensionalen Beugungsfleckes, der das wahre Bild eines Punktes darstellt, kann eine merkliche zylindrische Intensitätskonzentration entlang der optischen Achse auftreten (CONRADY 1923).

8.21 Projektionslinsen

Die Aufgabe einer Projektionslinse in einem Vergrößerungsapparat oder in einem Bildwerfer ist nahezu die gleiche wie die einer Kameralinse, nur mit umgekehrter Richtung der Lichtstrahlen. Eine Linse für einen Vergrößerungsapparat muß für den Gegenstands- und Bildabstand korrigiert sein, bei dem sie benutzt wird (siehe § 8.19). Eine Linse zur Projektion von Diapositiven oder Filmen sollte deshalb einem photographischen Anastigmaten ähnlich sein. Linsen für Projektionsapparate erfassen aber gewöhnlich nur einen ziemlich kleinen Blickwinkel ($\pm 12°$ ist ein typischer Wert), so daß unter diesen Bedingungen schon eine ältere Objektivtype, die PETZVALsche Portrait-Kombination, befriedigende Leistungen ergibt und daher auch am meisten verwendet wird, wobei mit Öffnungsverhältnissen bis zu $f/2$ gearbeitet wird.[1])

8.22 Optische Spiegelsysteme

Obwohl Spiegelsysteme für optische Zwecke wichtige Vorzüge besitzen – unter anderem selbstverständlich vollständige, in der Natur des Systems begründete Achromasie –, sind sie bisher bei allgemeinen Laboratoriumsaufgaben noch wenig eingesetzt worden. Die Grenzen ihrer Anwendbarkeit ergeben sich teils aus der unbequemen Überdeckung von Gegenstands- und Bildraum, teils aus der Schwierigkeit, eine dauerhafte, mit hohem Wirkungsgrad reflektierende Oberfläche herzustellen. Das letztgenannte Problem ist heute durch die Verwendung von aufgedampftem Aluminium weitgehend gelöst (vgl. § 8.A 4).

Allgemein eingeführte Reflektorsysteme sind das astronomische Fernrohr mit Parabolspiegel, das üblicherweise bei etwa $f/5$ benutzt wird, und das reflektierende konkave Gitter, das ein normales Verfahren zum Herstellen von Spektren mit großer Ausdehnung und hohem Auflösungsvermögen darstellt. In der Infrarotspektroskopie werden im allgemeinen Konkavspiegel in Verbindung mit Prismen und ebenen Gittern verwendet, da man keine achromatischen Linsen bauen kann, die einen genügenden Frequenzbereich umfassen. Neuerdings bemüht man sich um die Schaffung von Reflexionsmikroskopen, die den großen Vorteil besitzen, daß ihre optischen Einstellungen auch ins Ultraviolett hinein von der Wellenlänge unabhängig sind (BURCH 1946). Es gibt allerlei Anzeichen dafür, daß das Interesse an Spiegelsystemen wächst (vgl. BOUWERS 1946).

Die sphärische Aberration ist auf der Achse eines Konkavspiegels in folgenden Spezialfällen gleich Null:

1. Ein sphärischer Spiegel, bei dem Gegenstand und Bild zusammenfallen;
2. ein mit parallelem Licht benutzter Paraboloidspiegel;
3. ein Ellipsoidspiegel, bei dem Gegenstand und Bild an den beiden Brennpunkten liegen.

[1]) Die Grundprinzipien dieses Linsensystems werden für Photoobjektive mit großer Öffnung und kleinem Gesichtsfeld (siehe Tafel 8.5) angewandt (COX 1943).

Die sphärische Aberration eines mit parallelem Licht beaufschlagten sphärischen Spiegels ist viel geringer als diejenige irgendeiner Einzellinse mit gleicher Brennweite und Öffnung.[1])

Wenn wir uns von der Achse entfernen, gewinnen zuerst der Komafehler und dann der Astigmatismus Bedeutung. (Über die Abhängigkeit dieser Abbildungsfehler von Öffnung und Blickwinkel siehe § 8.12.) Die wirkliche Größe dieser Fehler kann man den Darstellungen über astronomische Fernrohre bei DIMITROV und BAKER (1947) entnehmen: Bei einem Parabolspiegel mit der relativen Öffnung $f/3$ beträgt der Astigmatismus in 1° Abstand von der Achse etwa 1,2″ und der Komafehler ungefähr 19″. Es ist interessant, festzustellen, daß Komafehler, Astigmatismus und Verzerrung (aber nicht die Bildfeldwölbung) in einem beliebig großen Bildfeld beseitigt werden können, indem man den Spiegel in der Nähe seines Krümmungsmittelpunktes abblendet.

Für astronomische Fernrohre ist eine Anzahl optischer Systeme gebaut worden, bei denen die Abbildungsfehler des Spiegels durch Einführung einer weiteren optischen Fläche korrigiert werden (eine Zusammenstellung derartiger Konstruktionen ist bei DIMITROV und BAKER zu finden). Die zur Zeit wichtigste dieser Entwicklungen ist das SCHMIDT-Teleskop, das auch schon für verschiedene andere Zwecke – neben dem ursprünglichen astronomischen – angewendet worden ist. Die Leistungsfähigkeit ist ungefähr $\pm 12°$ ausnutzbares Gesichtsfeld bei $f/1$. Unter den Anwendungsgebieten finden wir Kameras für Meteoraufnahmen, Schnellspektrographen und Geräte zur Projektion des Bildschirmes von Fernseh-Kathodenstrahlröhren.

Das Arbeitsprinzip der SCHMIDT-Kamera ist folgendes: Wenn man einen sphärischen Spiegel „parabolisiert", hat man die Absicht, alle optischen Wege von einem entfernten Objektpunkt bis zum Brennpunkt gleich lang zu machen. Man kann dieses Ergebnis nun auch erreichen, indem man vor dem Spiegel eine Platte aus lichtbrechendem Material anbringt, deren Dicke so variiert wird, daß sie an jedem Punkt die erforderlichen optischen Wegunterschiede liefert. Eine solche Platte hat asphärische Oberflächen und ergibt selbstverständlich eine gewisse chromatische Aberration; da jedoch insgesamt nur eine geringe Korrektur erforderlich ist, wird dieser Fehler nicht schwerwiegend. Wenn man die Platte in der durch den Krümmungsmittelpunkt des Spiegels verlaufenden Ebene anbringt, erhält man in sehr guter Näherung eine Korrektion für alle Einfallswinkel; aberrationsfreie Bilder, z. B. eines Himmelsabschnittes, werden dann auf einer zum Spiegel konzentrischen Kugelfläche entworfen. Diese Krümmung der Bildfläche ist einer der großen Nachteile des SCHMIDT-Systems, ein anderer ist die schwierige Herstellung der Korrekturplatte. Es ist jedoch sicher, daß man SCHMIDT-Spiegel und Variationen dieses Prinzips in einer Vielzahl von Anwendungsgebieten immer häufiger benutzen wird.

---

[1]) Der numerische Wert der Längsaberration an der Brennebene beträgt $h^2/(8 \cdot f)$ für einen Strahl, der einen Spiegel mit der Brennweite f im Abstand h von der Achse trifft.

Das MAKSUTOV-System (MAKSUTOV 1944), das keine asphärische Fläche benötigt, könnte vielleicht zur Grundlage von Laboratoriumsgeräten mit großer Öffnung gemacht werden; verschiedene derartige Anordnungen sind schon von BOUWERS (1946) beschrieben worden, der das Verfahren, einen Konkavspiegel durch eine konkave Meniskuslinse zu korrigieren, unabhängig von MAKSUTOV ebenfalls gefunden hatte.

8.23 Reflexvermindernde Schichten

Die bösen Auswirkungen der Oberflächenreflexion bei optischen Refraktionssystemen wurden bereits im § 8.11 erwähnt. Für den Fall senkrechten Einfalles beträgt das an der Trennfläche zweier Medien reflektierte Licht

$$\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2,$$

wobei n_1 und n_2 die Brechungsindizes sind. Die Reflexion macht danach an jeder Glas-Luft-Trennfläche etwa 4% aus. Die Reflexion wird durch Interferenzeffekte auf Null verringert, wenn die Oberfläche mit einer Schicht aus einer durchsichtigen Substanz von der Dicke $\lambda/4$ und dem Brechungsindex $\sqrt{n_1 \cdot n_2}$ bedeckt wird, und sie kann stark abgeschwächt werden, wenn diese Bedingungen annähernd erfüllt sind. Praktisch bringt man zu diesem Zweck auf die Glasflächen durch Aufdampfen im Vakuum Filme von Substanzen wie Kryolith ($n = 1{,}34$) oder Magnesiumfluorid ($n = 1{,}38$) auf.[1]) Eine Anzahl von Firmen führt dies schon kommerziell durch.

Die Hauptbedeutung dieser Behandlung liegt darin, daß sie es dem Optikkonstrukteur gestattet, Systeme mit einer größeren Anzahl von Glas-Luft-Trennflächen zu verwenden. So gehen beispielsweise bei einem System mit 10 Glas-Luft-Trennflächen etwa 34% des Lichtes durch Reflexion verloren, was durch eine Oberflächenbehandlung auf ungefähr 14% verringert werden kann. Dabei ist die Verminderung des innerhalb des Systems gestreuten oder in Störreflexen gesammelten Lichtes stets von größerer Bedeutung als die Vermehrung des durchgelassenen Lichtes.

8.24 Photographie

Die Grundzüge des photographischen Prozesses sind gut bekannt, in der Abb. 8.20 sind sie noch einmal dargestellt.

Die photographischen Emulsionen waren auf empirischem Wege schon hoch entwickelt worden, lange bevor es irgendeine Theorie des latenten Bildes gab. In allerneuester Zeit sind nun in der Erklärung des latenten Bildes mit Hilfe der Quantentheorie der Kristallgitter beträchtliche Fortschritte gemacht worden (MOTT und GURNEY 1948, BERG 1948). Die Herstellung einer Emulsion mit bestimmten Eigenschaften ist aber noch immer eine rein

---

[1]) Die n-Werte beziehen sich auf das kompakte Material. Erfahrungsgemäß ändern sich die an einem Film gemessenen Werte etwas mit der Dicke und mit dem Herstellungsverfahren.

technische Angelegenheit, über die nichts frei veröffentlicht wird. Die Hersteller beschreiben heute ziemlich genau die Eigenschaften der von ihnen fabrizierten Emulsionen, hinsichtlich der quantitativen Werte soll man deshalb die Firmenveröffentlichungen heranziehen. Der folgende Abschnitt ist als eine allgemeine Einführung in die laboratoriumsmäßige Anwendung der photographischen Materialien zu betrachten.

Belichtung	Entstehung des latenten Bildes
Entwicklung in einer reduzierenden Lösung	Schwärzung des Bildes
Saures Unterbrecherbad	Anhalten der Entwicklung
Fixieren	Herauslösen des nichtgeschwärzten lichtempfindlichen Materials
Wässerung	Beseitigung der löslichen Chemikalien
Trocknung	

Abb. 8.20. Der photographische Prozeß

8.25 Quantitative Angaben über das Verhalten photographischer Materialien

Die Eigenschaften einer Emulsion werden üblicherweise anhand der „Schwärzungskurven" betrachtet, die die Dichte (Schwärzung) des fertigen Bildes als Funktion der Belichtung angeben. Die Belichtung kann am einfachsten als das Produkt der Belichtungsdauer mit der Lichtintensität während der Belichtungszeit angenommen werden. Zunächst wollen wir die Belichtungsdauer als konstant voraussetzen, um einige im § 8.26 behandelte Schwierigkeiten zu vermeiden.

Die Schwärzung eines Bildes ist definiert als der gewöhnliche (dekadische) Logarithmus des Verhältnisses zwischen dem auf die geschwärzte Platte auffallenden Licht und dem durch die Platte hindurchtretenden Licht. Dabei müssen die Meßbedingungen festgelegt werden, weil die geschwärzte Emulsion einen Teil des auf sie auffallenden Lichtes absorbiert und einen anderen Teil streut. Wenn das einfallende Licht auf ein enges Bündel begrenzt ist und das durchgelassene Licht innerhalb dieses Bündels gemessen wird, wie bei einigen Formen der Mikrophotometer, bezeichnet man die Dichte als *Durchsichtsdichte*; wenn dagegen das auffallende Licht ein Bündel bildet, aber das gesamte durchgelassene Licht – einschließlich des von der Emulsion gestreuten – gemessen wird, dann bezeichnet man die Dichte als *diffuse Dichte*[1]), dieser niedrigere Wert ist der bei Kontaktabzügen maßgebliche.

[1]) Bezeichnungen nach der britischen Norm B.S. 1380: *Specular density* und *diffuse density*.

Die Schwärzungskurve besitzt keine einfache Form, ihre Hauptzüge sind in der Abb. 8.21 angegeben. Bei der bildmäßigen Photographie wird die Belichtungszeit so gewählt, daß der Bereich der auf der Platte auftretenden Schwärzungen soweit als möglich in dem ungefähr geradlinigen Teil der Kurve liegt, bei wissenschaftlicher Photographie (z. B. in der Astronomie oder bei der Spektroskopie schwacher Linien) ist dies aber nicht immer möglich; dieser Umstand führt gelegentlich zu Widersprüchen beim Vergleich der nutzbaren Empfindlichkeit von verschiedenen Plattensorten (vgl. § 8.29).

Die zur Kennzeichnung der Empfindlichkeit von Platten verwendeten Ziffern sind auf spezielle Eigenschaften der Schwärzungskurve bezogen, man

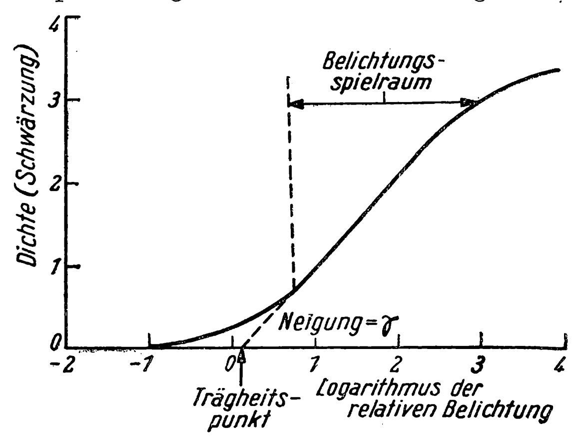


Abb. 8.21. Schwärzungskurve einer photographischen Emulsion. Die gezeichnete Kurve ist eine schematische Darstellung, es kann aber folgender Anhaltswert für die absolute Empfindlichkeit angegeben werden: Bei einer besonders empfindlichen orthochromatischen Emulsion entspricht dem Nullpunkt der Abszisse der Wert 0,01 lx · s. Bei Belichtungen jenseits des größten Wertes in dieser Darstellung kann die Schwärzung bei wachsender Belichtung wieder abnehmen (Solarisation)

kann sie deshalb nicht exakt miteinander vergleichen. Die alten deutschen Scheiner-Grade gaben (in umgekehrtem logarithmischem Maßstab) die Belichtung an, die benötigt wird, um eine gerade bemerkbare Schwärzung hervorzurufen. Die „H. and D.“-Zahlen nach Hurter und Driffield sind ein Maß (in reziprokem arithmetischem Maßstab) für die dem extrapolierten „Trägheitspunkt“ auf Abb. 8.21 entsprechende Belichtung.[1]) Die neuen britischen und amerikanischen Normzahlen (nach B.S. 1380/1947) geben

[1]) Der Hauptnachteil der alten Systeme nach Scheiner sowie nach Hurter und Driffield bestand darin, daß sie mit einer schwachen Kunstlichtquelle (also mit stark vom Sonnenlicht abweichender spektraler Zusammensetzung und bei extrem langen Belichtungszeiten) arbeiteten und daß sie sich auf die für die bildmäßige Photographie wenig interessanten Schwellenwerte der Schwärzungskurve bezogen (die aber z. B. für die Astrophotographie wichtig sein können). (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

dagegen – entweder in umgekehrt logarithmischem oder in reziprok arithmetischem Maßstab (ASA° bzw. ASA) – die Belichtung an, die erforderlich ist, um eine Steigung der Schwärzungskurve zu erreichen, die das 0,3fache der mittleren Steigung während des darauffolgenden Bereiches mit dem Dichteunterschied 1,5 ist. Diese letzte Definition stimmt gut mit den Gebrauchsumständen von Photomaterial in der Bildpraxis überein.[1]

Die als Kontrast oder Gamma (γ) bezeichnete Steigung der Schwärzungskurve hängt sowohl von der Plattensorte als auch von der Art der Entwicklung der Platte ab; sie ist empfindlich gegen die Entwicklungszeit, gegen die Temperatur und die Konzentration der Bäder sowie gegen die Entwicklersorte, wobei aber die letzten drei Faktoren nur geringen Einfluß auf den bei einer gegebenen Emulsion erreichbaren höchsten Kontrast besitzen. Es gibt einen Grenzwert γ_∞, gegen den die Platte bei langer Entwicklung strebt; praktisch werden γ-Werte von $0{,}7\,\gamma_\infty$ bis $0{,}8\,\gamma_\infty$ erreicht, da eine längere Entwicklung zu sehr starkem Schleier des Hintergrundes führen würde.

Wenn ein photographisches Bild kopiert oder abphotographiert wird, ist der durch den zweifachen Prozeß hervorgerufene wirksame Kontrast gleich dem Produkt der Gammas der Einzelvorgänge, so daß bei der bildmäßigen Photographie die zweimalige Auswahlmöglichkeit beim Negativmaterial und beim Kopierpapier es gestattet, den Helligkeitsumfang des Originals in wirklichkeitsgetreuer Weise wiederzugeben. Das verlangt im Idealfalle für das Produkt der Gammas den Wert Eins, gewöhnlich wird aber ein etwas höherer Wert gewählt. Andererseits bietet Photographieren auf einer Emulsion mit großem Kontrast[2]) und nachfolgendes Kopieren auf einem ebenfalls kontrastreichen Material ein wertvolles Hilfsmittel, sehr geringe Helligkeitsunterschiede (z. B. bei sehr durchsichtigen Mikroskoppräparaten) auf ein gut erkennbares Niveau zu heben.

---

[1]) Das neue deutsche System der Empfindlichkeitsangabe nach DIN 4512 benutzt eine in der spektralen Zusammensetzung dem Sonnenlicht angepaßte, starke Kunstlichtquelle und eine Belichtungszeit von 1/20 s. Als Maß der Empfindlichkeit dient die in Zehntel angegebene Dichte eines Graukeiles, den man vor die Lichtquelle bringen muß, um in der Emulsion eine Schwärzung zu erzeugen, die um 1/10 über dem allgemeinen, durch die (vorgeschriebene) Entwicklung erzeugten Schleier der Platte liegt. Die Bezeichnung lautet beispielsweise „$\frac{17°}{10}$ DIN".

Wenn auch aus den verschiedenen Definitionen hervorgeht, daß eine direkte Umrechnung der verschiedenen Empfindlichkeitskennziffern nicht möglich ist, so kann doch eine Näherungsformel (nach VAN LIEMPT) manchmal von Nutzen sein:
Sch = Scheinergrade; DIN = Zehntel DIN-Grade; HD = „HURTER and DRIFFIELD"-Zahlen.

$$\mathrm{DIN} = \mathrm{Sch} - 10 = 10 \cdot \log \mathrm{HD} - 17{,}7,$$
$$\mathrm{Sch} = \mathrm{DIN} + 10 = 10 \cdot \log \mathrm{HD} - 7{,}7,$$
$$\log \mathrm{HD} = 0{,}1 \cdot \mathrm{Sch} + 0{,}77 = 0{,}1 \cdot \mathrm{DIN} + 1{,}77.$$

(D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) „Hart arbeitend". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Eine weitere, aus der Schwärzungskurve abzulesende Eigenschaft einer photographischen Platte ist der *Belichtungsspielraum*, der – ziemlich unsicher – definiert werden kann als das Verhältnis der Belichtung am oberen Ende des geradlinigen Bereiches der Schwärzungskurve zur Belichtung am unteren Ende. Der Belichtungsspielraum wächst mit der Dicke der Schicht auf der Platte oder dem Film an, weiter zeigt er eine Tendenz, bei Emulsionen mit hoher Empfindlichkeit und geringem Kontrast größer zu sein als bei trägen Emulsionen mit hohem Kontrast, wie man sie beispielsweise bei Platten für Reproduktionen benutzt.

8.26 Das Reziprozitätsgesetz

Es ist zwar das einfachste Verfahren, die Abszisse der Darstellung der Schwärzungskurve nach Abb. 8.21 gemäß den Werten des Produktes $I \cdot t$ zu teilen, die photographische Wirkung einer gegebenen, über der Zeit integrierten Lichtmenge hängt jedoch tatsächlich merklich von der Belichtungsdauer ab. Man nennt diesen Effekt „die Abweichung vom Reziprozitätsgesetz". Das Reziprozitätsgesetz[1]) sagt aus, daß die Wirkung einer Bestrahlung nur von dem über der Zeit integrierten Wert des Energieflusses abhängt; es gilt für viele photochemische Vorgänge, so für die Empfindlichkeit von photographischen Schichten gegen Röntgenstrahlen und als grobe Näherung auch für die Empfindlichkeit von Emulsionen gegen sichtbares Licht. Genauer werden die Bedingungen für gleiche photographische Wirkung durch eine Kurve in der Art von Abb. 8.22 wiedergegeben. Es geht hieraus hervor, daß eine vorgegebene Dosis an Lichtenergie dann am wirkungsvollsten ist, wenn sie innerhalb einer Zeit der Größenordnung Zehntelsekunden aufgegeben wird. Bei Belichtungsdauern von etwa einer Stunde wird infolge der Abweichung von der Reziprozität der 2- bis 5fache integrale Lichtfluß erforderlich, um eine vorgeschriebene Schwärzung hervorzurufen, wobei sich der Faktor dieser Zunahme von Emulsion zu Emulsion ändert.

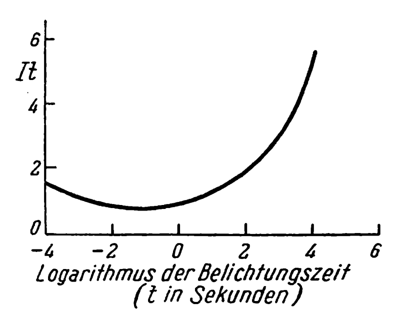


Abb. 8.22. Typischer Verlauf der Abweichung vom Reziprozitätsgesetz. Zum Erzielen gleicher Schwärzung bei verschiedenen Beleuchtungsstärken erforderliches Produkt aus Lichtintensität und Belichtungszeit (in relativen Werten)

Für astronomische Zwecke (d. h. für Belichtungszeiten von mehreren Stunden) dient das empirische Gesetz von SCHWARZSCHILD als Richtschnur. Es gibt an, daß die effektive Belichtung von

$$I \cdot t^p$$

[1]) BUNSEN-ROSCOEsches Gesetz. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

abhängt, wobei der Exponent p in der Größenordnung von 0,8 liegt. In astronomischer Ausdrucksweise bedeutet es, daß die Belichtungszeit für jede Sterngrößenklasse[1]) etwa um den Faktor 3 ansteigt.

Es ist gelegentlich festgestellt worden, daß die Kurve der Abweichung von der Reziprozität bei sehr geringen Intensitäten steil ansteigt, so daß bei sehr schwachem Licht auch bei unendlich langer Einwirkungsdauer kein photographisches Bild hervorgerufen wird.

Bei großen Intensitäten tritt ebenfalls eine Abweichung vom Reziprozitätsgesetz auf, so daß zum Hervorbringen einer vorgeschriebenen photographischen Wirkung bei einem starken Blitz mehr Energie erforderlich ist als bei einer längeren Bestrahlung mit mäßiger Intensität. Der Faktor für die Zunahme kann bei 10^{-6} s Belichtungszeit größenordnungsmäßig etwa 5 betragen. Die Abweichungen von der Reziprozität hängen sehr von der Temperatur der Platte bei der Belichtung ab, dieser Umstand hat sich für die theoretische Deutung des Verhaltens von Emulsionen als wichtig erwiesen (Mees 1944).

8.27 Kennwerte von Emulsionen: Farbempfindlichkeit

Eine unbehandelte photographische Emulsion besitzt einen spektralen Empfindlichkeitsbereich, der an der von der Gelatine herrührenden Begrenzung (siehe später) im Ultraviolett beginnt, ein Maximum im nahen Ultraviolett bei ungefähr $\lambda = 3600$ Å hat und sich auf der langwelligen Seite bis etwa $\lambda = 4900$ Å erstreckt. Der Empfindlichkeitsbereich kann bis ins Rote und darüber hinaus ausgedehnt werden, indem man die Emulsion mit gewissen Farbstoffen behandelt; die Mehrzahl der jüngsten Fortschritte in der Empfindlichkeit der Platten gegen weißes Licht sind auf diesem Wege erzielt worden. In der Abb. 8.23 ist die spektrale Empfindlichkeit von typischen „orthochromatischen" und „panchromatischen" Emulsionen dargestellt. Materialien mit derartigen Kennwerten sind allgemein erhältlich (Nürnberg 1954); die Hersteller verfügen aber noch über eine beträchtliche Vielfalt von sensibilisierenden Farbstoffen, die man für besondere Zwecke – einschließlich der Photographie des Infrarotspektrums bis ungefähr $\lambda = 9000$ Å (mit extremen Sensibilisierungen und langen Belichtungszeiten sogar bis etwa $\lambda = 12000$ Å) – auf die normalen Emulsionen anwenden kann (vgl. z. B. die Katalogblätter von Kodak[2])).

Im Ultraviolett sinkt die Empfindlichkeit und der Kontrast bei photographischen Schichten unterhalb von etwa $\lambda = 2300$ Å infolge der Absorption der Gelatine rapid ab. Die Schumann-Platten für das extreme Ultraviolett werden mit dem äußersten Minimum an Gelatine hergestellt, das erforderlich

---

[1]) Ein Anstieg um eine Sterngrößenklasse bedeutet eine Abnahme der Helligkeit im Verhältnis $\sqrt[5]{100}:1$ oder nahezu 2,5 : 1. Die entsprechende logarithmische Abnahme beträgt 0,4.

[2]) Beispiele für deutsche, ohne besondere Sensibilisierung gebrauchsfertige Spezialemulsionen findet man in der Broschüre „Agfa-Photo-Materialien für wissenschaftliche und technische Zwecke" des VEB Filmfabrik Agfa Wolfen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

ist, um die Silberhalogenidkörner an das Glas zu kleben; sie werden (von Hilger) kommerziell hergestellt, sind aber empfindlich in der Handhabung und teuer. Gewisse träge arbeitende Platten (z. B. Ilford Q) werden mit Emulsionen hergestellt, die besonders reich an Halogenidkörnern sind; diese Platten waren ursprünglich für die Aufzeichnung von Partikelstrahlen bestimmt, sie arbeiten aber auch in der Ultraviolettspektroskopie gut.

Eine andere Methode, die Empfindlichkeit im fernen Ultraviolett zu vergrößern, ist das Bedecken der Platte mit einer fluoreszierenden Substanz; auch das ist kommerziell (von Kodak) durchgeführt worden, man erzielt aber befriedigende Ergebnisse schon mit Erdölderivaten (flüssigem Paraffin,

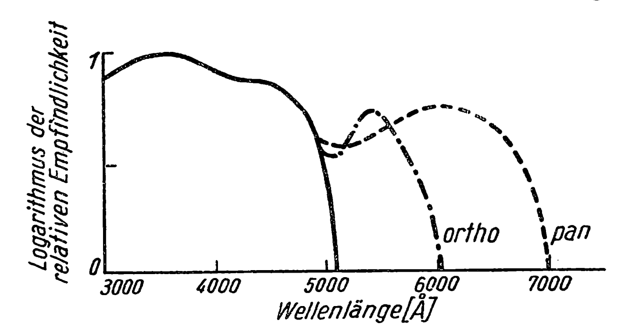


Abb. 8.23. Empfindlichkeit photographischer Emulsionen gegen gleiche Energie über das ganze Spektrum

———— = Unsensibilisierte Emulsion
—·—·— = Beispiel für orthochromatische Sensibilisierung
---------- = Beispiel für panchromatische Sensibilisierung

warmer gelber Vaseline), wobei man die Platte in der Substanz oder in einer Lösung derselben badet (der Verfasser fand, daß die beste gleichmäßige Schicht für photometrische Platten mit Vaseline ohne Lösungsmittel zu erhalten war). Die Fluoreszenzschicht wird nach der Belichtung, vor der Entwicklung, mit einem Lösungsmittel abgewaschen.[1])

8.28 Kennwerte von Emulsionen: Auflösungsvermögen, Korngröße, Lichthoffreiheit

Das Auflösungsvermögen einer photographischen Schicht ist durch die endliche Größe der Halogenidkörner und durch die Lichtstreuung in der Schicht begrenzt. Einige Hersteller geben die Anzahl der Striche je Millimeter an, die von ihren Emulsionen aufgelöst werden; allgemein gilt, daß rapid

[1]) Bei der „Ultraviolett-Platte" des VEB Filmfabrik Agfa Wolfen muß der in der Emulsion vorhandene Fluoreszenzfarbstoff nicht in einem zusätzlichen Arbeitsgang vor der Entwicklung durch organische Lösungsmittel ausgewaschen werden, was die Handhabung vereinfacht. (D. Red. d. dtsch. Ausg. dankt dem VEB Agfa für die in den Fußnoten dieser Abschnitte verwendeten Angaben.)

arbeitende Emulsionen geringeres Auflösungsvermögen besitzen und daß eine hohe Auflösung bei träge arbeitenden „Reproduktions"-Platten erreicht wird (Tafel 8.6). Gemäß dieser Tafel kann 20 μ als mittlere Größe für ein auf

Tafel 8.6
Typische Kennwerte von Negativmaterialien

Herstellerbezeichnung	Auflösungs-vermögen [Linien/mm]	γ (grob genäherte Arbeitswerte)
Träge Reproduktionsplatten	80 bis 100	3,0
Rapid orthochromatisch	40 bis 50	1,2
Ultrarapid orthochromatisch	30 bis 40	0,9
Halbtonplatte, panchromatisch	80 bis 100	6,0
Rapid-Reproduktionsplatte, panchromatisch	30 bis 40	4,0
Gewöhnliche panchromatische Platte	30 bis 40	0,9
Ultra-panchromatisch	30	1,0
Höchstauflösend	$>$1000	5,0
Positivfilm	50 bis 60	1,5
Mikroreproduktionsfilm, panchromatisch	120 bis 130	1,3
Registrierfilm, orthochromatisch	40 bis 50	1,5
Extrarapid, panchromatischer Film	30 bis 40	0,7
Feinkorn, panchromatisch	70 bis 80	0,8

einer normalen Emulsion photographiertes Sternscheibchen angesehen werden. Man stellt hochauflösende Emulsionen für Sonderzwecke wie das Photographieren von Gittern her; ihr Auflösungsvermögen ist so hoch, daß es schwierig ist, optische Anordnungen aufzubauen, die sie voll ausnutzen; derartige Emulsionen sind aber extrem träge.

Das photographische Bild erhält außerdem manchmal unscharfe Konturen durch die Reflexion von Licht an der Glas-Luft-Trennfläche der Plattenrückseite zurück in die Schicht; dies ruft die als „Lichthof" bezeichnete Erscheinung hervor, bei der die Bereiche mit starker Belichtung an den Rändern verschmiert erscheinen.[1]) Bei Glasplatten wirkt sich das ungünstiger aus als bei Filmen wegen des größeren Abstandes der Trennflächen bei den Platten. Die Störung kann beseitigt werden, indem man die Glasseite der Platten mit einer undurchsichtigen Farbschicht hinterlegt oder indem man unter die Emulsion eine undurchsichtige Schicht oder eine besondere Emulsionsschicht gießt. Bei allen modernen Platten lösen sich diese Lichthofschutz-Farbschichten bei der Weiterverarbeitung von selbst weg.

8.29 Die Wahl eines photographischen Materials

Bei vielen Laboratoriumsanwendungen sind die Bedingungen denen bei der allgemeinen bildmäßigen Photographie ähnlich, so daß man die Anfor-

[1]) Der Brechungsindex der Gelatine beträgt etwa 1,53, so daß die Reflexion an der Gelatine-Glas-Trennfläche sehr gering ist.

derungen an Empfindlichkeit, Kontrast und Belichtungsspielraum aus § 8.25 übernehmen kann. Man muß auch die Korngröße der Emulsion berücksichtigen (siehe § 8.28).

Oft ist indessen das bei physikalischen Aufgaben zur Verfügung stehende Licht nicht ausreichend, um in den linearen Bereich der Schwärzungskurve der Emulsion zu kommen. Wir benötigen dann eine Platte, bei der eine minimale Belichtung schon eine sich deutlich vom Untergrundsschleier abhebende Schwärzung hervorruft; Emulsionen mit hohem Kontrast und geringer Untergrundsdichte können hierbei vor Platten mit hoher Empfindlichkeit, wie man sie für Bildzwecke einsetzt, vorzuziehen sein. Hochempfindliche panchromatische Platten zeigen oft relativ geringen Kontrast und viel Untergrundsschleier. In Manchester haben wir festgestellt, daß die günstigsten Emulsionen für die Blitzlichtphotographie von Nebelkammerspuren die für Registrierzwecke entwickelten Schichten[1]) sind (z. B. KODAK R 55 oder ILFORD 5 G 91) und daß diese auch besonders geeignet sind für die Aufzeichnung der Lichtspuren auf Kathodenstrahlröhren (HERCOCK 1947).

Für die Spektroskopie im blauen und im nahen ultravioletten Bereich sind die „Reproduktions"-Platten am allgemeinsten verwendbar, zum Arbeiten in anderen Teilen des Spektrums gibt es panchromatisch sensibilisierte Reproduktionsplatten. Es ist noch einmal daran zu erinnern, daß besondere Sensibilisierungsfarbstoffe erhältlich sind, die spezielle Spektralcharakteristiken geben (vgl. § 8.27).

8.30 Die Handhabung von photographischem Material im Laboratorium

Die allgemeine Behandlung von photographischen Platten und Filmen wird in vielen Büchern beschrieben, es gibt indessen noch einige besonders bei der Laboratoriumsarbeit auftretende Punkte:

Belichtung

Die Belichtung muß normalerweise durch Probieren gefunden werden. Da die Schwärzung einer Platte mehr oder weniger genau logarithmisch von der Belichtung abhängt, ist es sinnlos, Probebelichtungen durchzuführen, die sich nur in kleinen Schritten ändern; angebracht ist es vielmehr, die Belichtungen geometrisch anwachsen zu lassen, etwa um den Faktor 2. Wenn die Belichtung noch ganz unbekannt ist, soll man einen größeren Faktor verwenden; ein kleinerer Faktor wird in bestimmten Fällen für die letzten Proben erforderlich, wenn die Dichte eines Bildelementes des Negativs in engen Grenzen gehalten werden muß, z. B. bei genauen photometrischen Arbeiten.

Entwicklung

Die Hauptsache bei der laboratoriumsmäßigen Entwicklung ist Gleichmäßigkeit und Reproduzierbarkeit; man wendet deshalb stets das Verfahren an, mit einer festgelegten, von der bekannten Temperatur abhängigen Ent-

---

[1]) Als Beispiel für ein entsprechendes deutsches Erzeugnis sei der „AGFA-Registrierfilm Rapid" genannt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

wicklungsdauer zu arbeiten. Die ideale Anordnung ist eine Dunkelkammer mit geregelter Temperatur (geeignet ist 18° C), in der man die Lösungen aufbewahrt und die Entwicklung durchführt. Es ist schwierig, in einem Raum zu arbeiten, dessen Temperatur sehr von der der Lösungen verschieden ist. Einiges kann man schon verbessern, wenn man die Lösungen in ein Wasserbad von kontrollierter Temperatur stellt; jeder kompliziertere Aufbau macht gewöhnlich mehr Umstände, als einen Raum mit Temperaturregler und Heizung auszurüsten.

Wir haben die Erfahrung gemacht, daß ein hart arbeitender Metol-Hydrochinon-Entwickler (z. B. KODAK D 19b) einen sehr großen Teil der Laboratoriumsanforderungen erfüllt.

Einzelne Platten entwickelt man in Schalen unter häufigem Schaukeln. Bei photometrischen Arbeiten und in einigen anderen Fällen, wo Platten genau ausgemessen werden sollen, muß man besondere Vorkehrungen treffen, um den EBERHARD-Effekt zu vermeiden. Das ist eine Art ungleichmäßiger Entwicklung, die davon herrührt, daß die Einwirkung des Entwicklers auf entwickelbares Silberhalogenid eine Änderung in der Entwicklerzusammensetzung hervorruft, wobei sich der reduzierende Faktor erschöpft und ein lösliches Bromid gebildet wird, das die Entwicklung hemmt. Das Ergebnis hiervon ist, daß Plattenbereiche mit hoher Dichte und ihre unmittelbare Umgebung weniger entwickelt werden als das übrige. Der Effekt wird vermieden, wenn man die Platte während der Entwicklung mit einem Kamelhaarpinsel abstreicht oder wenn man einen Spezialbehälter benutzt, in dem ein Kolben oder ein Abstreifer sich etwa einen Millimeter von der Platte entfernt bewegt und so eine kräftige turbulente Strömung an ihrer Oberfläche erzeugt (DOBSON, GRIFFITH und HARRISON 1926).

Kurze Filmenden werden am besten spiralig aufgerollt in einer Dose entwickelt, große Mengen wickelt man auf einen Rahmen und taucht diesen in einen sehr engen, tiefen Tank.

Fixieren

Es ist in der Praxis üblich, die Platte aus dem Entwickler zu nehmen, sie einige Sekunden lang in Wasser abzuwaschen und sie dann in ein saures Fixierbad zu legen. Für genaue photometrische Arbeiten, bei denen ein Tank mit turbulenter Strömung zum Entwickeln benutzt wurde, haben wir es vorgezogen, den Entwickler ausfließen zu lassen und die Platte sofort mit saurem Fixierbad zu übergießen, das nur einmal für diesen Zweck benutzt wurde. Die Entwicklung kann auch ziemlich wohldefiniert beendet werden, wenn man ein Zwischenbad (Stopbad) von schwacher (Essig-) Säure verwendet. In jedem Falle ist entscheidend, daß die Entwickler nur in alkalischer Lösung arbeiten.

Es ist üblich, das Material mindestens doppelt so lange im Fixierbad zu lassen, wie erforderlich ist, um alles sichtbare Silberhalogenid zu entfernen. Normale Platten soll man nie länger als einige Stunden im Fixierbad lassen.

Wässern

Der nächste Prozeß ist das Abwaschen in fließendem Wasser, um alle Spuren von Thiosulfat zu entfernen. Die Mindestwaschzeit hängt von der

Art und der Dicke der Schicht ab, eine Stunde ist jedoch normalerweise ausreichend. Platten für quantitative Bearbeitung soll man zuletzt in destilliertem Wasser waschen, dem man möglichst ein wenig einer „benetzenden“ Substanz beigefügt hat, die dafür sorgt, daß die Flüssigkeit einen gleichmäßigen Film bildet anstelle von Tropfen.

Trocknen

Das Trocknen von Platten ohne Gefahr eines Staubniederschlages ist in einem Großstadtlaboratorium nicht einfach. Die beste Anordnung stellt wahrscheinlich ein Kasten dar, durch den ein Strom warmer, mit einem Mullfilter gereinigter Luft entweder mit Hilfe eines Ventilators gesaugt oder mit einer Heißluftdusche (Haartrockner) geblasen wird.

8.31 Photometrie, die Messung der Lichtintensität

Die Messung von Sterngrößen, von Lichtintensitäten in Spektrallinien usw. ist eine Aufgabe von erheblicher und immer zunehmender Bedeutung. Das Auge kann mit beträchtlicher Genauigkeit die Gleichheit der Flächenhelligkeit von zwei aneinander angrenzenden Feldern feststellen (siehe § 8.9); eine Anzahl optischer Instrumente sind auf dieser Art von Benutzung des Auges aufgebaut (z. B. Polarimeter, einige Spektralphotometer). Praktisch können neben dem Auge noch die Photozelle oder das Thermoelement angewendet werden, welche Strahlungsenergie in elektrische Wirkungen umsetzen; sie besitzen den Vorteil linearer Empfindlichkeit und sicherer Eichung, so daß sie nicht – wie das Auge – darauf beschränkt sind, Gleichheit der Flächenhelligkeit festzustellen, sondern direkte Messungen ausführen können.

Die photographische Platte kann gelegentlich als ein Zwischenglied dienen, wenn etwa ein Spektrum oder ein Feld von Sternen auf einer Platte aufgenommen und später in Ruhe ausgemessen wird. Das Kennzeichen der photographischen Methoden ist es, daß die eigentliche Aufnahme mit einer verhältnismäßig einfachen Apparatur gemacht wird, die man z. B. auch im Gelände verwenden kann, und daß die Aufzeichnung später in Ruhe mit allen erforderlichen Feinheiten geprüft wird. Das zu untersuchende Licht kann beispielsweise nur sehr kurze Zeit andauern, oder es kann so schwach sein, daß es nur mit sehr langer Belichtung aufgenommen werden kann, oder es kann so stark flackern, daß direkte Messungen schwierig werden (wenn man beispielsweise die Linienintensitäten im Spektrum einer unstetigen Entladung vergleichen will). In allen diesen Fällen ist die angenäherte Integration, die die Platte bewirkt, sehr wertvoll.

Andererseits ist die Photographie ein indirektes Verfahren und vergrößert deshalb die Fehlermöglichkeiten; es soll hier gezeigt werden, daß beträchtliche Vorsichtsmaßregeln erforderlich sind. In den letzten Jahren besteht eine deutliche Tendenz zu stärkerer Anwendung von Photozellen – besonders von Photozellen mit Sekundärelektronenvervielfachern – für astronomische und spektrographische Messungen, die früher vorzugsweise photographisch gemacht wurden.

8.32 Photographische Photometrie

Wir wollen uns hier direkt nur mit der Photometrie von Spektren befassen, was die in Frage kommenden Prinzipien gut verdeutlicht, aber selbstverständlich können diese Prinzipien auch auf andere Probleme angewendet werden.[1]) Jede Platte muß neben den auszumessenden Spektren Eichmarken besitzen, deren Schwärzungen bekannten relativen Lichtintensitäten entsprechen. Wenn man Intensitäten der gleichen Wellenlänge vergleicht (homochrome Photometrie), erhält man die Eichmarken, indem man eine Folge von Aufnahmen macht, bei denen das Licht in einem bekannten Verhältnis abgeschwächt wird; die Tafel 8.7 gibt hierfür einige Verfahren an.

Tafel 8.7

Verfahren zum Abschwächen von Licht für die Eichung von Platten

Verfahren	Bemerkungen
1. Ein rotierender Sektor, der intermittierende Belichtung liefert	Verwickelte Auswirkung auf die Plattenschwärzung (Intermittierungseffekt)
2. Verringerung der Öffnung eines optischen Systems (gewöhnlich in einem parallelen Strahlengang angeordnet)	
a) mit festem Sektor	Die Gleichmäßigkeit des Strahles muß gut und nachgeprüft sein
b) mit rotierendem Sektor	Ungleichmäßigkeit des Strahles ruft einen Intermittierungsfehler zweiter Ordnung hervor
c) durch Drahtnetze oder Gitter	Es sind Vorsichtsmaßregeln nötig, um Beugungsfehler zu vermeiden (vgl. HARRISON 1929)
3. „Neutral"-Filter und andere, z. B. Grauglas, Stufenkeil, kontinuierlicher Graukeil	Die Absorption für die betrachteten Wellenlängen muß bekannt sein. Auf Glas oder Quarz aufgedampftes Platin ist über einen weiten Bereich neutral. Gelatinegraukeile, die im Bereich des sichtbaren Spektrums nahezu neutral sind, gibt es käuflich (z. B. von ILFORD) [2])
4. Veränderliche Spaltbreite im Spektrographen (Stufenblende)	Nur bei kontinuierlichen Spektren verwendet
5. Polarisator und Analysator unter veränderlichem Winkel	Gewöhnlich nicht geeignet
6. Änderung der Temperatur einer Glühdrahtlichtquelle	Gewöhnlich nicht geeignet
7. Benutzung der theoretischen Beziehung zwischen Intensitäten, z. B. der Komponenten einer Linie	Nur für besondere Spezialzwecke

[1]) Vgl. DOBSON, GRIFFITH und HARRISON (1926); HARRISON (1929).

[2]) Vgl. hierzu auch WENZEL 1957. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Bei dem viel schwierigeren (und ungewöhnlicheren) Problem der heterochromen Photometrie hat man die relativen photographischen Wirkungen von Strahlungsenergie verschiedener Wellenlängen zu ermitteln. Man muß hierzu eine Lichtquelle mit bekannter Energieverteilung benutzen. Für einen Teil des Wellenlängenbereiches kann man das kontinuierliche Spektrum einer Wolframlampe hierfür verwenden. In diesem Falle kann man das Licht sehr bequem nach dem Verfahren Nr. 4 – Änderung der Spaltbreite des Spektrographen – abschwächen.

Wegen des EBERHARD-Effektes (siehe § 8.30) soll man nie die Dichte eines schmalen geschwärzten Streifens mit der einer großen Fläche vergleichen; es ist deshalb günstig, kontinuierliche Eichspektren mit Hilfe einer Maske in Linien aufzuteilen, wenn sie mit Spektrallinien verglichen werden sollen.

Im Ultraviolett ist das Spektrum von glühendem Wolfram zu schwach, um es als Lichtquelle bekannter Energieverteilung zu verwenden, so daß es gewöhnlich erforderlich wird, die Energieverteilung einer geeigneten Lichtquelle experimentell zu bestimmen, wozu man ein Thermoelement oder etwas Gleichwertiges benutzt. Es ist zu beachten, daß die Eichung mit einer starken, stetigen Lichtquelle durchgeführt und das Ergebnis auf die photographische Photometrie einer schwachen oder einer flackernden Lichtquelle angewendet werden kann.

Belichtung und Verarbeitung der Platte muß sorgfältig geplant werden, um Gleichförmigkeit zu garantieren.[1]) Auszumessende Spektra sollen nicht in der Nähe des Plattenrandes liegen, und die einzelnen Aufnahmen sollen so über die Platte verteilt werden, daß eine kleine systematische Änderung der Eigenschaften längs der Platte eher einen zufälligen als einen systematischen Fehler in die Ergebnisse bringt (siehe hierzu § 2.3). Die im § 8.30 erwähnten Vorsichtsmaßnahmen sind bei der Entwicklung zu beachten.

Der letzte Schritt eines Experimentes ist dann das Ausmessen der Plattenschwärzung mit einem Mikrophotometer. Die optische Anordnung eines einfachen Mikrophotometers wurde in der Abb. 8.15 gezeigt. Man kann zum Erzielen höherer Auflösung Blenden vorsehen: Der Aufbau soll so getroffen sein, daß kein Licht von Teilen der Platte neben der vermessenen Stelle in den Empfänger gestreut werden kann; dies würde aber der Fall sein, wenn eine erhebliche Fläche der Platte beleuchtet würde und man die Auflösung nur durch einen Spalt vor dem Empfänger erreichen wollte. In der Tafel 8.8 werden Meßelemente für Mikrophotometer besprochen.

Man kann Mikrophotometer mit und ohne automatische Aufzeichnung herstellen. Eine Registrierung besitzt beträchtliche Vorzüge, wenn komplizierte Spektren aufgenommen wurden oder wenn man die Schwärzung auf

---

[1]) Es sind Platten erhältlich, bei denen die Schicht auf (planparallelem) „Patentglas" aufgetragen ist, um dadurch die Gleichmäßigkeit der Schicht zu verbessern. DOBSON, GRIFFITH und HARRISON (1926) fanden Dichteunterschiede von etwa 0,05 auf einer gleichmäßig belichteten und in einer Spezialschale entwickelten Platte, dagegen nur Unterschiede von 0,02 auf einer Platte, die in ihrem, mit einem Kolben versehenen Tank entwickelt worden war. Die zuletztgenannte Ungleichmäßigkeit schreiben sie – wenigstens teilweise – der Platte selbst zu.

Tafel 8.8

Empfänger für Mikrophotometer

Meßelement	Zugehörige Ausrüstung	Vorteile	Nachteile
Thermosäule	Galvanometer	Einfach, sehr stabil	Keine sehr kurze Ansprechzeit. Scharfeinstellung des optischen Systems schwierig, da maximale Empfindlichkeit im infraroten Gebiet
Sperrschichtzelle	Galvanometer (geringer Innenwiderstand für Linearität erforderlich)	Einfach	Keine sehr hohe Empfindlichkeit. Zeigt eine gewisse Ermüdung, keine vollkommene Stabilität auf lange Zeit
Photozelle	Elektrometer, Gleichspannungsverstärker, mit zerhacktem Licht Wechselspannungsverstärker	Hohe Empfindlichkeit, so daß enge Spalte verwendet werden können. Gute Stabilität der Zelle	Kompliziertes Meßsystem, das Teile enthält, bei denen es Mühe macht, sie stabil zu bekommen (Hochohmwiderstände, Gleichspannungsverstärkerstufen)
Photovervielfacher	Galvanometer	Sehr hohe Empfindlichkeit. Ziemlich einfach	Komplizierte Spannungsquelle. Kann bei starken Strömen „Ermüdung“ zeigen

der Platte über eine gewisse Länge des Spektrums integrieren soll; andererseits ist die direkte Ablesung das schnellere Verfahren zum Vergleichen der Intensitäten einiger weniger Spektrallinien. In diesem Falle werden die Spektren mit einem breiten Spalt ausgewertet, um Photometerkurven mit abgeflachten Spitzen zu erhalten.

Die von den Eichbelichtungen erhaltenen Schwärzungsmessungen benutzt man dazu, eine Kurve aufzustellen, die die Schwärzung der Platte als Funktion der Strahlungsintensität angibt, die sie verursacht hat. Die bei den Versuchsbelichtungen aufgezeichneten unbekannten Intensitäten werden dann aus dieser Kurve entnommen.

8.33 *Photoelektrische Photometrie*

Durch die Verbesserung der Photozellen und der Hilfsapparaturen ist die direkte photoelektrische Photometrie immer mehr in Gebrauch gekommen. Der photoelektrische Strom der wirksamsten erhältlichen Kathodenflächen

liegt in der Größenordnung von 40 μA/lm (vgl. § 8.A 2). Man hat also gewöhnlich kleine Ströme zu messen, die Messung solcher Ströme wurde in § 6.13 besprochen. Oft ist es vorteilhaft, einen „zerhackten" Lichtstrahl und einen Wechselspannungsverstärker auch bei einer quasi-gleichförmigen Lichtquelle zu verwenden, da man so die Nullpunktsverschiebungen des Verstärkers und die Auswirkungen kleiner Streulichtmengen vermeiden kann.

Man kann eine Verstärkung innerhalb der Photozelle erreichen, wenn man die Elektronen nach einer Beschleunigung mit Gasmolekülen zusammenstoßen und diese ionisieren läßt; die dabei entstehenden Sekundärelektronen werden ebenfalls beschleunigt und erleiden weitere ionisierende Zusammenstöße. Die Zelle wird mit einem inerten Gas unter einem Druck, der eine kurze freie Weglänge ergibt, gefüllt; man verändert die Verstärkung durch Erhöhen der an die Zelle angelegten Spannung. Die Spannung muß unterhalb der für eine selbständige Glimmentladung erforderlichen bleiben, und die erreichbare stabile Verstärkung ist nicht sehr hoch. Man benutzt gasgefüllte Zellen, wo man mit einer billigen Apparatur eine qualitative oder nur grob quantitative Bestimmung vornehmen muß. Neuerdings sind gasgefüllte Zellen hergestellt worden, von denen angegeben wird, daß ihr Signal-Rausch-Verhältnis höher ist als das einer Photovervielfacherzelle.

Eine sehr große stabile Verstärkung erhält man mit Sekundärelektronenvervielfachern, das sind Röhren, bei denen die Photoelektronen beschleunigt werden und dann auf eine besonders präparierte Metallfläche fallen, die eine hohe Sekundärelektronenemission liefert. Bei geeigneter Anordnung der Elektroden werden auch diese Elektronen beschleunigt und auf einer zweiten sekundäremittierenden Fläche gesammelt; dieser Vorgang wird in neun oder mehr Stufen wiederholt. Eine Anzahl gedrängt aufgebauter Röhren nach dem Vorbild der R. C. A. Modell 931 A sind auf den Markt gebracht worden, und von Zeit zu Zeit werden für besondere Zwecke Röhren mit höherer Leistungsfähigkeit entwickelt (R. C. A. J. 1949). Die 931 A und die von ihr abgeleiteten Typen enthalten neun Vervielfacherstufen, deren jede für maximale stabile Verstärkung eine Beschleunigungsspannung von etwa 100 V verlangt. Unter diesen Bedingungen liegt die innere Verstärkung bei etwa 10^6 und der Ausgangsstrom ist 10 bis 100 A/lm.

Die Verstärkung hängt sehr von der Beschleunigungsspannung ab: Bei einem neunstufigen Vervielfacher verursacht eine Änderung von 1% in der Spannung etwa 9% Änderung des Ausgangsstromes bei konstanter Beleuchtungsstärke. Man braucht deshalb eine gut stabilisierte Speisespannung. Man kann hierzu Batterien benutzen, aber auf lange Sicht ist es gewöhnlich günstiger, eines der in § 10.13 beschriebenen stabilisierten Hochspannungsgeräte zu verwenden. Die Kathode wird auf einem hohen negativen Potential gehalten, und die emittierenden Flächen („Dynoden") werden an eine Spannungsteilerkette aus Widerständen angeschlossen. Den Ausgangsstrom kann man mit einem Galvanometer messen; wenn jedoch sehr schwaches Licht gemessen werden soll, muß man noch eine Verstärkung außerhalb der Zelle mit einem Gleichspannungsverstärkersystem (siehe § 7.17) vorsehen, beim Arbeiten mit „Zerhacker" kann man hierfür einen Wechselspannungsver-

stärker – mit oder ohne phasenempfindlichem Gleichrichter (vgl. § 9.11) – verwenden.

Der Photovervielfacher zeigt „Ermüdungs"-Effekte noch ungeklärten Ursprunges. Diese können auf unbedeutende Ausmaße verringert werden, wenn man die Verstärkung so einstellt, daß der Ausgangsstrom klein (in der Größenordnung 10^{-6} A) bleibt. Bei einigen Röhrentypen können diese Effekte dadurch beseitigt werden, daß man die Röhre mit einer Graphitschicht bedeckt, so daß also hier die elektrostatische Aufladung des Glases die Störungsursache zu sein scheint.

Vervielfacherzellen besitzen weiter einen „Dunkelstrom", der teilweise von inneren Isolationsverlusten herrührt und teilweise von der thermischen Emission der Photokathode und der Vervielfacherflächen bei den normalen Temperaturen.[1]) Wie wir sehen werden, bestimmt diese Komponente des Dunkelstromes eine wichtige Begrenzung der Leistungsfähigkeit der Zelle; sie kann durch Kühlung der Röhre mit fester Kohlensäure oder mit flüssiger Luft gewaltig verringert werden. Diese Maßnahme ist für die Messung schwächsten Lichtes unumgänglich, sie bringt aber eine erhebliche Erschwerung des Versuches mit sich, hauptsächlich hinsichtlich der Lichtzuleitung zur Zelle, da die Fenster von Feuchtigkeit frei gehalten werden müssen.

Wenn Photozellen und Photovervielfacher („Multiplier") zur Messung sehr geringer Beleuchtungsstärken oder sehr kurzer Lichtblitze benutzt werden, muß man ihre naturgegebenen statistischen Begrenzungen (vgl. § 9.10) berücksichtigen. Sowohl die von der Umsetzung der Lichtquanten herrührende photoelektrische Emission als auch die thermische „Dunkel"-Emission zeigen Fluktuationen durch den „Schroteffekt", und es stellt das Hauptproblem dar, die zu messenden Veränderungen von diesem Fluktuationsuntergrund zu trennen. Es leuchtet ein, daß die Verringerung des Dunkelstromes durch Kühlung ein fundamentales Verfahren zur Erhöhung der Empfindlichkeit gegen schwaches Licht darstellt. Wenn wir Licht messen, von dem wir annehmen, daß es *gleichbleibend* sei, können wir die Fluktuationen durch Verwendung eines Empfängers mit langer Integrationszeit oder – was dem äquivalent ist – mit schmalem Frequenzband abdrosseln. Wenn *Lichtblitze* nachgewiesen werden sollen, wird die Wahl der Bandbreite kritisch, denn das Signal-Rausch-Verhältnis kann nur verbessert werden, indem man den von einem Blitz herrührenden Strom unter Wahrung der erforderlichen zeitlichen Auflösung zwischen den Blitzen integriert (vgl. § 9.9).

Diese Betrachtungen gelten sowohl für vervielfachende wie für nichtvervielfachende Zellen. Der Vorzug der ersteren liegt in der Art und Weise, in der eine hohe und stabile Verstärkung über ein weites Frequenzband erreicht wird, das von der Frequenz Null bis zu einer oberen Grenze im Bereich von 10^8 Hz reicht, die von zufälligen Veränderungen der Laufzeit, die ein Elektron für den Durchgang durch das Vervielfachersystem braucht (deren

[1]) Manche Röhren zeigen Veränderungen im Dunkelstrom infolge Gasionisation oder Selbstemission von Elektronen. Derartige Röhren soll man durch Auswählen vermeiden.

mittlerer Wert etwa 10^{-7} s ist), herrührt. Außerdem wird diese Verstärkung erhalten, ohne daß das bei normalen Verstärkerstufen vorhandene Widerstands- und Röhrenrauschen (vgl. § 9.5) auftritt (ENGSTROM 1947). Der Verstärkungsvorgang wird jedoch verwickelt durch die statistischen Schwankungen der Vervielfachung an den einzelnen Elektroden; dieser Effekt verursacht ein zusätzliches Rauschen, das sich dem Dunkelstrom und dem Photostrom überlagert. Offensichtlich ist dieses zusätzliche Rauschen nicht sehr stark, bei Photovervielfachern liegt es in der Größenordnung von 20% des Schrotrauschens.

8.A Anhang

8.A 1 Der Zusammenbau optischer Systeme

Es ist günstig, sich ein systematisches Verfahren für den Zusammenbau von Systemen aus Linsen und anderen optischen Bauelementen zurechtzulegen, denn das Verhalten solcher Systeme kann erheblich verschlechtert werden, wenn die optische Achse einer Linse nicht nach *Lage* und *Richtung* mit der Achse des Systems übereinstimmt. Wenn man es mit einer geradlinigen Kette aus optischen Bauteilen zu tun hat, ist es angebracht, sie auf einer optischen Bank (die auf dem Prinzip der kinematischen Führung nach § 3.4 beruht) aufzubauen; andernfalls sollen sie auf einem starren Tisch stehen. Eine vorläufige Einstellung der Höhe (auf einer optischen Bank auch der seitlichen Lage) kann man so durchführen, daß man die Bauteile der Reihe nach an einen Markierungspunkt in einem festen Halter bringt; danach muß aber eine optische Justierung erfolgen:

a) Ein wichtiger Grundvorgang ist es, eine Sammellinse so einzurichten, daß ihr Hauptpunkt sich auf einer parallel zu einer Führung verlaufenden Linie bewegt und daß die so definierte Linie durch einen bestimmten Punkt, z. B. ein kleines Loch, verläuft. Hierzu wird das letztere hell erleuchtet und man entwirft sein Bild mit Hilfe der Linse auf einer Mattscheibe oder in der Brennebene eines Okulars. Der Abstand zwischen Objekt und Bild muß größer sein als die vierfache Brennweite, dann gibt es zwei Stellungen der Linse, die ein Bild in der gewählten Ebene liefern. Die Linse muß nun systematisch einjustiert werden, bis das Bild bei beiden Stellungen der Linse in der gleichen Lage erscheint.

b) Die eben beschriebene Operation stellt noch nicht sicher, daß die optische Achse der Linse in der verlangten Richtung verläuft. Zu dieser Justierung verwendet man die virtuellen Bilder, die von der Reflexion an den Linsenflächen herrühren, wie sie ein Auge sieht, das sich auf der Achse nahe dem primären Bild befindet. Die Linse muß nun – ohne ihren Hauptpunkt zu bewegen – so lange gedreht werden, bis sich diese Bilder decken. Die Lage des Linsenhauptpunktes kann dann wie unter a) geprüft werden.

Diese Operationen werden für alle Linsen eines Systems wiederholt. Es ist offensichtlich besonders wichtig, die Linsen von der Bank wegnehmen und wieder aufstecken zu können, ohne ihre Justierungen zu verändern.

Zerstreuungslinsen kann man zentrieren, indem man sie mit einer vorher justierten (stärkeren) Sammellinse zu einem konvergenten System vereinigt, oder nach dem folgenden Verfahren, das zum Justieren von optischen Bauteilen jeder Art auch ohne optische Bank verwendet werden kann:

c) Man bringt ein erleuchtetes Loch in die Brennebene einer Linse, die möglichst schon nach dem oben angegebenen Verfahren justiert worden ist. Die Linse wird mit einer Blende mit einem kleinen Mittelloch ausgerüstet. Der so erhaltene schmale Lichtstrahl definiert die optische Achse des Systems. Wenn hohe Genauigkeit verlangt wird, macht man das erste Loch sehr klein, so daß man die vom zweiten Loch herrührenden Beugungsringe mit einer Lupe an jedem Punkt entlang des Strahles beobachten kann. Linsen können nun eingesetzt und zentriert werden, indem man sie so lange verschiebt, bis sie keine Ablenkung des Strahles mehr verursachen. Andere optische Bauelemente, wie Spalte, Prismen oder Spiegel, können zum Strahl zentriert werden, wenn ihre Hauptpunkte markiert sind, z. B. durch vorübergehend angebrachte Blenden oder Fadenkreuze. Die Orientierung der Linsen muß wiederum mit Lichtpunkten eingeregelt werden; manchmal freilich – bei hochwertigen Linsen mit langer Brennweite – stellt schon die Symmetrie des bei voller Linsenöffnung beobachteten Bildes eines engen Loches eine empfindliche Probe für die Orientierung dar.[1])

8.A 2 Bemerkungen zum Vergleich von Empfängern für geringe Lichtmengen

a) Ein Quant von grünem Licht ($\lambda = 5550$ Å) ist

$$h \cdot \nu = 3{,}5 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{erg}$$
$$= 3{,}5 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{W \cdot s}$$
$$= 2{,}22 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{lm \cdot s}.$$

b) Empfindlichkeit des Auges für punktförmige Lichtquellen nach astronomischen Werten:

Das Auge kann Sterne 6. Größenklasse wahrnehmen. Der zugehörige Fluß in eine Pupille von 8 mm Durchmesser beträgt $4{,}2 \cdot 10^{-13}$ lm. Unter sehr günstigen Umständen kann man noch einen Stern der Größenklasse 8,5 wahrnehmen, was einem Fluß von $4{,}2 \cdot 10^{-14}$ lm entspricht. Wenn dieses Licht nur aus Quanten der günstigsten Wellenlänge bestände, wären dies etwa 200 Quanten je Sekunde.

---

[1]) Eine ausführlichere Behandlung findet man bei SURUGUE (1947).

c) Eine ziemlich empfindliche photographische Emulsion gibt eine bemerkbare Schwärzung bei ungefähr $4 \cdot 10^{-3}$ lx · s. Das entspricht $4 \cdot 10^{-7}$ lm · s/cm²; wenn sich dieses Licht auf die $3 \cdot 10^{-6}$ cm² große Fläche des Bildes eines Sternes verteilt, beträgt die erforderliche Belichtung also $1{,}2 \cdot 10^{-12}$ lm · s. Dies stimmt in groben Zügen mit der astronomischen Faustregel überein, daß ein gerade noch sichtbares Objekt mit ungefähr 1 Minute Belichtungszeit photographiert werden kann. Unter Berücksichtigung der Abweichungen vom Reziprozitätsgesetz (siehe § 8.26) beträgt der auf das Bild eines Sternes, der nach 10^4 s Belichtungszeit gerade bemerkbar ist, entfallende Fluß $6 \cdot 10^{-16}$ lm oder ungefähr 3 Quanten je Sekunde.

d) Bei den jetzt erhältlichen Photokathoden ergeben 10 Quanten vom Licht der günstigsten Wellenlänge 1 Photoelektron. In Photovervielfacherzellen kann man eine Verstärkung von 10^6 bis 10^7 innerhalb des Elektronenvervielfachers erhalten, so daß ein einziges, je Sekunde auf die Kathode auffallendes Quant eine Ausgangsleistung von 10^5 bis 10^6 Elektronen je Sekunde ergibt. Der höhere Wert entspricht einem Strom von $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ A, der elektrostatisch nicht schwer zu messen ist. Dieser Strom unterliegt starken Fluktuationen und müßte über viele Sekunden Dauer integriert werden. Bei einer Photokathode würde nun bei normaler Temperatur diese Emission vollständig von der thermischen Emission überdeckt werden; der Dunkelstrom der besten der erhältlichen Vervielfacher liegt bei Zimmertemperatur in der Größenordnung von 0,01 bis 0,1 μA (nach der Verstärkung). Es sind aber Messungen durchgeführt worden (ENGSTROM 1947), aus denen hervorzugehen scheint, daß die thermische Emission einer Kathode bei Kühlung mit flüssiger Luft auf ein Elektron in mehreren Sekunden herabgedrückt werden kann.

Es zeigt sich, daß der Photovervielfacher bedeutend empfindlicher ist als die photographische Platte oder das Auge, wenn es sich darum handelt, ein kleines Bild wahrzunehmen; die Platte kann jedoch Einzelheiten auf einer großen Fläche auf einmal wahrnehmen. Experimentelle Untersuchungen zeigen, daß beim Abtasten eines engen Musters (eines Interferenzmusters mit etwa 1 mm Breite) mit der Photozelle die zum Wahrnehmen einer bestimmten Einzelheit erforderliche Zeit 100fach geringer ist als die von der Photoplatte benötigte Zeit. Entsprechende Werte können auch für andere Muster, beispielsweise für Spektren, abgeleitet werden. Selbstverständlich ergibt die Photozelle die Intensitätsverteilung auf viel direktere Art und Weise als die Platte.

8.A 3 Optische Materialien (Allgemeines)

In den folgenden Abschnitten sind die Eigenschaften einiger der wichtigsten Materialien zusammengestellt. Angegeben sind die für das Verständnis der allgemeinen Prinzipien von optischen Systemen und für die Planung eines Aufbaues erforderlichen Daten. Ins einzelne gehende Informationen

für Zwecke der endgültigen Konstruktion müssen gewöhnlich noch in der Spezialliteratur gesucht werden.

8.A 4 Spiegelnde Oberflächen

Die wichtigsten spiegelnden Oberflächen für optische Präzisionssysteme bilden durch Verdampfung im Vakuum auf Glas niedergeschlagenes Silber oder Aluminium.

Silber kann auch durch Kathodenzerstäubung oder mit chemischen Verfahren niedergeschlagen werden, aber diese Methoden sind nicht zu empfehlen, wenn man optimal reflektierende Schichten anstrebt. Es bestehen noch Meinungsverschiedenheiten über den genauen Wert des mit den besten Silberschichten für Perot-Fabry-Interferometer erreichbaren Wirkungsgrades. Bei diesen Geräten hängt das Auflösungsvermögen vom Reflexionskoeffizienten einer halbdurchlässigen Schicht ab, und die Helligkeit der Maxima ist stark vom Durchlaßgrad abhängig. Wahrscheinlich werden etwa 4% des (grünen) Lichtes in der Schicht absorbiert; einige Bearbeiter erklären jedoch, daß die Summe der reflektierten und der durchgelassenen Intensität um einen geringeren Betrag als 4% von der auffallenden Intensität abweicht. Dieser Punkt wird nur dann bedeutungsvoll, wenn von einem Interferometer eine sehr hohe Leistungsfähigkeit verlangt wird. Die geringe Reflexion des Silbers bei etwa $\lambda = 3200$ Å rührt hauptsächlich von der Transparenz des Silbers in diesem Bereich her; wenn man jedoch die Schicht dicker macht, um das durchgelassene Licht zu verringern, wird die Absorption wesentlich.

Aluminisierte Spiegel laufen in den meisten Atmosphären weniger an als Silber und können deshalb für Anwendungen (z. B. Fernrohre) vorzuziehen sein, bei denen eine hohe Reflexionsfähigkeit während einer vernünftigen Lebensdauer verlangt wird. Sie können für Interferometer im sichtbaren Spektrum nicht mit dem Silber konkurrieren, sie können aber für diesen Zweck im Ultraviolett (etwa bei $\lambda = 2200$ Å) benutzt werden. Metallspiegel aus besonders reinem Aluminium, die elektrolytisch poliert werden, sind manchmal für Kondensoren nützlich; ihr Reflexionskoeffizient beträgt etwa 85%. Beim Polieren wird aber die Form der Spiegel verändert, so daß man sie in der Präzisionsoptik nicht einsetzen kann.

Im Bereich des Infrarotspektrums besitzen die meisten Metalle hohe Reflexionskoeffizienten; gelegentlich hat man Goldschichten benutzt, weil sie nicht so leicht anlaufen. Jenseits von etwa $\lambda = 10\,\mu$ hängt die Reflexion an einer Metalloberfläche von der elektrischen Leitfähigkeit des Metalls ab und beträgt für die meisten gewöhnlichen Metalle nahezu 100%.

8.A 5 Lichtbrechende Medien

Die Abb. 8.24 stellt für eine Reihe von Materialien die Änderung des Brechungsindex mit der Wellenlänge dar; in einigen Fällen sind die ultravioletten und infraroten Grenzen für die praktische Anwendung der Stoffe eingetragen. Diese Grenzen stimmen ungefähr mit den Wellenlängen überein, für welche die Strahlung auf 1 cm Weglänge in dem Medium zur Hälfte absorbiert wird. Die beiden angeführten Gläser EDF (extradichtes Flintglas)

und BSC (Borosilikat-Kronglas) sind typisch für die „älteren" achromatischen Linsenpaare. Sie werden noch immer mit Vorteil für Fernrohrobjektive und Linsensysteme mit ähnlichen Funktionen gebraucht.

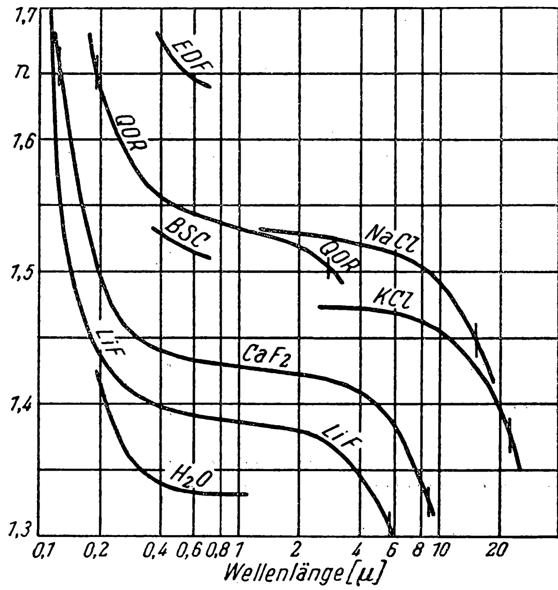


Abb. 8.24. Änderung des Brechungsindex mit der Wellenlänge bei einigen optisch wichtigen Materialien. Bei einigen Stoffen sind durch vertikale Striche die Grenzen der Durchlässigkeit (für praktische Zwecke, bei einer Dicke von etwa 1 cm) angegeben

Die Tafel 8.9 zeigt die Brechungsindizes und die ABBEschen reziproken Dispersionszahlen für eine etwas größere Auswahl von Materialien.[1]) Die

[1]) Zum Vergleich seien einige Sorten des VEB JENAer GLASWERK SCHOTT & GEN. angeführt:

Bezeichnung		n_D	ν
Borkron	BK	1,51	64
Kron	K	1,52	60
Baritkron	BaK	1,56	58
Schwerkron	SK	1,61	60
Barit-Leichtflint	BaLF	1,57	57
Leichtflint	LF	1,58	42
Flint	F	1,62	36
Schwerflint	SF	1,64 bis 1,80	35 bis 26
Schwerflint-Sonderglas	SFS	1,92	21

Den hochbrechenden KODAK-Gläsern kommen die SCHOTT-Gläser SK 21, SK 22, SK 24 und SSK 10 nahe. (D. Red. d. dtsch. Ausg. dankt dem VEB SCHOTT für diese Angaben.)

Tafel 8.9

Brechungseigenschaften von Gläsern u. a.

Bezeichnung	Brechungsindex $n_{\lambda=5893}$	ABBEsche Zahl ν [1])
Borosilikat-Kronglas	1,51	64
Hartes Kronglas	1,52	60
Leichtes Barium-Kronglas	1,54	59
Dichtes Barium-Kronglas	1,61	60
Leichtes Barium-Flintglas	1,56	55
Leichtes Flintglas	1,58	40
Dichtes Flintglas	1,62	36
Extradichtes Flintglas	1,65	34
Sehr dichte Flintgläser	bis 1,79	25
1945er Gläser von KODAK (vgl. LEE 1946)	1,7 bis 2,0	55 bis 20
Fluorit (CaF_2)	1,434	95
Lithiumfluorid (LiF)	1,392	98,5
Quarzgut (geschmolzener Quarz)	1,458	67
Quarz (für den ordentlichen Strahl)	1,544	72
Methylmetacrylat (Plexiglas)	1,49	56
Polystyrol	1,59	31

sonstigen Eigenschaften dieser und anderer Gläser sind den Katalogen der Hersteller zu entnehmen. Für die endgültige Berechnung optischer Konstruktionen muß man sich von den Herstellern die individuellen Daten der gerade verwendeten Glasschmelze geben lassen, da die Kenngrößen von Schmelze zu Schmelze um einige Einheiten der dritten Dezimalstelle schwanken können.

Der bei optischen Geräten verwendete Quarz ist gewöhnlich der natürliche Kristall, der doppelbrechend ist. Der Brechungsindex für den ordentlichen Strahl ist in der Abb. 8.24 (als QOR) angegeben. Sogar wenn das Licht parallel zur optischen Achse hindurchtritt, bewirkt Quarz eine Aufspaltung in zirkular polarisierte Komponenten; bei manchen Instrumenten, insbesondere bei 60°-Spektrographenprismen, muß dies dadurch kompensiert werden, daß man die optische Weglänge zur Hälfte aus rechts- und zur Hälfte aus linksdrehendem Quarz bildet.

Geschmolzener Quarz (Quarzgut, das selbstverständlich isotrop ist) konnte noch nicht homogen genug für optische Präzisionsteile jeder Größe hergestellt

[1])
$$\nu = \frac{n_{\lambda=5893} - 1}{n_{\lambda=4861} - n_{\lambda=6563}}.$$

Es ist zweckmäßig und deshalb üblich geworden, optische Gläser durch einen 6-Ziffern-Schlüssel zu kennzeichnen, der drei gültige Ziffern von $(n - 1)$ enthält und drei Ziffern der ABBEschen reziproken Dispersionszahl. Ein Borosilikat-Kronglas würde in dieser Form als 510644 bezeichnet werden.

werden. Sein Brechungsindex ist viel niedriger als der des Kristalls, während die spektrale Durchlässigkeit ungefähr die gleiche ist wie beim Kristall.

Fluorit (CaF_2), der – außer bei Dehnung – optisch isotrop ist, wird sowohl in optischen Systemen für Infrarot und für das sogenannte Vakuum-Ultraviolett verwendet (BOMKE 1937) als auch bei Mikroskopobjektiven, wo man seine geringe Dispersion im Gebiet des sichtbaren Spektrums ausnutzt (vgl. Tafel 8.9). Fluorit kommt nur selten in größeren Stücken vor, neuerdings sind aber künstlich gezogene Kristalle hergestellt worden.

Lithiumfluorid (LiF) läßt Licht noch jenseits der ultravioletten Grenze von Fluorit durch und ist auch im infraroten Gebiet verwendbar. Die Kristalle werden künstlich gezüchtet, was hier leichter ist als bei Fluorit.

Steinsalzprismen können im Infraroten bis etwa $\lambda = 15\ \mu$ benutzt werden, aber die Dispersion ist – wie Abb. 8.24 zeigt – bei kürzeren Wellenlängen kleiner als die von Fluorit, so daß letzterer für die Infrarot-Prismenspektroskopie bei mittleren Wellenlängen vorzuziehen ist (GORE und Mitarbeiter 1949). Steinsalz ist hygroskopisch, so daß ein mit Steinsalzprismen ausgerüstetes Spektroskop nur trockene Luft enthalten darf. Am bequemsten ist es, das Instrument vor dem Öffnen mit Hilfe eines eingebauten Heizelementes anzuwärmen.

Die durchsichtigen Kunststoffe haben sich bisher noch nicht als für optische Präzisionsbauteile geeignet erwiesen. Sie sind weich, und es ist schwierig, sie mit der verlangten Genauigkeit zu formen, außerdem haben sie eine sehr große thermische Ausdehnung. Andererseits sind sie extrem durchsichtig und werden deshalb für Konstruktionen benutzt, bei denen Licht durch wiederholte innere Totalreflexion im Innern eines Stabes weitergeleitet wird. Diese Anordnung kann dazu eingesetzt werden, unzugängige Stellen zu beleuchten (z. B. in der Chirurgie) oder etwa das Licht von einem Szintillationsschirm einem Photovervielfacher zuzuleiten.

8.A 6 Optische Filter

Filter aus gefärbtem Glas werden fabrikmäßig hergestellt (in England von CHANCE[1]), die Durchlässigkeitswerte sind von den Herstellern zu erhalten. Die Filter stellen gewöhnlich entweder Hoch- oder Tiefpässe – jedoch mit ziemlich allmählich verlaufender Begrenzung – dar. Ein Ausnahmefall ist der des Neodymglases[2]), das einen schmalen Absorptionsbereich im Gelben besitzt und deshalb dazu verwendet werden kann, die gelben Quecksilberlinien zu unterdrücken. In vielen Fällen wird man selbstverständlich mit Vorteil Filter miteinander kombinieren.

Ein größerer Bereich von Kennwerten steht in den gefärbten Gelatinefiltern von WRATTEN (KODAK) und von ILFORD zur Verfügung[3]). Man kann

---

[1]) In Deutschland beispielsweise vom VEB JENAer GLASWERK SCHOTT & GEN. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Im Englischen „Didymium" genannt, nach der alten Bezeichnung für ein Gemisch aus Neodym und Praseodym. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[3]) In Deutschland stellt z. B. der VEB FILMFABRIK AGFA WOLFEN Gelatine-Farbfilter her; vgl. hierzu WENZEL 1957. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

den Gelatinefilm allein verwenden; er ist dabei natürlich mechanisch empfindlich, er ist aber gleichmäßig genug, um in vielen optischen Systemen eingesetzt zu werden, ohne daß ein Güteverlust zu befürchten ist. Der Film ist auch eingekittet zwischen Glasplatten mit verschiedener optischer Qualität erhältlich.

Auch Flüssigkeiten in Glasküvetten mit parallelen Wänden können als Filter benutzt werden (STRONG 1938). Sie sind gewöhnlich ziemlich unbequem zu handhaben, man kann aber einige besondere Kennwerte nur auf diese Weise erzielen, und in manchen Fällen (z. B. Infrarot-Absorption, Neodym) sind die Flüssigkeiten viel billiger als die entsprechenden Glasfilter.

Neuerdings werden kommerziell auch Filter hergestellt, die auf Interferenz beruhen. Sie bestehen aus lichtbrechenden Schichten von bestimmter, gleichmäßiger Dicke, die zwischen halbdurchlässige Spiegelschichten eingebettet sind. Ein sehr schönes Filter, das auf den Doppelbrechungseigenschaften von Kristallen beruht und das eine schmale Bandbreite mit großer Apertur verbindet, ist von LYOT erfunden worden; das geht aber weit über den Rahmen dieses Buches hinaus (LYOT 1944, siehe auch EVANS 1949).

KAPITEL IX

DIE NATÜRLICHEN GRENZEN DER MESSUNGEN

9.1 Einleitung

Es ist heute die allgemeine Überzeugung, daß die Genauigkeit physikalischer Messungen letztlich eher durch Ursachen begrenzt ist, die aus der Natur der Messung selbst entspringen, als durch instrumentelle Begrenzungen (Barnes und Silverman 1934). Im Prinzip wird doch sogar eine einfache Längenmessung an einem Gitter von schwingenden Atomen durchgeführt, und das Beste, was wir in solchem Falle tun können, ist, einen zeitlichen Mittelwert ihrer Lagen zu nehmen.

Spontane Fluktuationen, die in Verstärkersystemen auftreten, können hörbare Geräusche im Kopfhörer verursachen; es ist üblich geworden, den Ausdruck „Rauschen“ [1]) umfassend für alle die Fluktuationserscheinungen zu gebrauchen, die wir jetzt betrachten wollen. Wir können die Ursachen des Rauschens in drei Gruppen einteilen:

1. Die thermische Bewegung;
2. die Teilchennatur der Materie und der Elektrizität;
3. die „Unbestimmtheitsbeziehungen“ der Quantenmechanik.

Die dritte Gruppe scheint bisher noch keine Begrenzung praktischer Messungen der hier betrachteten Art hervorgerufen zu haben, man muß sie aber als einen möglicherweise begrenzenden Faktor im Auge behalten; sie könnte z. B. für das Rauschen von Widerständen bei sehr tiefen Temperaturen wichtig werden.

Wir werden sehen, daß Erscheinungen der Gruppen 1 und 2 oft als begrenzende Faktoren bei Messungen auftreten, die eine hohe Empfindlichkeit mit schnellem Ansprechen zu vereinen suchen. Es sollte aber vielleicht darauf hingewiesen werden, daß zwar das Rauschen – im Sinne dieses Kapitels – stets die letzte Begrenzung der Genauigkeit bildet, daß aber diese Begrenzung bei der normalen Laboratoriumsarbeit nur recht selten wirksam wird, da sich meist viel schwerwiegendere Grenzen durch unkontrollierte äußere Faktoren ergeben (z. B. mechanische Schwingungen, elektrische Einstreuungen, Temperatureffekte). In der Hochfrequenztechnik jedoch werden wir, wenn ein System auf ein breites Frequenzband ansprechen soll, finden, daß das Rauschen sehr groß und bei ganz normalen Aufgaben merklich wird.

---

[1]) In der englischsprachigen Literatur „noise“ = Geräusch, Lärm. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

9.2 Die thermische Bewegung

Die Annahme ist gut begründet, daß in jedem System mit einer Anzahl unabhängiger Freiheitsgrade, das sich mit seiner Umgebung bei einer gewissen absoluten Temperatur T im thermischen Gleichgewicht befindet, die mit jedem Freiheitsgrad verbundene kinetische Energie gleich $\frac{1}{2} \cdot k \cdot T$ ist, worin die BOLTZMANN-Konstante k die auf ein Molekül bezogene Gaskonstante ist. Ihr numerischer Wert beträgt $k = 1{,}4 \cdot 10^{-16}$ erg · s/grad.[1])

Wegen dieser thermischen Bewegung zeigt die zu jedem Freiheitsgrad zugehörige Koordinate zufällige Fluktuationen. Die BROWNsche Bewegung, die man an kleinen, in einer Flüssigkeit aufgeschwemmten Teilchen wahrnimmt, ist ein Beispiel für den Fall, wo auf diese Bewegung keine bestimmte rücktreibende Kraft einwirkt.[2]) Die Teilchen erfahren molekulare Stöße, die sie hierhin und dorthin treiben. Bei der mathematischen Behandlung dieser Erscheinung (EINSTEIN 1906) werden die molekularen Stöße teils als antreibende, teils als dämpfende Kräfte behandelt, und es wird nachgewiesen, daß die resultierende Bewegung ein „Zickzackweg" ist, bei dem die mittlere Verschiebung einer Anzahl von Teilchen aus ihrer Ausgangslage mit der Quadratwurzel aus der Zeit wächst.

Typischer für die Auswirkung der thermischen Bewegung auf Messungen sind die Bewegungen einer Torsionsaufhängung, die ein zur Auslenkung aus der Nullage proportionales rücktreibendes Drehmoment besitzt. Auch hier wirkt das molekulare Bombardement teils als störende, teils als dämpfende Kraft, und eine genaue Berechnung der Bewegung kann mit Hilfe einer statistischen Analyse des Prozesses durchgeführt werden. Der Charakter der Bewegung hängt vom Gasdruck ab: Bei hohen Drucken erfolgen die molekularen Stöße häufig, und die Bewegung des aufgehängten Systems wird völlig unregelmäßig, obwohl sie – hierin ungleich der BROWNschen Bewegung – um eine definierte Nullage erfolgt. Bei niedrigen Drucken erfolgen die molekularen Stöße selten, aber auch die dämpfende Wirkung der Zusammenstöße ist gering, so daß die Bewegung weitgehend eine harmonische Schwingung mit der Eigenfrequenz des Systems darstellt; wobei aber unregelmäßige Änderungen der Amplitude und der Phase auftreten. Die mittlere kinetische Energie (und die mittlere potentielle Energie, die in einem derartigen System der kinetischen gleich ist) ist unabhängig von Druckänderungen und kann berechnet werden, ohne auf den speziellen Mechanismus Bezug zu nehmen. *Allgemein gilt, daß bei der Temperatur T zu jeder Koordinate die kinetische Energie*

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot T$$

gehört, unabhängig von der Anzahl oder der Art der wirkenden Störmechanismen.

In diesem Falle eines aufgehängten Systems mit einem rücktreibenden Drehmoment erfolgen die zufälligen Auslenkungen um eine mittlere Lage;

[1]) Die Quantentheorie verlangt Abänderungen des Gleichverteilungsgesetzes, wenn $k \cdot T$ mit $h \cdot \nu$ vergleichbar wird. Diese Änderungen sind normalerweise, bei einer elementaren Behandlung des thermischen Rauschens, nicht wichtig.

[2]) Manchmal wird die Bezeichnung „BROWNsche Bewegung" für die thermische Bewegung im allgemeinen angewendet.

diese mittlere Lage kann man mit jeder gewünschten Genauigkeit finden, indem man die Stellungen des Systems über eine hinreichend lange Zeit mittelt. Wenn wir nun *annehmen*, daß eine dem System auferlegte Auslenkung gleichbleibend sei, dann können wir diese durch Mittelung einer langen Reihe von Ablesungen messen; schnelle Auslenkungsänderungen dagegen werden durch die zufälligen Auslenkungen völlig verdeckt.

Wenn das bewegte System zu einem Galvanometer gehört, bestimmen die zufälligen Auslenkungen eine Grenze für den kleinsten Strom oder die niedrigste Spannung, die in einer endlichen Zeit gemessen werden können. Wir werden sehen, daß diese Begrenzung für alle Verfahren der Strommessung gilt; man kann sie als von der statistischen Bewegung der Elektronen im Stromkreis herrührend ansehen. Bei einem Galvanometer sind die elektrischen und die mechanischen Störungen eng miteinander gekoppelt, so daß man die Bewegung sowohl vom mechanischen als auch vom elektrischen Standpunkt aus betrachten kann.

9.3 Thermisches Rauschen in elektrischen Stromkreisen

Die Theorie des thermischen Rauschens in elektrischen Stromkreisen wurde zuerst von NYQUIST für die Verwendung bei Röhrenverstärkerschaltungen aufgestellt. Es ist experimentell bekannt, daß ein Widerstand R bei der Temperatur T °K die Quelle einer unregelmäßigen Rauschspannung ist, die von den Leitungselektronen herrührt, die an der Verteilung der thermischen Energie beteiligt sind. NYQUIST (1928) benutzte eine einfache thermodynamische Beweisführung, um zu zeigen, daß die Größe der Rauschspannung und ihre Frequenzverteilung von der Konstruktion des Widerstandes unabhängig sind und nur von R und T abhängen:

Man kann das statistisch verteilte Rauschen durch ein kontinuierliches Frequenzspektrum darstellen. Wenn eine Anzahl einander überlagerter harmonischer Störungen in keiner Frequenzbeziehung zueinander stehen, erhält man den „effektiven“ Wert der Resultierenden, indem man die Wurzel aus der Summe der Quadrate von den Amplituden der Komponenten nimmt. Es erscheint deshalb angebracht, eine Verteilungsfunktion $E^2(\nu)$ so zu definieren, daß $E^2(\nu) \cdot d\nu$ der Anteil ist, den die im Frequenzbereich zwischen ν und $\nu + d\nu$ liegenden Komponenten zum Quadrat der effektiven Spannung beitragen.

$$\int_{\nu_1}^{\nu_2} E^2(\nu) \cdot d\nu$$

ist dann der Anteil, den die Komponenten aus dem endlichen Bereich zwischen ν_1 und ν_2 beitragen.

Es werde angenommen, daß zwei Widerstände der Größe R, die auf der gleichen Temperatur T gehalten werden, durch eine verlustfreie Leitung miteinander verbunden sind, die ein angepaßtes, nichtdämpfendes Filter enthält, welches eine Energieübertragung nur in einem beschränkten Frequenzbereich

zwischen ν_1 und ν_2 gestattet. Der Energieübergang von einem der Widerstände auf die Leitung ist dann in diesem Bereich gleich

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2 \cdot R} \cdot \int_{\nu_1}^{\nu_2} E^2(\nu) \cdot d\nu .$$

Wenn die Verteilungsfunktion nicht für die beiden Widerstände die gleiche wäre, könnten wir durch passende Wahl des durchgelassenen Bandes des Filters einen reinen Energietransport zwischen den Widerständen erhalten, der nicht in irgendeinem anderen Frequenzband ausgeglichen wird. Ein solcher Übergang aber widerspricht dem zweiten Hauptsatz.

Diese Beweisführung kann darauf ausgedehnt werden, nachzuweisen, daß das Rauschen einer Impedanz $Z_\nu = R_\nu + j \cdot X_\nu$ bei jeder Frequenz das gleiche ist wie das eines rein Ohmschen Widerstandes der Größe R_ν.

Man kann zeigen, daß die wirkliche Form der Verteilung

$$E^2(\nu) = 4 \cdot k \cdot T \cdot R_\nu$$

ist, da ein reiner Widerstand R_ν über das ganze Frequenzspektrum konstant ist; $E^2(\nu)$ besitzt bei 300°K den Wert

$$1{,}6 \cdot 10^{-20} \frac{V^2 \cdot s}{\Omega} .$$

Diese Rauschspannung ergäbe – über alle Frequenzen integriert – Unendlich; praktisch liegt aber immer eine Kapazität C parallel zum Widerstand R, und es gilt

$$Z_\nu = \frac{1}{\frac{1}{R} + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot C} = \frac{R}{1 + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot R \cdot C}$$

und

$$R_\nu = \frac{R}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R^2 \cdot C^2} ,$$

so daß das durch

$$E_\nu^2 = \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R^2 \cdot C^2}$$

gegebene Rauschspannungsspektrum bei hohen Frequenzen, für die

$$4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R^2 \cdot C^2 \gg 1$$

gilt, abgeschnitten ist.

Wenn wir das Rauschspektrum von ν_1 bis ν_2 integrieren, erhalten wir

$$\overline{E^2} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} E^2(\nu) \cdot d\nu = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R^2 \cdot C^2} \cdot d\nu$$

$$= \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} \cdot \left[\operatorname{arc\,tan}(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot R \cdot C)\right]_{\nu_1}^{\nu_2} .$$

Wenn sich das Band von Null bis Unendlich erstreckt, wird

$$\left[\operatorname{arc\,tan}(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot R \cdot C)\right]_0^\infty = \frac{\pi}{2}$$

und damit

$$\overline{E^2} = \frac{k \cdot T}{C};$$

dies ist der Wert, den wir erhalten, wenn wir für die Energie des Kondensators

$$\frac{1}{2} \cdot C \cdot \overline{E^2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot T$$

setzen.

Wenn auf den R-C-Kreis ein Verstärker oder ein Filter folgt, dessen Spannungsverstärkung bei der Frequenz ν gleich $g(\nu)$ ist, wird die Ausgangsrauschspannung gleich

$$\overline{E^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \int_0^\infty \frac{g^2(\nu)}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R^2 \cdot C^2} \cdot d\nu.$$

9.4 Thermische Unruhe bei Galvanometermessungen

Unter Benutzung der Bezeichnungsweise nach § 6.7 wird die Bewegung der Galvanometerspule durch die Differentialgleichung

$$I \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\beta + \frac{n^2 \cdot A^2 \cdot H^2}{R}\right) \cdot \frac{d\theta}{dt} + c \cdot \theta = n \cdot A \cdot H \cdot i$$

beschrieben. Die Stromempfindlichkeit ist gleich

$$\delta_i = \frac{\partial \theta}{\partial i} = \frac{n \cdot A \cdot H}{c}$$

und die Spannungsempfindlichkeit gleich

$$\delta_v = \frac{\partial \theta}{\partial v} = \frac{n \cdot A \cdot H}{R \cdot c}.$$

Wenn wir jetzt die (potentielle) Energie der Spulenrotation gleich

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot T$$

setzen, erhalten wir

$$\frac{1}{2} \cdot c \cdot \overline{\theta^2} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot T,$$

worin $\overline{\theta^2}$ das mittlere Quadrat der Spulenauslenkung darstellt. Dieser Auslenkung entspricht ein Rauschstrom, dessen Quadrat im Mittel gleich

$$\overline{i^2} = \frac{k \cdot T}{c} \cdot \left(\frac{c}{n \cdot A \cdot H}\right)^2$$

ist oder eine Rauschspannung vom mittleren Quadrat

$$\overline{v^2} = \frac{k \cdot T}{c} \cdot \left(\frac{R \cdot c}{n \cdot A \cdot H}\right)^2.$$

Diese Werte sind nun in der angegebenen Ausdrucksweise für den normalen Gebrauch nicht sehr bequem. Die Spannungsgleichung nimmt aber eine sehr einfache Form für den Fall an, daß die Dämpfung des Systems vollständig elektromagnetisch erfolgt und gerade den kritischen Wert besitzt. Dieser Fall wurde von ISING in seiner Arbeit behandelt, die zum erstenmal der Rolle der thermischen Bewegung bei elektrischen Messungen Beachtung schenkte. Hier gilt

$$\left(\frac{n^2 \cdot A^2 \cdot H^2}{R}\right)^2 = 4 \cdot I \cdot c,$$

also

$$\frac{n^2 \cdot A^2 \cdot H^2}{R} = 2 \cdot c \cdot \sqrt{\frac{I}{c}} = 2 \cdot c \cdot \frac{\tau}{2 \cdot \pi},$$

worin τ die Dauer der ungedämpften Schwingung ist. Wenn wir den obigen Ausdruck für $\overline{v^2}$ umschreiben, erhalten wir

$$\overline{v^2} = \frac{k \cdot T}{c} \cdot R \cdot c^2 \cdot \frac{R}{n^2 \cdot A^2 \cdot H^2} = k \cdot T \cdot R \cdot c \cdot \frac{\pi}{c \cdot \tau} = \frac{\pi \cdot k \cdot T \cdot R}{\tau}.$$

Diese Beziehung ist offensichtlich mit dem NYQUISTschen Ergebnis für die Rauschspannung in einem Widerstandskreis verwandt; sie kann tatsächlich aus jenem abgeleitet werden, indem man das Rauschspektrum des Widerstandes mit der für jede Frequenz berechneten Spannungsempfindlichkeit des Galvanometers multipliziert und dann über alle Frequenzen integriert.

Diese Ergebnisse zeigen die Größenordnung der Nullpunktsschwankungen eines Galvanometers. Wenn Messungen mit solcher Empfindlichkeit durchgeführt werden, daß die thermische Unruhe merklich wird, muß man darauf achten, daß die Konstanten des Systems und das Beobachtungsverfahren so gewählt werden, daß die thermischen Fluktuationen so wenig Einfluß wie möglich auf den Mittelwert von über eine endliche Beobachtungsdauer gewonnenen Ablesungen haben. Das Problem ist von ZERNICKE (1932) untersucht worden, der die Korrelation festgestellt hat, die zwischen zwei durch ein Zeitintervall getrennten Ablesungen besteht, weil jedes Element der thermischen Bewegung mit den Kennwerten[1]) der Eigenbewegung des Systems abklingt. Die beste Abschätzung für die Lage des Zeigers, die man in einer gegebenen Zeit S erhalten kann, bekommt man durch Integration der Ablesung über der Zeit; das Quadrat des zugehörigen mittleren Fehlers ist

$$\overline{\delta v^2} = \frac{2 \cdot k \cdot T \cdot R}{S}.$$

Dieses Ergebnis ist unabhängig von der Dämpfung oder der Schwingungsperiode, solange letztere kurz ist im Vergleich zu S. Der Mittelwert einer Anzahl von Ablesungen, die beispielsweise während der Zeit S in Intervallen von einer halben Periode der ungedämpften Schwingung vorgenommen werden, ist nicht viel schlechter als der durch Integration erhaltene Wert.

---

[1]) Frequenz und Dämpfung. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

In der Praxis ist es oft nicht möglich, Ablesungen während einer so langen Zeit vorzunehmen, wie sie hier angenommen wurde; auch ist es gewöhnlich erforderlich, abwechselnd Ablesungen bei ausgelenktem und bei nichtausgelenktem System zu machen. ZERNICKE hat die günstigsten Zeiten für das Durchführen solcher Ablesungen berechnet, bei denen man die Korrelation zwischen den Lagen des Systems zu verschiedenen Zeiten ausnutzt. Einzelheiten sind in der Originalarbeit oder zusammengefaßt in der Arbeit von BARNES und SILVERMAN (1934) nachzulesen.

9.5 Weitere Schwankungserscheinungen in elektrischen Stromkreisen: Schroteffekt und Stromverteilungsrauschen

Eine noch nicht behandelte Rauschquelle liegt in der Tatsache, daß ein elektrischer Strom mit dem Transport einzelner Elektronen verbunden ist.[1]) Man findet diesen Effekt in seiner einfachsten Form in einer Diodenröhre, die so benutzt wird, daß der durch die Emission der Kathode begrenzte Sättigungsstrom fließt. In aufeinanderfolgenden kurzen Zeitintervallen schwankt dabei die Anzahl der emittierten Elektronen in gleicher Weise wie die Ausstrahlung einer radioaktiven Quelle.

SCHOTTKY (1922) zeigte, wie man die Stromschwankungen einer FOURIER-Analyse unterwerfen kann, was als Frequenzverteilungsfunktion der Fluktuationen im Strom

$$I_\nu^2 \cdot d\nu = 2 \cdot e \cdot i \cdot d\nu$$

ergibt, wo $I_\nu^2 \cdot d\nu$ den aus dem Frequenzbereich $d\nu$ stammenden Anteil am Quadrat des Stromrauschens darstellt; e ist hier die Elektronenladung.

Die Röhre benimmt sich tatsächlich wie ein Wechselstromgenerator für konstanten Strom, der ein kontinuierliches Frequenzspektrum gemäß vorstehendem Gesetz überstreicht. Wenn diese Wechselströme durch einen OHMschen Widerstand R geschickt werden, gilt für die an diesem Widerstand entwickelte Spannung:

$$E_\nu^2 \cdot d\nu = 2 \cdot e \cdot i \cdot R^2 \cdot d\nu;$$

für die an einer aus einem Widerstand R und einer parallelgeschalteten Kapazität C bestehenden Impedanz auftretende Spannung gilt

$$E_\nu^2 \cdot d\nu = 2 \cdot e \cdot i \cdot \frac{R^2}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R^2 \cdot C^2} \cdot d\nu .$$

Eine im Sättigungsgebiet arbeitende Diode kann für Meßzwecke, beispielsweise bei Radioempfängern, vorteilhaft als Rauschquelle benutzt werden; wenn die angeschlossene Schaltung sorgfältig aufgebaut ist, gibt sie bis mindestens 200 MHz befriedigende Ergebnisse (MOFFATT 1946).

Bei einer Röhre, deren Emission durch die Raumladung begrenzt ist – dies ist notwendigerweise bei als Verstärker eingesetzten Trioden der Fall –, ist der Schroteffekt des Anodenstromes viel geringer als im Falle der Begrenzung

[1]) Vgl. MOULLIN (1938).

durch die Kathodentemperatur[1]). Es sind schon theoretische Berechnungen des Schrotrauschens von Verstärkerröhren mit verschiedenem geometrischen Aufbau durchgeführt worden, die Übereinstimmung mit dem Experiment ist aber nicht besonders gut.

Bei einer Tetrode oder einer noch komplizierter aufgebauten Röhre tritt eine neue Quelle für statistisches Rauschen in der zufälligen Verteilung des fließenden Stromes auf die Elektroden – normalerweise auf Anode und Schirmgitter – auf. Wegen dieses „Stromverteilungsrauschens" kann eine günstig dimensionierte Triode für die ersten Stufen eines Hochleistungsverstärkers einer Pentode vorzuziehen sein. Das Rauschen in einer Pentode kann dadurch verringert werden, daß man die Röhre so schaltet, daß der Schirmgitterstrom nur einen möglichst kleinen Bruchteil des gesamten fließenden Stromes ausmacht.

Das Schrotrauschen und das Stromverteilungsrauschen besitzen die gleiche Frequenzcharakteristik wie das thermische Rauschen, so daß es angebracht ist, auch sie durch Angabe desjenigen Widerstandes zu kennzeichnen, der – auf Zimmertemperatur gehalten und zwischen Gitter und Kathode der Röhre geschaltet – das gleiche Rauschen am Ausgang verursachen würde. Tafel 9.1 gibt empirische Näherungsformeln zur Berechnung des Röhrenrauschens und die für einige typische Röhren berechneten äquivalenten Rauschwiderstände an. Wie man sieht, liegen die äquivalenten Rauschwiderstände in der Größenordnung von wenigen tausend Ohm. Bei Niederfrequenzschaltungen kann man das Röhrenrauschen gewöhnlich im Vergleich zum thermischen Rauschen niedrig halten; dies gilt aber nicht notwendigerweise auch bei hohen Frequenzen, wo es schwierig wird, hohe Impedanzen für den Kreis zu bekommen.

In einigen Fällen kann der Schroteffekt des Gitterstromes wichtig werden. Er ist durch die Formel

$$E_\nu^2 \cdot d\nu = 2 \cdot e \cdot i_g \cdot Z_g^2 \cdot d\nu$$

gegeben, wo Z_g die Impedanz des Gitterkreises bedeutet. Wenn i_g aus einem Elektronenstrom und einem Ionenstrom gebildet wird, die einander teilweise oder ganz aufheben, wirken trotzdem die Schroteffektschwankungen der beiden Ströme additiv; diese Tatsache ist in den Fällen von Bedeutung, wo eine Vakuumröhre als Elektrometer mit einem Gitterkreis mit hohem Widerstand verwendet wird und das Gitter nahe am „Gleichgewichtspotential" (vgl. § 6.16) arbeitet.

9.6 Weitere Schwankungserscheinungen in elektrischen Stromkreisen: Der Funkeleffekt

Eine weitere Rauschquelle in den Röhren stellt der Emissionsmechanismus der Oxydkathode dar. Die Theorie dieses „Funkeleffektes" ist bisher noch nicht

[1]) In einem metallischen Leiter arbeitet der den Durchgang der Elektronen regelnde Mechanismus so, daß das Schrotrauschen äußerst gering ist.

Tafel 9.1

Empirische Werte über das Röhrenrauschen

Bei einer Triode ist der vom Schroteffekt herrührende Äquivalentwiderstand

$$R_{\text{äqu}} = \frac{2{,}5}{S};$$

für eine Pentode gilt

$$R_{\text{äqu}} = \frac{2{,}5}{S} + \frac{20}{S} \cdot \frac{I_{g_2}}{I_k},$$

herrührend vom Schroteffekt und vom Stromverteilungsrauschen. Hier bedeutet S die Steilheit der Röhre, I_{g_2} den Schirmgitterstrom und I_k den gesamten Kathodenstrom. (W. A. Harris, zitiert nach Valley und Wallman 1948.)

Hiernach für typische Röhren *berechnete* Werte:

Bezeichnung der Röhre	S mA/V	$\frac{2{,}5}{S}$ Ω	$\frac{I_{g_2}}{I_k}$	$\frac{20}{S} \cdot \frac{I_{g_2}}{I_k}$ Ω	$R_{\text{äqu}}$ Ω
Trioden:					
6 C 5	2	1250			
6 J 6 (CV 858)	5,6	450			
Mullard EF 37 (als Triode geschaltet)	2,8	900			
Pentoden:					
Mullard EF 37 (als Pentode geschaltet)	1,8	1400	0,21	2340	3740
EF 50	6,5	390	0,2	710	1100
EF 54	7,7	325	0,12	470	795
EF 91 (CV 138)	7,5	330	0,2	535	865

Die *experimentellen* Werte von $R_{\text{äqu}}$ stimmen in manchen Fällen mit den angegebenen überein und sind in anderen Fällen bedeutend höher. Der Grund hierfür ist noch unklar.

Bei sehr hohen Frequenzen werden Berechnungen des Rauschens schwierig durch die inneren Kopplungen zwischen den Elektroden und durch die Auswirkung der Leitungsinduktivitäten; das Rauschen liegt hier höher als das für tiefere Frequenzen berechnete.

vollständig ausgearbeitet. Empirisch läßt sich dieses Rauschen näherungsweise durch eine Stromschwankung der Form

$$I_\nu^2 \cdot d\nu = K \cdot \frac{\dot{i}_a^2}{\nu} \cdot d\nu$$

darstellen.

Im Gegensatz zum Schroteffekt und zum thermischen Rauschen ist dieses Rauschen nicht gleichmäßig über das Frequenzspektrum verteilt, sondern der von einem Frequenzband gegebener Breite herrührende Anteil dieses

Effektes zu I^2 wächst mit sinkender Frequenz.[1] In der Praxis ist der Funkeleffekt bei Frequenzen über 1000 Hz gewöhnlich klein im Vergleich zu dem sonstigen Rauschen aus anderen Ursachen, er kann aber beherrschend werden bei Systemen, die eine selektive Empfindlichkeit für niedrige oder sogar sehr niedrige Frequenzen besitzen. Bei der Emission von reinen Wolframkathoden und bei Photozellen ist er offensichtlich klein.

Ein Rauschen mit ähnlicher Frequenzcharakteristik tritt auch auf, wenn ein Strom durch Widerstände fließt, die aus Halbleitern hergestellt sind. Es ist deshalb vorteilhaft, in den Verstärkerkreisen mit geringen Signalamplituden metallische (aus Draht gewickelte) Widerstände zu verwenden, insbesondere wenn eine hohe Empfindlichkeit für tiefe Frequenzen vorliegt.

9.7 Anwendungsbeispiele: Ein Tonfrequenzverstärker

Es dürfte nützlich sein, einige Berechnungen des Rauschens von normalen Verstärkersystemen wiederzugeben, da dies die relative Bedeutung der verschiedenen Arten des Rauschens zeigt.

Wir betrachten einen Tonfrequenzverstärker, der von 100 bis 10000 Hz verstärkt und dessen Verstärkung an den beiden Enden dieses Bandes schroff abfällt. Im Eingangskreis sollen 500 kΩ parallel mit 20 pF liegen.

Da die Impedanz dieser 20 pF bei 10 kHz, der höchsten Frequenz, etwa 750 kΩ beträgt, was größer ist als der Gitterableitwiderstand, kann das thermische Rauschen des Eingangskreises ziemlich streng nach der Formel

$$\overline{E^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot (\nu_2 - \nu_1)$$

berechnet werden. Setzen wir Zahlenwerte ein ($k \cdot T = 4 \cdot 10^{-14}$ erg $= 4 \cdot 10^{-21}$ J bei 290 °K), so ergäbe dies $\sqrt{\overline{E^2}} = 126\,\mu$V bei $R = 10^6\,\Omega$ und $\nu_2 - \nu_1 = 10^6$ Hz.[2]

Für 0,5 MΩ und 0,01 MHz beträgt der quadratische Mittelwert 9 μV. Wenn wir die genauere Formel

$$\overline{E^2} = \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C} \cdot \left[\operatorname{arc\,tan}(2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot R \cdot C)\right]_{\nu_1}^{\nu_2}$$

anwenden, erhalten wir für das Quadrat der mittleren Rauschspannung

$$\overline{E^2} = \frac{4 \cdot k \cdot T \cdot R}{2 \cdot \pi \cdot 10^{-5}} \cdot \operatorname{arc\,tan} 0{,}62;$$

die effektive Bandbreite für die Rauschberechnungen beträgt also etwa 9000 Hz und die mittlere Rauschspannung wird ungefähr 8,5 μV.

Nach den im § 9.5 angeführten Werten leuchtet ein, daß der Anoden-Schroteffekt im Vergleich hierzu klein ist; auch der Funkeleffekt ist un-

[1] Eine einfache Näherungsformel für den Funkeleffekt, die diesen als eine äquivalente Gitterspannung ausdrückt, wird von KANDIAH und BROWN (1952) zitiert:

$$E^2_{\text{äqu}} = \frac{10^{-13} \cdot \delta\nu}{\nu} \qquad (E_{\text{äqu}} \text{ in V}).$$

[2] Dies ist ein bequem zu merkendes Ergebnis: Der quadratische Mittelwert der thermischen Rauschspannung für 1 MΩ und 1 MHz beträgt bei Zimmertemperatur 126 μV.

bedeutend. Es soll noch der Schroteffekt des Gitterstromes betrachtet werden. Er ist durch

$$\overline{E^2} = 2 \cdot e \cdot i_g \cdot R_g^2 \cdot (\nu_2 - \nu_1)$$

gegeben, worin R_g den Gitterwiderstand, i_g den Gitterstrom und e die Elektronenladung bedeuten. Dieser Effekt ist klein im Vergleich zum thermischen Rauschen, wenn i_g in der Größenordnung von 10^{-9} A liegt, er kann aber in einer Röhre mit ungewöhnlich hohem Gitterstrom vorherrschend werden.

9.8 Anwendungsbeispiele: Ein Radarempfänger

Der Empfänger ist an eine Antenne angeschlossen; für die Berechnung kann der Strahlungswiderstand der Antenne wie eine Quelle thermischen Rauschens bei (übereinkommensgemäß) 290°K behandelt werden. Physikalisch stellt die Antenne ein Verbindungsglied zwischen dem Empfänger und der Temperaturstrahlung der Außenwelt dar. Bei einer Richtantenne hängt die effektive Temperatur noch stark von der Richtung ab, in der der Strahl verläuft; sie ist beispielsweise sehr hoch, wenn ein eng gebündelter Empfängerstrahl gewisse „Rauschquellen“ am Himmel erfaßt.

Die Frequenzbandbreite eines solchen Empfängers ist groß, um die Wiedergabe von zeitlich genau bestimmten Signalen zu ermöglichen (vgl. § 7.3).

Setzt man $R = 80\,\Omega$ und $\nu_2 - \nu_1 = 2 \cdot 10^6$ Hz, dann ergibt die Formel für das Widerstandsrauschen bei 290°K die mittlere Spannung

$$126 \cdot \sqrt{\frac{80}{10^6} \cdot 2} = 1{,}6\,\mu\text{V}.$$

Praktisch ist das vom Empfänger herrührende Rauschen beträchtlich stärker als dieser Wert, und es ist für technische Zwecke vorteilhaft, einen „Rauschfaktor“ f_r zu definieren als den Quotienten aus dem mittleren Quadrat der beobachteten Rauschspannung und dem mittleren Quadrat der für die Antenne bei 290°K berechneten Rauschspannung. Der Rauschfaktor wird gewöhnlich in Dezibel (vgl. § 7.3) ausgedrückt, d. h., es gilt

$$F_r[\text{dB}] = 10 \cdot \log f_r.$$

9.9 Anwendungsbeispiele: Ein Verstärker für eine Ionisationskammer, beispielsweise zum Zählen von α-Teilchen

Der Aufbau von Verstärkern für diesen Zweck wird im § 10.14 betrachtet werden. In der Kammer wird im Verlaufe der Zeit τ, die einige Mikrosekunden (bei Elektronenauffang) bis zu etwa einer Millisekunde betragen mag, eine Ladung angesammelt. Der Verstärker enthält nun Schaltkreise, die seine Frequenzempfindlichkeit sowohl nach der Seite hoher als auch nach der Seite tiefer Frequenzen hin begrenzen. Das Unterdrücken der tiefen Frequenzen verwandelt die Impulse in scharfe, zum Zählen geeignete Stöße, deren Höhe proportional zur ursprünglichen Ionisation sein soll (Abschneiden). Das Unterdrücken der hohen Frequenzen regelt die Anstiegszeit des Impulses und hat – wie wir sehen werden – einen bedeutenden Einfluß auf das Rauschen.

Um einen gut geformten Impuls sicherzustellen, werden die Kreise, die die Frequenzempfindlichkeit begrenzen, oft planmäßig an einer bestimmten Stelle zusammengefaßt, während der übrige Verstärker für ein breites Frequenzband ausgelegt wird.

Für einen einfachen Fall sind die frequenzbegrenzenden Schaltkreise in der Abb. 9.1 dargestellt. Wenn auf den Kondensator C innerhalb einer Zeit, die kurz gegen $R \cdot C$ ist, eine Ladung q aufgebracht wird, ist die auftretende Signalspannung gleich q/C, und ihr quadratischer Wert, der mit dem Rauschen verglichen werden kann, ist

$$U^2 = \frac{q^2}{C^2}.$$

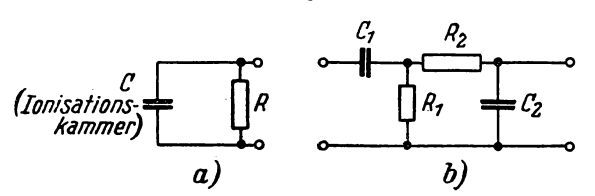


Abb. 9.1. Verstärkereinrichtung für eine Ionisationskammer. a) Eingangskreis; b) Impulsformende Schaltkreise. Um die Berechnung zu erleichtern, wählt man $R_1 \gg R_2$; dies ist bei praktischen Systemen gewöhnlich erfüllt

Es sei beispielsweise $C = 50$ pF und $R = 10^{10}\,\Omega$, so daß $2 \cdot \pi \cdot \nu \cdot R \cdot C \gg 1$ ist für jeden Wert von ν innerhalb des Frequenzbereiches des Empfängers. Die Formel für das thermische Rauschen (letzte Formel aus § 9.3) erhält dann die Form

$$\overline{E^2} = \frac{4 \cdot k \cdot T}{4 \cdot \pi^2 \cdot R \cdot C^2} \cdot \int \frac{g^2(\nu)}{\nu^2} \cdot d\nu.$$

Das thermische Rauschen wird also im Verhältnis zum Signal verringert, wenn man R groß macht; das Signal-Rausch-Verhältnis ist unabhängig von C. Wenn man R einen hohen Wert gibt, muß die erste Röhre so ausgewählt und geschaltet werden, daß sie mit geringem Gitterstrom arbeitet; trotzdem wird der Gitter-Schroteffekt noch von Bedeutung sein. Sein Wert ist

$$\overline{E^2} = \frac{2 \cdot e \cdot i_g \cdot R^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot R^2 \cdot C^2} \cdot \int \frac{g^2(\nu)}{\nu^2} \cdot d\nu = \frac{e \cdot i_g}{2 \cdot \pi^2 \cdot C^2} \cdot \int \frac{g^2(\nu)}{\nu^2} \cdot d\nu.$$

Das Verhältnis dieses Rauschens zum Signal hängt nicht von R oder C ab.

Wenn man eine Röhre mit geringem Gitterstrom bei niedriger Anodenspannung betreibt, ist ihre Steilheit klein, und der Anoden-Schroteffekt nimmt beträchtliche Werte an, wenn man ihn in der Form eines äquivalenten Gitterwiderstandes ausdrückt. $R_{\text{äqu}} = 10000\,\Omega$ (entsprechend $S = 0{,}25$ mA/V) ist ein typischer Wert für eine ausgesuchte Triode. Das hierdurch hervorgerufene Rauschen beträgt

$$\overline{E^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R_{\text{äqu}} \cdot \int g^2(\nu) \cdot d\nu.$$

Dieses Rauschen wird im Verhältnis zum Signal ungünstiger, wenn C größer wird.

Der Funkeleffekt kann bei einem Verstärker merklich werden, der für ein im Bereich relativ niedriger Frequenzen liegendes Durchlaßband gebaut ist, wie man ihn bei Verwendung einer Kammer mit Ionenauffang braucht.

Für das System nach Abb. 9.1 kann man $g^2(\nu)$ berechnen, es ist das Produkt zweier Faktoren

$$\frac{\omega^2 \cdot T_1^2}{1 + \omega^2 \cdot T_1^2}$$

und

$$\frac{\omega^2 \cdot T_2^2}{1 + \omega^2 \cdot T_2^2},$$

die dem differenzierenden (abschneidenden) Schaltkreis, der die Empfindlichkeit bei tiefen Frequenzen, bzw. dem integrierenden Kreis, der die Empfindlichkeit bei hohen Frequenzen bestimmt, entsprechen; $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$ ist die Kreisfrequenz, weiter gilt $T_1 = R_1 \cdot C_1$ und $T_2 = R_2 \cdot C_2$. Damit wird

$$\int_0^\infty \frac{g^2(\nu)}{\nu^2} \cdot d\nu = \pi^2 \cdot \frac{T_1^2}{T_1 + T_2}$$

und

$$\int_0^\infty g^2(\nu) \cdot d\nu = \frac{T_1}{4 \cdot T_2 \cdot (T_1 + T_2)},$$

so daß das thermische Rauschen gleich

$$\overline{E^2} = \frac{k \cdot T}{R \cdot C^2} \cdot \frac{T_1^2}{T_1 + T_2}$$

ist; der Gitter-Schroteffekt wird gleich

$$\overline{E^2} = \frac{e \cdot i_g}{2 \cdot C^2} \cdot \frac{T_1^2}{T_1 + T_2}$$

und der Anoden-Schroteffekt gleich

$$\overline{E^2} = k \cdot T \cdot R_{\text{äqu}} \cdot \frac{T_1}{T_2 \cdot (T_1 + T_2)}.$$

In der Verstärkerpraxis macht man T_1 und T_2 oft einander gleich und beträchtlich größer als die Sammelzeit τ (vgl. § 10.14). Wir wollen einen Verstärker zum Einsatz an einer Ionisationskammer (mit $\tau = 0{,}5$ bis 1 ms) betrachten und folgende Werte annehmen: $T_1 = T_2 = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ s, $C = 50$ pF, $R = 10^{10}\,\Omega$, $i_g = 5 \cdot 10^{-12}$ A und $R_{\text{äqu}} = 10^4\,\Omega$. Weiter gilt $k \cdot T = 4 \cdot 10^{-21}$ J (bei 290°K) und $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Bei diesen Werten ist das thermische Rauschen zu vernachlässigen, der mittlere Wert des Anoden-Schroteffektes beträgt etwa 0,12 μV und der mittlere Gitter-Schroteffekt ist ungefähr 0,35 μV. Man findet, daß der Funkeleffekt in diesem Falle etwa 0,2 μV ausmacht. Hier bildet also der Gitter-Schroteffekt die Hauptkomponente des Rauschens; der mittlere Gesamtwert des Rauschens ist ungefähr 0,4 μV.

Dies muß nun mit dem Spannungsstoß verglichen werden, den man durch das Ansammeln der Ionen erhält und dessen Höhe durch die Filterkreise verringert wird. Ein in etwa 0,5 ms ansteigender Impuls wird durch inte-

grierende und differenzierende Kreise mit einer Zeitkonstanten von 1,5 ms ungefähr im Verhältnis 2,5 : 1 verringert. Wenn wir annehmen, daß wir einen Impuls wahrnehmen können, der nach der Verringerung noch dreimal so groß ist wie der mittlere Wert des Rauschens, dann wird die entsprechende Ladung gleich

$$5 \cdot 10^{-11} \times 4 \cdot 10^{-7} \times 3 \times 2{,}5 = 1500 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}.$$

Dies entspricht einer Ansammlung von etwa 1000 Ionen.

9.10 Anwendungsbeispiele: Eine mit Elektrometerröhre und Verstärker benutzte Photozelle zum Nachweis schwachen Lichtes

Im Idealfalle wird hier die äußerste Grenze durch die Ankunft diskreter Lichtquanten auf der photoelektrischen Oberfläche bestimmt; denn wenn im Durchschnitt n Lichtquanten in der Zeiteinheit ankommen, wird das Signal-Rausch-Verhältnis für eine Beobachtungsdauer S gleich

$$\frac{n \cdot S}{\sqrt{n \cdot S}} = \sqrt{n \cdot S}\,.$$

Die Quantenausbeute ε der besten erhältlichen Photokathoden liegt in der Größenordnung von 10 bis 15%, so daß der Schroteffekt des Photozellenstromes das Signal-Rausch-Verhältnis

$$\sqrt{\varepsilon \cdot n \cdot S}$$

gibt, das wesentlich schlechter ist als das des zuerst genannten Photonen-Schroteffektes.

Wenn ein von thermischer Emission der Kathode herrührender, störender „Dunkelstrom" vorliegt, wird selbstverständlich auch dessen Schroteffekt zum Schrotrauschen beitragen. Tatsächlich ist bei den zur Zeit erhältlichen empfindlichen Kathoden (Sb-Cs, Cs-O-Ag) dieser Effekt der entscheidende, solange die Kathode nicht gekühlt wird.

Wenn die Photozelle direkt an ein Elektrometer angeschlossen ist, bestimmen dessen thermische Schwankungen eine Grenze für die Strommessung; wenn eine Elektrometerröhre zur Strommessung benutzt wird, bestimmt – wie wir sehen werden – gewöhnlich das zusätzliche Rauschen in der Röhrenschaltung die Grenze. Falls die Photozelle Elektronenvervielfacherstufen enthält, die nur wenig zum Rauschen beitragen, ist es möglich, nahezu die vom Schroteffekt des Photostromes herrührende Grenze zu erreichen.

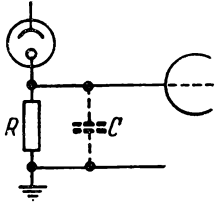


Abb. 9.2. Kopplungskreis zwischen Photozelle und Verstärker

Wenn für den Anschluß der Photozelle an eine Elektrometerröhre die Schaltung nach Abb. 9.2 benutzt wird, hat das mittlere Quadrat der thermischen Rauschspannung den Wert

$$\overline{E_{th}^2} = 4 \cdot k \cdot T \cdot R \cdot \int\limits_0^{\nu_1} \frac{d\nu}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot C^2 \cdot R^2}\,, \tag{a}$$

für die vom Gitterstrom herrührende Schroteffektspannung gilt

$$\overline{E_g^2} = 2 \cdot e \cdot i_g \cdot R^2 \cdot \int\limits_0^{\nu_1} \frac{d\nu}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot C^2 \cdot R^2}, \tag{b}$$

während das Quadrat der vom Schroteffekt des Photostromes selbst verursachten Rauschspannung

$$\overline{E_{ph}^2} = 2 \cdot e \cdot M^2 \cdot i_{ph} \cdot R^2 \cdot \int\limits_0^{\nu_1} \frac{d\nu}{1 + 4 \cdot \pi^2 \cdot \nu^2 \cdot C^2 \cdot R^2} \tag{c}$$

wird. Hier bedeutet M die innerhalb der Photozelle auftretende innere Vervielfachung, ν_1 ist die obere Grenzfrequenz des Systems, die wahrscheinlich durch das schließlich als Anzeigegerät benutzte Galvanometer bestimmt sein wird. Das Signal, das mit obigen Rauschwerten zu vergleichen ist, hat das mittlere Quadrat

$$E^2 = M^2 \cdot i_{ph}^2 \cdot R^2.$$

Es fällt sofort auf, daß i_g und $M^2 \cdot i_{ph}$ in den Gleichungen (b) und (c) in analoger Weise auftreten, so daß $M^2 \cdot i_{ph}$ viel größer als i_g sein muß, wenn das System die von der Photozelle selbst bestimmte Empfindlichkeitsgrenze erreichen soll. Da i_g bei den zur Zeit verfügbaren Elektrometerröhren in der Größenordnung 10^{-15} A liegt, bedeutet dies, daß eine innere Vervielfachung innerhalb der Zelle bei hoher Empfindlichkeit unerläßlich ist, da der primäre Photostrom bei solchen Zellen klein gegen 10^{-15} A ist.

Wenn $2 \cdot \pi \cdot \nu_1 \cdot C \cdot R \gg 1$ ist, so daß die Ansprechgeschwindigkeit des Systems durch den Eingangskreis und nicht durch ν_1 begrenzt wird, nehmen die Rauschspannungsformeln die einfache Form

$$\overline{E_{th}^2} = \frac{4 \cdot k \cdot T}{C}, \text{[1]} \tag{a'}$$

$$\overline{E_g^2} = \frac{2 \cdot e \cdot i_g \cdot R}{C}, \tag{b'}$$

$$\overline{E_{ph}^2} = \frac{2 \cdot e \cdot M^2 \cdot i_{ph} \cdot R}{C} \tag{c'}$$

an, und das Vergleichssignal ist durch

$$E^2 = M^2 \cdot i_{ph}^2 \cdot R^2$$

gegeben. Bei praktisch auftretenden Werten von R, C und i_g ist meist das thermische Rauschen der beherrschende Effekt. Wenn R größer wird, wachsen der Schroteffekt, das Photozellenrauschen und auch das Signal relativ zum thermischen Rauschen an. Bei $i_g = 10^{-15}$ A wird der Schroteffekt gleich dem thermischen Rauschen, wenn R etwa $10^{13}\,\Omega$ wird; bei Verwendung einer nichtvervielfachenden Photozelle stellt der Schroteffekt eine nicht zu unterschreitende Begrenzung der nutzbaren Empfindlichkeit dar. Bei $R = 10^{13}\,\Omega$ und dem praktisch vorkommenden Wert $C = 20$ pF wird die

[1]) Im Original fehlt der Faktor 4. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Zeitkonstante gleich 200 s, was für viele Zwecke unbequem lang ist. Es ist hierzu vorgeschlagen worden (H. L. JOHNSON 1948), daß man auf die Elektrometerröhre einen Verstärker folgen lassen soll, der eine ansteigende Frequenzcharakteristik besitzt, so daß die Kombination aus Eingangskreis und Verstärker ein breiteres durchgelassenes Frequenzband hat und daher schneller anspricht. Man kann dann zeigen, daß das thermische Rauschen gegenüber dem Gitter-Schroteffekt von untergeordneter Bedeutung wird, ohne daß man ein sehr langsames Ansprechen erhalten muß. Man muß dafür aber eine Photozelle mit innerer Vervielfachung benutzen, falls das Photozellenrauschen eher vorherrschend wird als der Gitter-Schroteffekt, wobei man dann die weitere Bedingung $E_{\text{Zelle}} > E_{\text{therm}}$ mit einem Wert von R erfüllen kann, der die Zeitkonstante des Eingangskreises in mäßigen Grenzen hält.

So erhält man für $M = 10^6$ und $R = 5 \cdot 10^{10}\,\Omega$, was mit $C = 2 \cdot 10^{-11}$ F eine Zeitkonstante von 1 s ergibt,

$$\overline{E_{ph}^2} = \frac{2 \times 1{,}6 \cdot 10^{-19} \times 10^{12} \times 5 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 10^{-11}} \cdot i_{ph} > \overline{E_{th}^2} = \frac{4 \times 4 \cdot 10^{-21}}{2 \cdot 10^{-11}}$$ [1])

bei

$$i_{ph} > 10^{-24}\,\text{A}.$$

In diesem Falle ist also die Grenze der Leistungsfähigkeit durch den Schroteffekt der Photozelle bestimmt, und man hat die am Anfang dieses Paragraphen dargestellten Überlegungen zu beachten.[2])

9.11 Der phasenempfindliche Gleichrichter

Ein wichtiges Hilfsmittel ist der phasenempfindliche Gleichrichter: Der Ausgang eines Röhrenverstärkers wird so eingerichtet, daß sowohl das Signal als auch das Rauschen über der Zeit integriert werden und daß sich dabei das System ähnlich wie ein Verstärker mit sehr schmaler Bandbreite verhält. Das Verfahren verlangt, daß man die Frequenz und die Phasenlage des in den Verstärker eintretenden Signals kennt, daher wird das Eingangssignal in der Praxis immer durch Zerhacken aus einem quasi-stetigen Signal gewonnen (vgl. § 6.16). Der Ausgangsstrom des Verstärkers wird nun durch einen mechanischen oder elektrischen Kommutator gleichgerichtet, der synchron mit dem Zerhacker arbeitet. Nach dieser Gleichrichtung tritt das Signal nur in einer Richtung auf, alle Rauschkomponenten jedoch, die eine andere Frequenz besitzen als der Kommutator, treten mit alternierender Richtung (als Wechselstrom) auf. Der Gleichrichterausgangsstrom wird ge-

---

[1]) Die numerische Ableitung dieser Beziehung ist im Original fehlerhaft: Der Faktor $M^2 = 10^{12}$ fehlt, außerdem sind im Satz mehrfach Dezimalpunkte und Multiplikationspunkte verwechselt worden; man erkennt an diesem Beispiel deutlich den Nachteil der englischen Schreibweise 1·6 statt 1,6. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Es scheinen keinerlei Angaben über den Funkeleffekt von Elektrometerröhren vorzuliegen; dieser Faktor wird in allen dem Verfasser erreichbaren Berechnungen vernachlässigt. Möglicherweise ist der Funkeleffekt bei den hier in Betracht kommenden sehr kleinen Frequenzen wichtiger als der Schroteffekt.

glättet, üblicherweise durch einen R-C-Filterkreis, und mit Hilfe eines Gleichstrominstrumentes gemessen.

Man kann zeigen, daß die effektive Bandbreite eines in dieser Art eingesetzten R-C-Filters gleich

$$\frac{1}{2} \cdot R \cdot C$$

ist; diese Bandbreite bezieht sich auf das Rauschen und andere Störungen mit Frequenzen, die nicht Vielfache der Zerhackerfrequenz sind (z. B. elektrische Wechselspannungseinstreuungen).

Wenn – wie es hierfür üblich ist – der Gleichrichter ein Ein-Aus-Schalter ist, dann kann durch FOURIER-Analyse gezeigt werden, daß eine Empfindlichkeit für alle Frequenzen auftritt, die in der Nähe von ungeraden Harmonischen der Zerhackerfrequenz liegen,[1]) und es ist vorteilhaft, den Verstärker so zu dimensionieren, daß seine Empfindlichkeit für weit von der des Zerhackers entfernt liegende Frequenzen gering ist. Es ist gewöhnlich angebracht, dem Verstärker eine Tiefpass-Charakteristik zu geben.

Obwohl das schließlich aufgezeichnete Rauschen nur von den Mittelungseigenschaften des Ausgangskreises abhängt, müssen sich aber der Verstärker und der Gleichrichter gegenüber dem viel stärkeren Rauschen linear verhalten, das der Bandbreite des Verstärkers selbst entspricht. Aus diesem Grunde ist es von Vorteil, die Frequenzempfindlichkeit des Verstärkers zu begrenzen, und zwar schon in den ersten Stufen. Man tut dies am bequemsten durch Überbrücken des Anoden- oder des Gitterwiderstandes mit Kondensatoren.

Ein derartiges System kann in Verbindung mit einer Photozelle oder einem Thermoelement mit kurzer Ansprechzeit dazu benutzt werden, sehr schwache Strahlung nachzuweisen, wobei der Zerhacker in den Strahlengang eingefügt wird. Das Verfahren ist weiter zur Messung geringer Wechselspannungen angewendet worden, die durch die Rotation schwach magnetisierter Gesteinsproben in einer Tonabnehmerspule induziert wurden (JOHNSON und Mitarbeiter 1949). Wenn der ursprüngliche Eingangswert eine sehr schwache Gleichspannung ist, wird der Aufbau eines befriedigenden Zerhackers ziemlich schwierig (vgl. § 6.16), und man muß besondere Sorgfalt darauf verwenden, thermoelektrische Störungen zu vermeiden (LISTON und Mitarbeiter 1946).

---

[1]) Bei einem anderen Verfahren wird der Ausgangswert des Verstärkers mit einer sinusförmigen Bezugsspannung in einem Dynamometer oder auf andere Weise multipliziert. Die Nebenbänder des Rauschens müssen dann verschwinden, aber die Apparatur wird komplizierter als der Synchronkommutator und ist wenig benutzt worden.

KAPITEL X

EINIGE ARBEITSVERFAHREN DER KERNPHYSIK

10.1 Die durch ionisierende Teilchen hervorgerufene Ionisation

Das Zählen von ionisierenden Teilchen ist speziell ein Verfahren der Kernphysik; die wachsende Bedeutung der angewandten Kernphysik rechtfertigt einen besonderen, diesem Thema gewidmeten Abschnitt.

Die Teilchen, mit denen wir es zu tun haben, sind:

1. Elektronen aller Energien von wenigen tausend Volt an aufwärts.
2. Protonen und α-Teilchen.
3. Stark ionisierende Spaltbruchstücke.

Schnelle und langsame Neutronen sowie γ-Strahlen, die selbst keine ionisierenden Teilchen sind, werden mit Hilfe der sekundären ionisierenden Teilchen gezählt, die sie bei geeigneten Wechselwirkungen erzeugen.

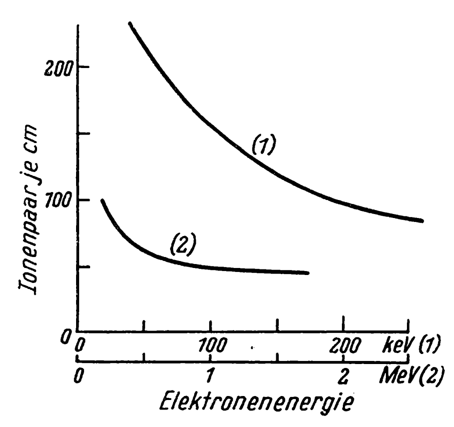


Abb. 10.1. Ionisationsdichte (= Gesamtzahl der Ionenpaare je cm) für Elektronen verschiedener Energie in Luft

Bei den meisten Anwendungen werden Elektronen, Protonen oder α-Teilchen gezählt. Die von diesen Teilchen pro Zentimeter Weglänge hervorgerufene Ionisation ist eine Funktion der Teilchenenergie; die wichtigsten Daten hierüber sind in den Abb. 10.1, 10.2 und 10.3 zusammengestellt.

Die Ionisation wird zum Teil durch die Wirkung des schnellen Teilchens selbst auf die Elektronenhülle der Gasatome hervorgerufen (primäre Ionisation), zum Teil durch die noch stärkere Wirkung der freigesetzten Elektronen verursacht (sekundäre Ionisation). Bei den meisten der für uns in Betracht kommenden Zwecke stellt die durchschnittliche Gesamtionisation (primäre plus sekundäre) je Längeneinheit der Spur die praktisch wichtige Kenngröße dar. Wenn Teilchen hoher Geschwindigkeit ein Gas von relativ niedrigem Druck ionisieren, dann werden die Schwankungen der Ionisation von Punkt zu Punkt entlang der Spur recht beträchtlich (LANDAU 1944). Diese Schwan-

kung kann beispielsweise die Genauigkeit beschränken, mit der wir aus der in einer Ionisationskammer auftretenden Ionisation auf die Anzahl der durchgelaufenen ionisierenden Teilchen schließen können; wie zu erwarten,

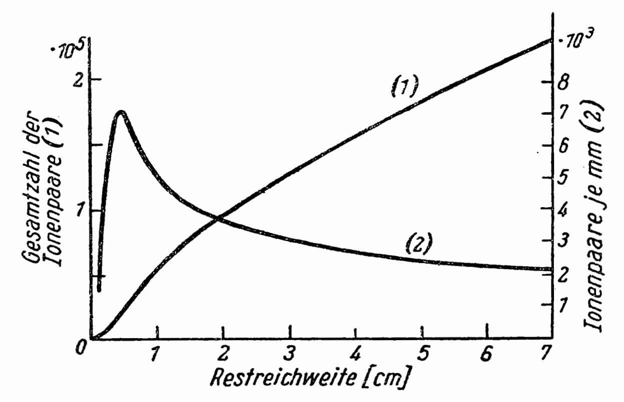


Abb. 10.2. Ionisationsdichte für α-Teilchen verschiedener Restreichweite in Luft (1) Gesamtzahl der erzeugten Ionenpaare; (2) Ionenpaare je mm

begegnet man dieser Beschränkung hauptsächlich in der Physik der kosmischen Strahlung.

Das Verhältnis des Energieverlustes eines ionisierenden Teilchens zur Gesamtzahl der erzeugten Ionenpaare ist für alle Arten von ionisierenden Teilchen in einem gegebenen Gas ziemlich konstant; in der Tafel 10.1 sind Werte dafür angegeben. Diese Werte liegen höher als die Ionisierungsspannungen der betrachteten Gase, da etwas von der Energie des ionisierenden Teilchens durch Anregung von Strahlung verlorengeht und ein anderer Teil als kinetische Energie der Ionen wiedererscheint.

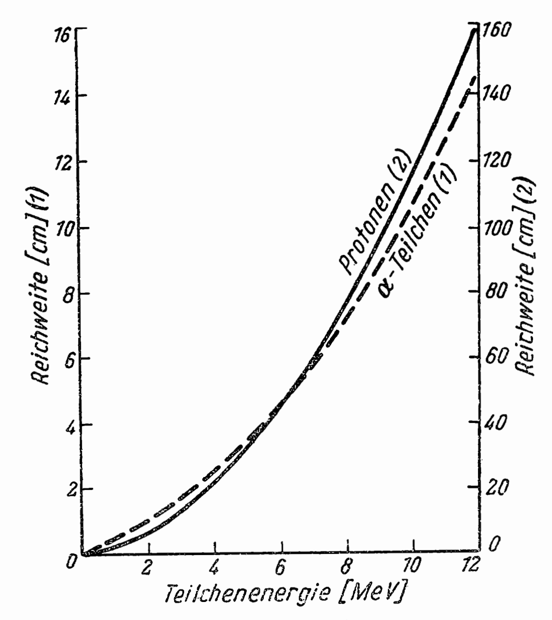


Abb. 10.3. Reichweite von α-Teilchen und Protonen in Luft. Näherungswerte für Entwurfszwecke, genaue Angaben bei LIVINGSTON und BETHE (1937)

Der Durchgang eines ionisierenden Teilchens

Tafel 10.1

Zur Erzeugung eines Ionenpaares in verschiedenen Gasen durchschnittlich erforderliche Energie

[Nach Versuchen von STETTER (1943) an α-Teilchen]

Gas	Luft	N_2	H_2	He	Ne	Ar	Kr	Xe
Energie [eV]	35,6	37,1	36,0	30,0	29,7	28,2	26,2	23,6

Die entsprechenden Werte für schnelle Protonen und Elektronen sind innerhalb weniger Prozente mit diesen für α-Teilchen angegebenen identisch. Der beste Wert für Elektronen in Luft liegt bei etwa 32 eV.

durch ein Gas hinterläßt eine Spur, die zunächst aus Elektronen und positiven Ionen besteht. Bei den praktisch benutzten Ionisationskammern wird ein elektrisches Feld zwischen einer Hochspannungselektrode und einer isolierten Auffangelektrode angelegt, die sich normalerweise nahezu auf Erdpotential befindet. Die von der Bewegung der Ionen und der Elektronen herrührenden Potentialänderungen dieser Elektrode werden aufgezeichnet. Durch Verstärkung der Potentialänderungen ist es möglich, die von einem einzelnen Teilchen verursachte Ionisation zu untersuchen; andererseits kann der integrale Ionisationsstrom als Maß für eine quasi-stetige ionisierende Strahlung genommen werden.

Eine Verstärkung innerhalb des Zählers kann erreicht werden, indem man ein elektrisches Feld anlegt, das stark genug ist, Stoßionisation hervorzurufen. Wenn dabei die Verstärkung von Teilchen zu Teilchen gleichbleibt, so daß die gemessene Potentialänderung proportional zur ursprünglichen Ionisation ist, dann ist das Gerät ein *Proportionalzähler*. Wenn die Verstärkung dagegen so groß ist, daß von jedem Teilchen – unabhängig von der Stärke der ursprünglichen Ionisation – ein Sättigungsstromstoß erzeugt wird, dann kann das Gerät noch immer als *Auslösezähler* eingesetzt werden.

10.2 Die Bewegung und das Auffangen der Ionen

Wenn die Ionendichte sehr hoch ist, wie etwa in der Spur eines α-Teilchens, können einige der positiven und negativen Ionen durch Rekombination verlorengehen (JAFFÉ 1913), in einer der praktisch üblichen Ionisationskammern jedoch bewegen sich die meisten Ionen unter der Wirkung des angelegten elektrischen Feldes in Richtung auf die entsprechenden Elektroden. Im Verlauf ihrer Bewegung induzieren sie Potentialänderungen auf der Auffangelektrode; diese Änderungen werden schließlich dadurch abgeschlossen, daß die Ionen aufgefangen werden.

In gereinigtem H_2, He, Ar, N_2 oder CO_2 bleiben die Elektronen lange genug frei, um die Auffangelektrode zu erreichen; in vielen Gasen dagegen, insbesondere in Sauerstoff und Wasserdampf, werden die Elektronen schnell

von Gasmolekülen unter Bildung negativer Ionen eingefangen. Diese negativen Ionen sind viel weniger beweglich als die Elektronen.[1])

Die Bewegung von Ionen und Elektronen regelt sich durch die Zusammenstöße mit den Gasmolekülen. Infolge dieser Zusammenstöße wird aus dem Fließen eine regellose Bewegung, der eine Drift in der Richtung des elektrischen Feldes überlagert ist; die regellos gerichteten Geschwindigkeiten können dabei viel größer sein als die Driftgeschwindigkeit. Für ein gegebenes Gas ist bei mittlerer elektrischer Feldstärke die Driftgeschwindigkeit proportional zum Feld, dividiert durch den Gasdruck; man definiert die Beweglichkeit als die Geschwindigkeit, die bei normalem Atmosphärendruck je Einheit der Feldstärke auftritt. Bei einer Feldstärke von 1000 V/cm, wie sie in Ionisationskammern üblich ist, liegen die Beweglichkeiten der positiven Ionen in der Größenordnung von 1000 cm/s. (Quantitative Angaben in den *International Critical Tables*[2]), Bd. VI.)

Die Driftgeschwindigkeiten von freien (nichtangelagerten) Elektronen in geeigneten Gasen sind etwa tausendfach größer als diese. Diese Tatsache hat große Bedeutung für die Ionisationskammertechnik, da sie es den Elektronen ermöglicht, die Kammer in einer Zeit von größenordnungsmäßig 1 μs zu durchlaufen und so einen zeitlich sehr scharfen Impuls zu liefern.

In reinem Argon werden bei elektrischen Feldstärken der angegebenen Größenordnung die regellos gerichteten Geschwindigkeiten hoch, da Zusammenstöße zwischen Elektronen und Argonatomen in einem weiten Energiebereich streng elastisch verlaufen. Ziemlich paradoxerweise kann man die *Driftgeschwindigkeit* der Elektronen erhöhen, indem man die regellos gerichtete Geschwindigkeit verringert. Wenn man dem Argon einige Prozent CO_2 zufügt, halten inelastische Stöße zwischen Elektronen und CO_2-Molekülen die Geschwindigkeit der Zickzackbewegung der Elektronen niedrig. Nun ist aber der Wirkungsquerschnitt von Argonatomen für den Zusammenstoß mit Elektronen niedriger Energie besonders klein (RAMSAUER-Effekt). Diese beiden Umstände – verringerte Zickzackgeschwindigkeit und vergrößerte freie Weglänge – führen zu einer erhöhten Driftgeschwindigkeit in einem gegebenen Feld, so daß die Zugabe von etwas CO_2 einen wertvollen technischen Kunstgriff darstellt, wenn schnelle Elektronen aufgefangen werden sollen.

Wenn die geladenen Teilchen sich unter der Wirkung des elektrischen Feldes in einer Ionisationskammer bewegen, induzieren sie Ladungen auf der Auffangelektrode, und diese Ladungen sind für den aufgezeichneten Impuls verantwortlich. Wenn die Elektrode isoliert wäre, würde ihre Potentialänderung die in Abb. 10.4 dargestellte Form annehmen. Praktisch wird

---

[1]) Quantitative Angaben über die Anlagerung sind bei HEALEY und READ (1941) zu finden. Die mittlere freie Weglänge für das Einfangen liegt in der Größenordnung von 1 mm für Luft von Atmosphärendruck und ein elektrisches Feld von 1000 V/cm.

[2]) Meist abgekürzt: I. C. T. In der deutschen Literatur vergleiche man etwa D'ANS und LAX: Taschenbuch für Chemiker und Physiker, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1949. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

die Form des Impulses durch den Einfluß des an die Auffangelektrode angeschlossenen Ableitwiderstandes verändert, der dem Auffangsystem eine endliche $R \cdot C$-Zeitkonstante verleiht, sowie durch die Charakteristik des dann folgenden Verstärkers. Es zeigt sich, daß bei Arbeitsbedingungen in der Kammer, die Elektronenauffang erlauben, der erste Impuls eine Anstiegszeit in der Größenordnung einer Mikrosekunde besitzt; auf diesen folgt dann noch ein viel langsamerer Impuls, der von den positiven Ionen herrührt, mit einer Anstiegszeit in der Größenordnung einer Millisekunde. Wenn Elektronenanlagerung stattfindet und daher negative Ionen (anstelle freier Elektronen) aufgefangen werden, besitzt der gesamte Impuls eine Anstiegszeit in der Größenordnung einer Millisekunde.

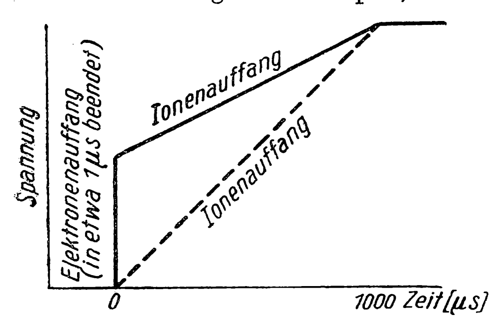


Abb. 10.4. Schematische Darstellung der Spannungsimpulse von Ionisationskammern.
Obere, ausgezogene Kurve: Kammer mit Elektronenauffang;
untere, gestrichelte Kurve: Kammer mit Ionenauffang

10.3 Ionisationskammern mit Elektronenauffang

Bei der älteren Ionisationskammertechnik wurde stets mit Ionenauffang und Linearverstärker gearbeitet (LEWIS 1942), die Anwendung von Elektronenauffang mit den entsprechenden elektronischen Schaltungen besitzt aber einige wichtige Vorzüge:

a) Es können Teilchen in sehr schneller Folge gezählt werden.

b) Die Ionisationskammer kann einen Teil eines Koinzidenzzählersystems mit hohem Auflösungsvermögen bilden; dies hat sich bei Untersuchungen der kosmischen Strahlung als wertvoll erwiesen.

c) Man kann den benutzten Verstärker völlig unempfindlich gegen Störungen mit Frequenzen von weniger als etwa 10 kHz machen; Mikrophonieeffekte, elektrische Einstreuungen mit Netzfrequenz usw. können so eliminiert werden.

In der Abb. 10.4 sind die vom Elektronenauffang und vom Auffang positiver Ionen herrührenden Potentialänderungen als gleich dargestellt, das stimmt aber im allgemeinen nicht. Die durch die Bewegung eines geladenen Ions von seinem Bildungsort zu seinem Auffangort verursachte Potentialänderung hängt von der Ausgangslage der Ladung ab. Trotzdem ist die schließlich eintretende Gesamtpotentialänderung gleich e/C, wenn beide Ionen eines Paares aufgefangen werden, wobei e die Ionenladung und C die elektrische Kapazität der Auffangelektrode bedeuten.

In einer Kammer mit Elektronenauffang rührt die beobachtete Potentialänderung nur von der Bewegung der Elektronen her, da der Ionenauffang zu langsam erfolgt, um vom Verstärker registriert zu werden. In diesem Falle hängt die Größe des Impulses davon ab, an welcher Stelle der Kammer die Ionen gebildet wurden. Diese Unterschiede sind bei einer zylindrischen Kammer mit einer Mittelelektrode von kleinem Durchmesser gering, da der größte

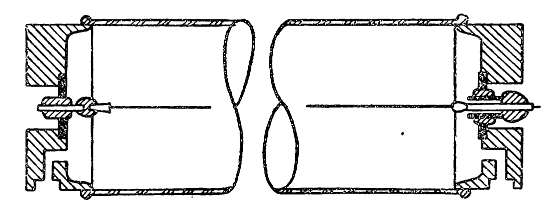


Abb. 10.5. Konstruktionsskizze der von Rossi entworfenen Ionisationskammer für γ-Strahlen. Die äußeren Teile bestehen aus Messing mit weichgelöteten Verbindungen. Der Draht von 0,625 mm Durchmesser ist aus Kovar. Die Kovar-Glas-Verschmelzungen sind so angeordnet, daß ein geerdeter Schutzring zwischen dem auf hohem Potential liegenden äußeren Gehäuse und dem Draht liegt. Als Füllung dient Argon mit 3% CO_2 bei etwa 4 at

Teil des Potentialgefälles in einem kleinen Volumen konzentriert ist (Abb. 10.5). In einer Kammer mit parallelen Platten kann der Effekt durch Anbringen eines auf einem Zwischenpotential gehaltenen Gitters zwischen dem Gebiet, wo die Ionisation hervorgerufen wird, und der Auffangelektrode vermieden werden (Rossi und Staub 1949). Dieses Gitter wird mit einem hohen Durch-

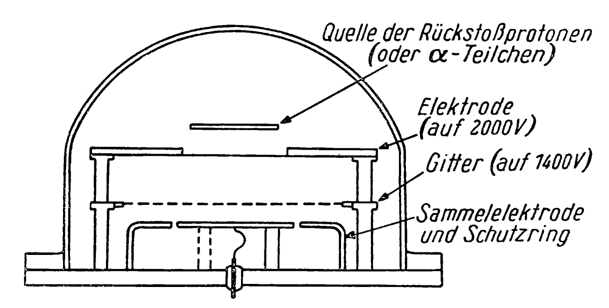


Abb. 10.6. Eine mit Gitter versehene Ionisationskammer für Elektronenauffang (nach einem Entwurf von Rossi zum Registrieren schneller Neutronen)

lässigkeitsverhältnis hergestellt, so daß es nur sehr wenig Elektronen abfängt; es schirmt aber den Auffänger elektrostatisch gegen die im Raum verteilten positiven Ionen und gegen die Elektronen ab, bis diese in den Bereich zwischen Gitter und Auffänger eintreten. Die beobachtete Potentialänderung rührt dann nur von der Bewegung der Elektronen zwischen diesem Eintrittsmoment und dem Auffangaugenblick her (vgl. Abb. 10.6).

Beim praktischen Gebrauch einer Kammer mit Elektronenauffang muß die Gasfüllung frei von Verunreinigungen gehalten werden, die eine Elektronenanlagerung bewirken könnten. Als Füllung nimmt man beispielsweise Argon mit 2 bis 4% CO_2 unter einem Druck von einigen Atmosphären. Das Gasgemisch kann man über heißem Kalzium zirkulieren lassen, entweder dauernd beim Gebrauch des Gerätes oder einige Stunden lang, bevor man die Kammer abschließt; sauerstofffreies Argon guter Qualität kann aber auch – wenigstens bei mäßigen Drucken – ohne diese Vorsichtsmaßregel verwendet werden, wenn die Kammer so konstruiert ist, daß man sie (z. B. durch Erhitzen vor dem Füllen) von elektronegativen Gasen frei machen kann. Bei Atmosphärendruck stellt Argon aus Druckflaschen eine brauchbare Füllung dar; für bestimmte Zwecke kann man einen langsamen Strom dieses Gases während der Messungen durch die Kammer fließen lassen.

Kammern mit Elektronenauffang sind besonders für die Beobachtung von schnell veränderlichen γ-Strahlen-Intensitäten und von Ausbrüchen kosmischer Strahlung geeignet. Die Abb. 10.5 zeigt den allgemeinen Aufbau einer von Rossi für diese Zwecke eingesetzten Kammer.

Obwohl Kammern mit Elektronenauffang beim Zählen von α-Strahlen und beim Bestimmen von α-Teilchen-Energien durch Messung der Gesamtionisation gute Ergebnisse bringen, sind sie doch für solche Zwecke ziemlich unbequem (vgl. § 10.4), es sei denn, daß sie unter Atmosphärendruck bei einem langsam fließenden Strom von reinem Argon benutzt werden.

Kammern mit Elektronenauffang können für Messungen der von Neutronenstößen herrührenden Ionisation verwendet werden, da die Neutronen ohne Schwierigkeiten in die Kammer eintreten und Protonen aus einer Paraffinschicht in eine mit einem Gitter versehene, bei mittlerem Druck arbeitende Ionisationskammer stoßen können.

10.4 Kammern mit Ionenauffang

Ein technischer Nachteil des Elektronenauffangsystems liegt darin, daß es eine Spezialatmosphäre verlangt, so daß radioaktive Quellen (insbesondere α-Strahler) nur mit einiger Mühe in die Kammer hineingebracht werden können. Bei Zählungen und Reichweitenmessungen an α-Strahlen wäre es bequemer, mit Ionenauffang in einer Kammer zu arbeiten, die Luft unter Atmosphärendruck enthält. Der Verstärker muß dann für Impulse empfindlich sein, die eine Anstiegszeit in der Größenordnung von Millisekunden besitzen.

Vor Einführung der Elektronenauffangtechnik waren integrierende Kammern mit Ionenauffang allgemein für die Messung von kosmischer Strahlung und von γ-Strahlen im Gebrauch. Compton, Wollan und Bennett (1934) gaben Einzelheiten einer normalen Ionisationskammer an, wie sie für ausgedehnte Untersuchungen zur Überwachung der kosmischen Strahlung unter der Leitung des Carnegie-Institutes in Washington eingesetzt wurde. Diese Kammer enthält auch eine Eichvorrichtung: Durch β-Strahlen, die von einem kleinen, beweglichen Uranstäbchen ausgehen, wird eine Normal-Ionisation

hervorgerufen; diese Einrichtung wird auch zur Kompensation des von der durchschnittlichen kosmischen Strahlung herrührenden Ionisationsstromes verwendet, was einen hochempfindlichen Nachweis von Schwankungen der Ionisation erlaubt. Diese Kammer wird in Verbindung mit einem LINDEMANN-Elektrometer oder einem ähnlichen Gerät benutzt.

Einfache Ionisationskammern oder Elektroskope, die Luft unter Atmosphärendruck enthalten, werden gewöhnlich für die Routinemessungen an Radium und anderen radioaktiven Quellen zum Vergleich ihrer γ-Strahlen-Aktivität verwendet. In medizinischen Röntgenabteilungen und in Atomenergieanlagen Beschäftigte tragen regelmäßig kleine Ionisationskammern als Warngeräte gegen gefährliche Einwirkung von γ-Strahlen bei sich. Die Elektroden dieser Kammern besitzen vorzügliche Isolierung (heute gewöhnlich Polyäthylen oder Polytetrafluoräthylen, vgl. die Tafeln 4.10 und 4.12), so daß sie ohne Einwirkung ungewöhnlich starker ionisierender Strahlung im Laufe eines Tages nur einen kleinen Teil ihrer Ladung verlieren. Sie werden von Zeit zu Zeit an ein elektrostatisches oder ein Röhrenelektrometer angeschlossen, das die noch vorhandene Ladung mißt. Sie können natürlich auch – neben ihrem normalen Gebrauch als Alltags-Gesundheitsschutz – für Forschungszwecke benutzt werden.[1])

10.5 Proportionalzählrohre mit Gasvervielfachung

Man kann eine nutzbare Verstärkung der in einer Kammer hervorgerufenen Ionisation erhalten, wenn man die von dem ionisierenden Teilchen ausgelösten Elektronen in einen Bereich mit einem relativ starken elektrischen Feld eintreten läßt, wo sie Geschwindigkeiten erhalten, die dazu ausreichen, weitere Ionisation durch Stöße auszulösen. Bei allen Zählrohren, die sich bisher als verwendbar erwiesen haben, wird dies dadurch erreicht, daß man die positive Elektrode als feinen Draht ausbildet. Die Vervielfachung erfolgt dann in einem verhältnismäßig engen Bereich (wenige Drahtdurchmesser) rund um den Draht. Wenn man von Sekundäreffekten absieht, erfahren alle im Zählrohr außerhalb des Vervielfacherbereiches ausgelösten Elektronen die gleiche Behandlung. Damit dies streng gilt, muß die Gasfüllung so gewählt sein, daß nur eine vernachlässigbare Elektronenanlagerung stattfindet. Wasserstoff, Argon, Argon mit CO_2 gemischt, Methan und Bortrifluorid sind sämtlich schon in Zählrohren verwendet worden, die mit solcher Vervielfachung im Gas arbeiten. Die Drucke liegen zwischen 100 Torr und einigen Atmosphären. Methan bei nahezu Atmosphärendruck scheint eine günstige Füllung für allgemeine Zwecke zu sein, beispielsweise für die Zählung von β-Strahlen oder für die Messung der Ionisation von Höhenstrahlenteilchen, da die Änderung der Verstärkung mit der Spannung bei diesem Gas relativ gering ist.

---

[1]) Eine andere Form des Strahlungswarngerätes besteht in einem kleinen Stück photographischem Film, der in einem Halter getragen wird. Von Zeit zu Zeit wird der Film herausgezogen und entwickelt.

Für ein gegebenes Zählrohr stellt die im Gas eintretende Vervielfachung eine schnell – angenähert exponentiell – ansteigende Funktion der angelegten Spannung dar; deshalb ist eine sehr gleichmäßige Spannungsquelle das wahrscheinlich wichtigste Erfordernis für den praktischen Betrieb eines Proportionalzählrohres. Die erreichbare stabile Vervielfachung liegt üblicherweise in der Größenordnung einiger Hundert; wenn man spezielle Vorkehrungen trifft (vgl. z. B. CURRAN und Mitarbeiter 1949), kann man jedoch noch eine viel höhere Verstärkung erhalten.

Die einfachste Konstruktion eines Proportionalzählrohres (für durchdringende Strahlen) ist mit der eines GEIGER-Zählers (der in § 10.7 und Abb. 10.8 behandelt werden wird) identisch. Da die Vervielfachung im Gas in einem sehr kleinen Bereich nahe der positiven Elektrode erfolgt, dessen Gestalt sehr wenig von der Größe und Form des übrigen Zählrohres abhängt, ist keine Zylindersymmetrie für den gesamten Zähler erforderlich, und man kann Proportionalzählrohre mit einem oder mehreren Drähten in einer Kammer von nahezu beliebiger Form herstellen. Einen hohen Grad von Symmetrie muß man jedoch dann wahren, wenn verlangt wird, daß die Vervielfachung von Teilchen zu Teilchen sehr gut konstant ist.

ROSSI und STAUB (1949) betonen die ungünstigen Auswirkungen von Staub auf dem Draht, der regellose Veränderungen der Vervielfachung verursacht. Sie fanden, daß unter einigermaßen guten Bedingungen 50% der in einem Proportionalzählrohr beobachteten, von einer homogenen Quelle herstammenden Impulse in einem Streuband mit einer Breite von 5 bis 10% der mittleren Impulsgröße liegen.

10.6 Der Geiger-Zähler

Wenn man die Spannung erhöht, die an einem mit Gasvervielfachung arbeitenden Zählrohr mit feinem Draht liegt, dann tritt eine neue Betriebsweise ein, bei welcher die für jedes eintretende Teilchen aufgefangene Ladung nicht mehr proportional zur ursprünglichen Ionisation ist. In diesem sogenannten Auslösebereich, dem Kennzeichen des GEIGER-Zählers[1]), hängt die Impulsgröße nur noch vom Zählrohr selbst und von der angelegten Spannung ab, so daß ein charakteristischer Impuls bereits durch ein einzelnes Ionenpaar ausgelöst wird. Dieses Verhalten bleibt über einen beträchtlichen Spannungsbereich[2]) bestehen; bei höheren Spannungen geht der Betrieb in eine selbständige Entladung über.

Der Mechanismus der GEIGER-Entladung ist ziemlich kompliziert: Von der Anfangsionisation herrührende Elektronen rufen in der Umgebung des Zentraldrahtes durch Stoß weitere Ionen hervor. Die positiven Ionen bilden eine Schicht, deren Dicke zunimmt, bis ihre Raumladung weitere Ionisation durch Elektronen in diesem Teil des Zählrohres verhindert; dabei wird aber die Entladung durch die Wirkung der entstehenden Lichtquanten in beiden

---

[1]) Korrekter ist es, das Gerät nach seinen beiden Erfindern GEIGER-MÜLLER-Zählrohr zu nennen. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Das sogenannte „Plateau". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Richtungen am Zähldraht entlang weiter ausgebreitet. Wenn ein Löschgas (siehe unten) vorhanden ist, das die Photonen stark absorbiert, dann erfolgt die Ausbreitung der Entladung nur durch Photoionisation des Gases in der Nähe des Drahtes; wenn jedoch kein Löschgas da ist, dann spielen an der Kathode ausgelöste Photoelektronen eine wichtige Rolle bei der Ausbreitung der Entladung. Diese Vorstellung wird dadurch gestützt, daß erfahrungsgemäß die Ausbreitung der Entladung durch ein Glas- oder Metallkügelchen auf dem Draht nur dann beschränkt werden kann, wenn ein Löschgas vorhanden ist.

Die Schicht der positiven Ionen bewegt sich jetzt nach außen und erreicht die Kathode in einer Zeit von etwa 10^{-4} s, während welcher ein negativ gerichteter Impuls auf dem Draht induziert wird. Sobald ein Ion die Kathode erreicht, kann es ein zusätzliches Elektron auslösen, falls die Energie ε für die Neutralisierung eines Ions durch ein aus dem Metall stammendes freies Elektron, vermindert um die zum Auslösen des Elektrons erforderliche Arbeit Φ, zum Auslösen eines weiteren Elektrons ausreicht, d. h. falls

$$\varepsilon - \Phi > \Phi,$$

also

$$\varepsilon > 2 \cdot \Phi$$

gilt. Wenn kein besonderer Löschmechanismus vorhanden ist, läßt das so in Freiheit gesetzte Elektron die Entladung von neuem anlaufen.

Löschung kann man durch einen hohen Widerstand im Schaltkreis bewirken. Dann fließt die auf dem Draht angesammelte negative Ladung nur relativ langsam von ihm ab. Deshalb erreichen die positiven Ionen die Kathode, während die am Zählrohr liegende Spannung noch zu niedrig ist, um eine wirksame Vervielfachung zu verursachen, so daß die Entladung nicht wieder anläuft. Der erforderliche Widerstand liegt in der Größenordnung $10^9\,\Omega$, deshalb erholt sich der Kreis nach einem Impuls nur langsam; die Zeitkonstante kann etwa 10^{-2} s betragen. Es sind eine Anzahl Röhrenschaltungen entwickelt worden, die die angelegte Spannung verringern, sobald ein Impuls auftritt, und die sie schneller wieder aufbauen, als dies die einfache Speisung über einen hohen Widerstand kann.

Man verwendet indessen in der heutigen Praxis derartige fremdgelöschte Zählrohre wenig, denn man kann das Zählrohr selbstlöschend machen, wenn seine Gasfüllung einen geeigneten Dampf enthält. Die Füllung besteht dann beispielsweise aus Argon mit einem Partialdruck von 100 Torr und Äthylalkohol mit 10 Torr. Die Entladung in einem derartigen Zählrohr ist selbstlöschend, unabhängig vom Wert des äußeren Widerstandes; 1 MΩ ist dann ein passender Wert, über dem man einen Spannungsimpuls abgreift. Der Löschmechanismus scheint so abzulaufen, daß die positiven Argonionen durch Ladungsaustausch mit den Alkoholmolekülen neutralisiert werden, was Molekülionen ergibt, die nicht imstande sind, zusätzliche Elektronen auszulösen, wenn sie die Kathode erreichen. Weiter wird Strahlung, welche Photoelektronen an der Kathode auslösen könnte, in dem Dampf durch einen Dissoziationsprozeß absorbiert, bei dem kein Elektron abgegeben wird.

Da jetzt kein hoher Löschwiderstand erforderlich ist, erholt sich die angelegte Spannung schnell und das Zählrohr steht für eine neue Zählung nach einer Zeitdauer bereit, die mehr durch seinen inneren Mechanismus bestimmt wird als durch die Erholung der Spannung. Die tatsächlich gefundene Totzeit rührt von der Wirkung der positiven Ionenschicht her, die das Feld in der Nähe des Drahtes verringert. Zuerst wird dadurch der Vervielfachungsmechanismus vollständig unterdrückt; während die Ionenschicht sich nach außen bewegt, wächst das elektrische Feld in der Nähe des Drahtes an, und nach einer Zeitdauer von größenordnungsmäßig 10^{-4} s ist das Zählrohr wieder imstande, kleine Impulse abzugeben. Nach Ablauf einer weiteren Zeit der gleichen Größenordnung hat sich das Zählrohr vollständig erholt, da die Ionenschicht an der Kathode aufgefangen worden ist.

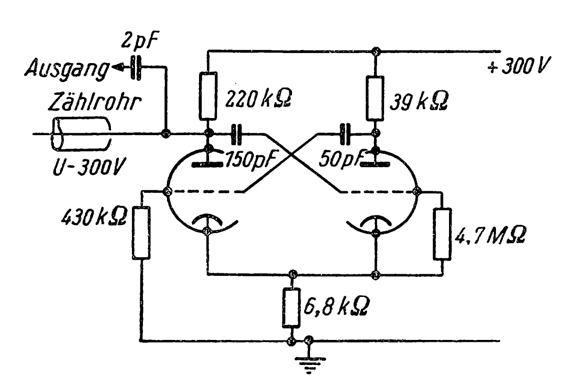


Abb. 10.7. Multivibratorschaltung für das Löschen von GEIGER-Zählern (ELLIOT 1949)
Die an die Zählrohrkathode anzulegende Spannung ist um den Wert der Anodenspannung der Röhre niedriger als die Betriebsspannung

Der Hauptnachteil dieses Löschverfahrens ist, daß das Zählrohr nur eine endliche nutzbare Lebensdauer (maximale Anzahl der Zählungen) besitzt, weil der Dampf bei der Entladung zersetzt wird. Für einen typischen Höhenstrahlenzähler (60×4 cm) liegt die Lebensdauer in der Größenordnung von $2 \cdot 10^8$ Zählungen, das entspricht nur wenigen Monaten Einsatz bei Versuchen in Meereshöhe.

Obwohl die einen organischen Dampf enthaltenden Zählrohre ohne Mithilfe einer Röhrenschaltung selbstlöschend sind, ist es oft vorteilhaft, doch noch einen Löschkreis (beispielsweise nach Abb. 10.7) zu verwenden (ELLIOT 1949). Es hat sich gezeigt, daß eine solche Schaltung die Entladung unterdrückt, bevor sie sich in Zählrohrlängsrichtung weit ausgebreitet hat; dabei wird die durch den Zähler fließende Gesamtladung verringert, und die nutzbare Lebensdauer des Zählrohres wächst stark an. Ein von ELLIOT untersuchtes 60×4 cm-Zählrohr besaß eine auf etwa $3 \cdot 10^9$ Zählungen erhöhte Lebensdauer. Man hat weiter gefunden, daß „schlechte" Zählrohre, die bei der normalen Schaltung ein kurzes und schräges Zählplateau zeigen, sich oft in einer Schaltung mit einer Multivibrator-Löschanordnung zufriedenstellend verhalten. Wenn man einen Multivibrator verwendet, ist die Totzeit der Anordnung durch die Erholung des Multivibrators bestimmt; diese ist konstant, so daß man erforderlichenfalls die Totzeitverluste der Zählungen abschätzen kann.

10.7 Die Konstruktion von Zählrohren

Die Abb. 10.8 zeigt den mechanischen Aufbau einiger brauchbarer Arten von GEIGER-Zählern. Glaszählrohre mit innenliegender Kathode werden für relativ durchdringende Strahlung (kosmische Strahlung, γ-Strahlen) eingesetzt. Es kann aber auch die äußere Messinghülle des Zählrohres die Kathode bilden. Der Draht wird dann mit Hilfe von Kovarglas oder einer ähnlichen Verschmelzung isoliert. Die einfachste Konstruktion von allen, die von MAZE (1946) stammt, verwendet ein dünnwandiges (nur etwa 0,8 mm) Rohr aus Natronglas, das *außen* mit Graphit (Aquadag) bedeckt ist. Die Leitfähigkeit des Glases ist ausreichend, Zählungen mit den Folgegeschwindigkeiten der kosmischen Strahlung ohne schwerwiegenden Spannungsverlust durchführen zu können.

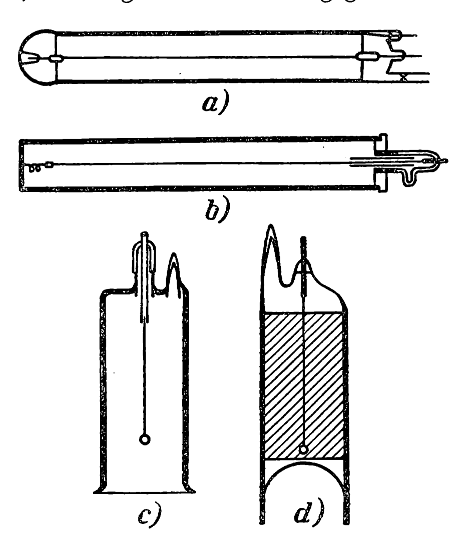


Abb. 10.8. Ausführungsformen von GEIGER-Zählern. a) und b) für durchdringende Strahlung; c) und d) mit dünnen Fenstern (unten) für β-Strahlen

Für β-Strahlen muß man Zählrohre mit dünner Wand oder mit einem dünnen Fenster einsetzen. Eine Anzahl Spezialzählrohre sind für den Gebrauch in der angewandten Kernphysik hergestellt worden, insbesondere für biologische Anwendungen von radioaktiven Indikatorisotopen.[1]) Darunter gibt es gläserne Eintauchzählrohre, die für den Nachweis von β-Strahlen aus radioaktiven Flüssigkeiten bestimmt sind, sowie besonders kleine Zählrohre bis herab zu 0,8 mm Durchmesser. Einige dieser Zählrohre sind käuflich zu haben, aber viele Laboratorien halten es für erforderlich, sich ihre Zählrohre selbst herzustellen, vor allem wenn es sich um besondere Formen und Größen handelt.

Die Angaben über die Behandlung der Kathoden (hauptsächlich zur Verringerung ihrer photoelektrischen Empfindlichkeit) sind empirischer Natur und ziemlich widerspruchsvoll: Einige Bearbeiter oxydieren Kupferkathoden durch Erhitzen in Luft oder in Stickoxyd; man sagt, daß dies die Leistungsfähigkeit gleichmäßiger hält, auch beim Vorhandensein von Sauerstoff im Füllgas. Üblicherweise wird jedoch Kupfer oder Messing benutzt, das mit Metallpolitur gereinigt und sorgfältig mit Benzol oder Azeton abgewaschen wurde. Graphit (der in der Form von „Aquadag" angewendet wird) stellt ein befriedigendes Kathodenmaterial dar. Aluminium, ein für die Konstruktion von dünnwandigen, rohrförmigen Zählrohren für β-Strahlen vorteilhaftes

[1]) „Markierte Atome". (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Metall, ist als Kathodenmaterial nicht sehr zuverlässig und wird besser – durch Aufdampfen im Vakuum mit Hilfe eines kupferplattierten Molybdändrahtes oder durch ein besonderes Elektroplattierverfahren – mit Kupfer bedeckt.

Der Zähldraht (üblicherweise 0,1 mm Wolfram) soll staubfrei sein; man kann dies erreichen, indem man ihn vorsichtig in Luft glüht und ihn dann vor Staub schützt, bis das Zählrohr vollständig zusammengebaut ist. Wenn ein Zählrohr nicht mehr ordnungsgemäß arbeitet, kann man es möglicherweise durch eine neue Füllung regenerieren; es hat sich auch als vorteilhaft erwiesen, den zentralen Draht im Vakuum auszuglühen, um so eine darauf gebildete Ablagerung zu entfernen. Bei Zählrohren, für die eine solche Behandlung vorgesehen ist, müssen beide Enden des Drahtes aus der Hülle herausgeführt werden.

Die Gasfüllung eines Argon-Alkohol-Zählrohres muß mit Sicherheit frei von Gasen sein, die negative Ionen bilden, insbesondere von Sauerstoff und Wasserdampf.[1] Das Vakuumsystem und die Zählrohrkonstruktion sollen so eingerichtet sein, daß man eine teilweise Entgasung durchführen kann, um die Konzentration dieser störenden Stoffe herabzusetzen; es hat aber nicht mit Sicherheit Vorteile gebracht, hier eine strenge Vakuumtechnik anzuwenden. Man soll sauerstofffreies Argon (das im Handel zu haben ist) und sorgfältig gereinigten Alkohol verwenden. Der Alkoholbehälter im Zählrohrfüllsystem soll Kalziumoxyd als dehydrierende Substanz enthalten. Einige Bearbeiter haben den Alkohol durch Einfrieren und Abpumpen der Gase vorbehandelt. Äthyläther ist ebenfalls als Löschgas benutzt worden, er scheint dem Alkohol gleichwertig zu sein und gestattet einen Betrieb des Zählers bei tieferen Temperaturen. In neuerer Zeit ist Äthylformiat viel benutzt worden. Man hat Tieftemperaturzählrohre hergestellt, bei denen Äthylendibromid als Löschmittel verwendet wurde, und man hat an halogen-gelöschten Zählrohren gearbeitet, aber in beiden Fällen wird die Leistungsfähigkeit durch die Bildung von negativen Ionen beeinträchtigt; die Ansprechwahrscheinlichkeit sinkt erheblich unter 100%, einige der Impulse können verzögert werden, so daß diese Zählrohre für Koinzidenzzählungen nicht brauchbar sind.[2]

10.8 Der Geiger-Zähler im Gebrauch

Folgendes sind die wichtigsten, für die Anwendung des GEIGER-Zählers bestimmenden Kennzeichen:

a) *Wirkungsgrad*

Ein guter GEIGER-Zähler besitzt nahezu 100% Ansprechwahrscheinlichkeit, wenn ein Ionenpaar in seinem Innern erzeugt wird. Sehr schnelle ioni-

[1]) Wenn einige der Elektronen negative Ionen bilden, kann der Vervielfachungsprozeß gestört und die Leistungsfähigkeit des Zählrohres verringert werden. Weiter können einige der negativen Ionen nach Beendigung der Hauptentladung noch Elektronen abgeben und so einen störenden Zählimpuls verursachen (sogenannte „Nachentladungen"). Dies ist eine der Ursachen für die Neigung des Plateaus (siehe später).

[2]) Die inzwischen erheblich weiterentwickelten halogen-gelöschten Zählrohre sind jetzt auch für Koinzidenzmessungen geeignet. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

sierende Teilchen erzeugen nur wenige Ionenpaare je Zentimeter in dem verwendeten Gasgemisch, so daß für Teilchen, die auf sehr streifenden Bahnen durch das Zählrohr laufen, eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür besteht, daß sie ganz verlorengehen. Dieser Effekt ist aber gewöhnlich unbedeutend.

Wenn ein Zählrohr γ-Strahlen ausgesetzt wird, ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Quant ein zum Auslösen des Zählrohres fähiges Elektron erzeugt, im allgemeinen nicht sehr groß; sie hängt von der Energie des γ-Strahl-Quants und von den Materialien im Zählrohr ab. Es kann vorteilhaft sein, schwere Elemente – beispielsweise Blei – für die Wände oder für die Kathode zu benutzen.

Wenn weiche Röntgenstrahlenquanten nachgewiesen werden sollen, kann man einen guten Wirkungsgrad mit einer Füllung erreichen, die Krypton oder Xenon enthält, sowie durch solche Wahl des Weges der Röntgenstrahlen, daß sie eine hohe Wahrscheinlichkeit besitzen, im Gas absorbiert zu werden.

b) *Impulsform*

Der von einem Zählrohr ausgehende Impuls entwickelt sich relativ langsam, die Zeit zwischen dem Durchgang eines ionisierenden Teilchens und der beobachteten Anzeige hängt deshalb von der Empfindlichkeit des Anzeigeverstärkers ab. Diese Zwischenzeit und besonders ihre Veränderlichkeit von Zählrohr zu Zählrohr sowie von Impuls zu Impuls ist für Koinzidenzversuche mit hoher Auflösung wesentlich. Es dürfte anzunehmen sein, daß auch bei Wahrung aller Vorsichtsmaßregeln (Zählrohr frei von negativen Ionen, Hochleistungsverstärker) diese Unsicherheiten noch in der Größenordnung einiger Zehntel Mikrosekunden liegen.

c) *Totzeit*

Wie im § 10.6 beschrieben, liegt die Totzeit eines Zählrohres mit einer einfachen Schaltung in der Größenordnung einiger Zehntel Millisekunden. Teilchen, die ankommen, bevor der Zähler sich genügend erholt hat, um einen anzeigbaren Impuls zu liefern, werden nicht gezählt. Wenn ein Lösch-Multivibrator benutzt wird, bestimmen dessen Kennwerte die Totzeit.

Bei CRAGGS und CURRAN (1949) sind eine Anzahl Verfahren zur Messung der Totzeit angegeben. Die einfachste Gesamtkontrolle der Totzeitverluste eines Zählrohr- und Anzeigesystems ist ein Summierversuch, bei dem man eine Anzahl kleiner radioaktiver Quellen benutzt, die in genau bestimmten Lagen um das Zählrohr herum angebracht werden. Diese werden erst einzeln eingesetzt und dann zusammen. Die von den Quellen herrührenden Zählfolgegeschwindigkeiten sollen sich addieren, jeder Totzeitverlust tritt als Verringerung des Wirkungsgrades bei hohen Zählfolgegeschwindigkeiten in Erscheinung.

d) *Plateau*

Ungünstiges Verhalten von Zählrohren drückt sich oft in der geringen Länge und großen Restneigung des „Plateaus“ der Kurve aus, die die Anzahl der Zählungen (bei einer gegebenen Ionisationsquelle und einer bestimmten Aufzeichnungsempfindlichkeit) als Funktion der angelegten Spannung wieder-

gibt. Bei einem guten Zählrohr „normaler“ Größe und Form soll das Plateau eine Länge von 200 V besitzen und eine Restneigung von 0,02% je Volt; bei kleinen oder bei besonders geformten Zählrohren ist es jedoch nicht möglich, ein so gutes Plateau zu erzielen. Beim Einsatz eines Zählrohres soll die Spannung aus einer stabilisierten Quelle zugeführt werden, die aber wegen der Plateaucharakteristik nicht sehr sorgfältig stabilisiert zu sein braucht.

Das Verhalten des Zählrohres ist von Zeit zu Zeit zu prüfen; bei langdauernden Koinzidenzmessungen ist es üblich, täglich zu kontrollieren, ob jedes Zählrohr hinsichtlich der Zählfolgegeschwindigkeit und der auftretenden Streuung normal arbeitet, und gelegentlich festzustellen, ob der Arbeitspunkt jedes Zählrohres etwa 50 V oberhalb der Grenze liegt, bei der die Zählungen beginnen (der sogenannten „GEIGER-Schwelle“). Eine weitere nützliche Probe ist es, die Impulse auf einem gewöhnlichen Oszillographen zu kontrollieren, da viele Arten von ungünstigem Verhalten mit vervielfachten oder gezackten Impulsen verbunden sind.

10.9 Szintillationszähler

Wenn ein α-Teilchen einen mit Spuren bestimmter Fremdstoffe aktivierten Zinksulfidkristall trifft, wird eine helle Szintillation hervorgerufen. Der energetische Wirkungsgrad dieses Prozesses ist überraschend hoch.

Das Zählen dieser α-Teilchen-Szintillationen mit bloßem Auge war eines der wichtigsten Verfahren der klassischen Radioaktivitätsforschung. Das ist jetzt veraltet, aber die Anwendung der Photozelle mit Elektronenvervielfacher hat das Szintillationsverfahren wieder belebt und hat sein Anwendungsgebiet auf das Zählen von β-Strahlen erweitert.[1]

Ein Photovervielfacher mit einem auf einem Glasstreifen außerhalb der Hülle des Gerätes angebrachten Zinksulfidschirm stellt wahrscheinlich die einfachste der verfügbaren Einrichtungen zum Zählen von α-Teilchen dar und kann in einfacher Weise zur Reichweitenbestimmung benutzt werden. Die von den α-Teilchen hervorgerufenen Szintillationen sind so hell, daß das Rauschniveau der Photozelle unwichtig wird und im allgemeinen die Anwendung der maximalen Verstärkung gar nicht erforderlich ist.

β-Strahlen verlieren in dem Leuchtphosphor viel weniger Energie als α-Strahlen, und ihre Szintillationen sind viel schwächer; man muß deshalb hier sorgfältig auf die optische Ankopplung des Phosphors an die Photokathode achten sowie auf das Rauschen des Photovervielfachers. Letzterer muß mit hoher Verstärkung arbeiten, praktisch ist es aber – mit einem ausgewählten Vervielfacher – gewöhnlich nicht erforderlich, die Kathode zu kühlen. Ein Hilfsmittel, mit dem man versucht hat, den Rauschuntergrund beim Beobachten schwacher Szintillationen zu verringern, besteht darin, zwei Photovervielfacher in Koinzidenzschaltung an einen einzigen Kristall anzuschließen, so daß Szintillationen als Koinzidenzen registriert werden, während die Rauschimpulse im allgemeinen nicht aufgezeichnet werden.

---

[1]) Aktiviertes Zinksulfid ist käuflich. In einem geeigneten Stück dauert der von einem α-Teilchen verursachte Lichtimpuls etwa 10 bis 15 μs.

Beträchtliche Mühe ist für das Auffinden von zum Zählen von β-Strahlen geeigneten Phosphoren aufgewendet worden. Man muß dazu eine Substanz finden, die eine hohe Lichtausbeute gibt und die für ihre eigene Strahlung durchlässig ist. Letztere Bedingung rührt daher, daß schnelle β-Strahlen eine beträchtliche Reichweite in dem Material besitzen und es deshalb vorteilhaft ist, den Leuchtstoff in entsprechender Dicke einzusetzen (beispielsweise 1 cm für organische Phosphore). Gereinigtes Anthrazen – das sich durch blaue Fluoreszenz bei ultraviolettem Licht auszeichnet – ist einer der günstigsten Phosphore; da es aber in geeignet reinem Zustand ziemlich selten ist und nicht gern große Kristalle bildet, zieht man eine feste Lösung von Anthrazen in Naphthalin vor. Diese wächst sehr gut zu großen Kristallen, die als Fluoreszenzschirme mit guter optischer Ausbeute verwendet werden können; polykristallines Material hat den Nachteil, daß Licht an den Kristallitgrenzen gestreut wird. Neuerdings haben Kallmann und Furst (1950) gezeigt, daß eine homogene flüssige Lösung von Terphenyl in gereinigtem Xylol einen wirksamen Leuchtphosphor bildet. Dies eröffnet die Möglichkeit, Szintillationszähler für sehr energiereiche Teilchen, wie etwa kosmische Strahlen, zu benutzen.[1]) Eine Lösung für das Problem einer wirksamen Kopplung großer Volumina eines flüssigen Phosphors mit einer Photozelle ist bisher noch nicht veröffentlicht worden.

Bei den organischen Phosphoren ist die Dauer der Szintillationen sehr kurz (etwa $5 \cdot 10^{-8}$ s), so daß man Szintillationszähler in Koinzidenzsystemen mit hohem Auflösungsvermögen verwenden kann.

Da die organischen Phosphore nur leichte Elemente enthalten, sprechen sie nicht gut auf γ-Strahlen an, es sei denn, man kann sehr dicke Schichten verwenden. Natriumjodid, das 1% oder weniger Thalliumjodid enthält, kann als Leuchtphosphor für γ-Strahlen benutzt werden, auch Kalziumwolframat ist verwendet worden. Die Dauer einer Szintillation ist aber bei diesen Stoffen ziemlich lang (etwa $5 \cdot 10^{-7}$ s) im Vergleich zu den organischen Phosphoren.

Als Übersichtsaufsatz über Szintillationszähler ist Pringle (1950) zu nennen.

10.10 Neutronenzählung

Da Neutronen keinerlei primäre Ionisation hervorrufen, muß man sie entweder über die Rückstoßprotonen zählen (schnelle Neutronen) oder über eine Kernumwandlung (schnelle und langsame Neutronen). Die Rückstoßprotonen zählt man üblicherweise in einer Ionisationskammer mit Elektronenauffang (vgl. § 10.3), in der eine Schicht aus Paraffin oder einem anderen wasserstoffhaltigen Material angebracht ist.

---

[1]) Kürzlich ist festgestellt worden (Garwin 1952), daß man einen flüssigen Leuchtphosphor, der bei Verwendung der normalen Cäsium-Antimon-Photokathode sehr leistungsfähig ist, herstellen kann, indem man 3 g Terphenyl und 10 mg Diphenylhexatrien in 1 *l* Phenylcyclohexan löst.

Die zur Messung von Neutronen zur Verfügung stehenden Kernreaktionen umfassen die Erzeugung von β-Aktivität bei Ag oder In, das Auslösen einer Spaltung in U und insbesondere die Reaktion

$$^{10}_{5}\mathrm{B} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{7}_{3}\mathrm{Li} + ^{4}_{2}\mathrm{He}.$$

Diese Reaktion erfolgt unter Abgabe von 2,5 MeV bei Neutronen der Energie Null, so daß das α-Teilchen und der Li-Kern in einem Gas starke Ionisation hervorrufen. Nur der (zu 20% im natürlichen Bor enthaltene) Kern ^{10}B ist wirksam, und es ist deshalb vorteilhaft, Bor zu benutzen, das an dem Isotop ^{10}B angereichert ist. Das Bor kann als feste Auskleidung einer Ionisationskammer oder eines Proportionalzählrohres verwendet werden, oder man kann das Gas BF_3 zur Füllung eines Proportionalzählrohres mit dünnem Draht benutzen.[1])

In der Praxis arbeiten mit BF_3 von etwa 600 Torr gefüllte Zählrohre befriedigend; wie bei allen Proportionalzählrohren ist ein Verstärker mittlerer Leistung und eine gut stabilisierte Spannungsquelle erforderlich. Die Reinigung des BF_3 stellt eine gewisse Schwierigkeit dar, wenn man mit Elektronenauffang arbeiten will (siehe Tongiorgi und Mitarbeiter 1951).

Der Wirkungsquerschnitt von Bor für langsame Neutronen ist in einem beträchtlichen Bereich nahezu umgekehrt proportional zur Neutronengeschwindigkeit. Man kann zeigen, daß aus diesem Grunde die Zählfolgegeschwindigkeit proportional zur *Konzentration* der Neutronen ist (nicht zum *Fluß* der Neutronen). Die meisten anderen Neutronennachweisgeräte zeigen deutliche Resonanzen bei bestimmten Neutronengeschwindigkeiten, und es kann recht schwierig werden, ihre Anzeigen zu deuten, es sei denn, daß sie nur zum Vergleich von Neutronenintensitäten bei gleichbleibender Geschwindigkeitsverteilung eingesetzt werden. Nachweisgeräte für langsame Neutronen, insbesondere BF_3-Zählrohre, kann man zum Nachweis von schnellen Neutronen benutzen, wenn diese in einem „Moderator" (Bremssubstanz) aus Paraffinwachs verlangsamt werden. Die Deutung der Anzeigen ist dann (außer in Fällen einfachen Vergleiches, wie bereits oben erwähnt) sehr kompliziert. Es ist bekannt, daß Szintillationszähler mit gutem Wirkungsgrad zum Nachweis sowohl von schnellen als auch von langsamen Neutronen verwendet werden können, Einzelheiten über die Anordnungen stehen gegenwärtig aber noch nicht zur Verfügung.

10.11 Einige besondere Zählverfahren

Es ist angebracht, einige Zählverfahren zu erwähnen, die untersucht worden sind oder die vereinzelt bei Forschungsaufgaben benutzt wurden, die aber keinen Teil der allgemein eingeführten Versuchstechnik bilden.

a) *Zählung von Sekundärelektronen*

Wenn ein mittelschnelles Elektron, ein β-Strahl von wenigen keV oder mehr, eine geeignete Oberfläche trifft, ruft es eine Anzahl Sekundärelektronen her-

[1]) Der Zähler soll aus Natron- oder Bleiglas hergestellt sein. Borosilikat-Hartgläser absorbieren Neutronen merklich.

vor, die ihrerseits wieder in einem elektrischen Feld beschleunigt und an einer anderen präparierten Fläche vervielfacht werden können. Dieses Verfahren ist in der β-Strahlen-Spektroskopie verwendet worden, wobei man Vervielfacherflächen aus Beryllium-Kupfer benutzt hat.

b) *Kristallzähler*

Es ist bekannt, daß man bei Ionisation bestimmter Kristalle durch den Durchgang von durchdringenden Teilchen die Ionen wie in einer Ionisationskammer auffangen kann.

c) *Ionisation von flüssigem Argon*

Die von einem Teilchen in flüssigem Argon hervorgerufene Ionisation kann genau wie in einer gasgefüllten Ionisationskammer aufgefangen werden. Die Anwendungsmöglichkeit dieses Verfahrens hängt – wie auch beim Kristallzähler – von der Erzeugung einer intensiven Ionisation in einem sehr kleinen Bereich ab. Die unbequeme Handhabung des Stoffes ist offensichtlich.

d) *Parallelplattenzähler* (*Funkenzähler*)

Es ist angegeben worden, daß eine Parallelplattenkammer bei geeigneter Füllung als GEIGER-Zähler benutzt werden kann. Eine Löschschaltung ist erforderlich. Da die Elektronen keinen Weg zurückzulegen haben, bevor sie den Vervielfachungsbereich erreichen, spricht der Zähler sehr schnell an. Die technischen Schwierigkeiten sind indessen ungeheuer, so daß das Verfahren nicht viel verwendet worden ist.

e) *Tscherenkow-Zähler*

Von TSCHERENKOW wurde (1934) gezeigt, daß von geladenen Teilchen, die durch ein Medium laufen, in dem die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen kleiner ist als die Bewegungsgeschwindigkeit der Teilchen, Strahlung ausgesandt wird. Wenn $\beta \cdot c$ die Teilchengeschwindigkeit ist und n der Brechungsindex des Mediums, dann beschränkt sich die Energieausstrahlung auf Richtungen, die den Winkel

$$\arccos \frac{1}{n \cdot \beta}$$

mit der Teilchenbahn bilden. Die so von einem einzelnen Teilchen im sichtbaren Spektrum emittierte Energie kann mit einer Photovervielfacherröhre nachgewiesen werden. Dies kann als Nachweisverfahren für Teilchen benutzt werden, bei denen β groß ist; dabei kann der Emissionswinkel als genaues Maß für die Teilchengeschwindigkeit dienen (vgl. MATHER 1951; die Arbeit enthält neueste Literaturstellen über TSCHERENKOW-Strahlung).

10.12 Koinzidenzzählung

Das Verfahren der Koinzidenzzählung, das darauf beruht, gleichzeitige Entladungen mehrerer GEIGER- oder anderer Zählrohre nachzuweisen, nimmt eine Schlüsselstellung in der Erforschung der kosmischen Strahlen ein, da es den Nachweis von durchdringenden Teilchen bei Vorhandensein eines

starken Untergrundes von sonstigen Ereignissen ermöglicht und da man es so einrichten kann, daß es selektiv auf das Auftreten von Schauern und anderen komplizierten Erscheinungen anspricht. In der Kernphysik im engeren Sinne wird dieses Verfahren gelegentlich dazu eingesetzt, die gleichzeitige oder nahezu gleichzeitige Erzeugung zweier Teilchen festzustellen.

Die Schaltungsanordnungen zum Nachweis von Koinzidenzen werden im § 10.14 besprochen werden.

Die Auflösungszeit ist die maximale Zeitdauer, um die zwei Ereignisse getrennt erfolgen können, die noch als Koinzidenz angezeigt werden. Die noch nutzbare Auflösungszeit ist nach unten begrenzt, da zufällige Schwankungen in der Zeit auftreten, die der Zähler selbst für das Ansprechen auf das auslösende Teilchen benötigt. Bei einem GEIGER-Zähler oder einem Proportionalzählrohr sind diese Schwankungen sicher kleiner als 1 μs (von SHERWIN, 1948, wurden 1 bis $4 \cdot 10^{-7}$ s angegeben), wenn auf das Zählrohr eine beträchtliche Verstärkung folgt, so daß der erste Anstieg des Impulses festgestellt werden kann. Mit dem Photovervielfacher-Szintillationszähler können die Schwankungen auf weniger als 0,1 μs (etwa 10^{-9} s sind erreicht worden) verringert werden; derartige Zähler sind aber noch nicht sehr viel für Koinzidenzzählungen benutzt worden.

Wenn zwei Zähler die Zählfolgegeschwindigkeiten N_1 und N_2 besitzen, die einer Zufallsverteilung gehorchen und zwischen denen keine Korrelation besteht, dann kann man zeigen, daß die Folgegeschwindigkeit der zufälligen Koinzidenzen

$$2 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \tau$$

ist, wo τ die Auflösungszeit bedeutet. Diese Beziehung wird oft dazu benutzt, experimentell die Auflösungszeit eines Zählsystems zu ermitteln. Zu diesem Zweck macht man $N_1 \cdot N_2$ groß, vorzugsweise unter Einsatz von radioaktiven Quellen, so daß die zufällige Natur der meisten Entladungen gewährleistet ist.

Die entsprechende Folgegeschwindigkeit von zufälligen Dreifachkoinzidenzen ist

$$3 \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 \cdot \tau^2 .$$

Es muß hierzu aber bemerkt werden, daß diese Formel bei Versuchen mit kosmischen Strahlen oft nicht angewendet werden kann, da hier die beobachtete Folge von „zufälligen Dreifachkoinzidenzen“ weitgehend durch Koinzidenzen zwischen *wirklichen Zweifachkoinzidenzen* (die beispielsweise von Schauern herrühren) und den zufälligen Entladungen des dritten Zählers verursacht sein kann.

10.13 Antikoinzidenzzählung

Gewisse Probleme kann man dadurch lösen, daß man in ein Koinzidenzzählsystem zusätzliche Zähler einfügt, deren Ansprechen das Ergebnis annulliert. Derartige Systeme gestatten die Feststellung von „Antikoinzidenzen“ etwa folgender Art: „Anzeige in A, B und C, aber nicht in D“, was man üblicherweise als (ABC–D) schreibt. Die Abb. 10.9 zeigt eine ein-

fache Anwendung zum Nachweis von kosmischen Strahlenteilchen, die durch A, B und C gehen und dann in dem Bleiblock X absorbiert werden.

Wirkliche Antikoinzidenzschaltungen sind nur dort unumgänglich, wo das Auftreten eines Antikoinzidenzereignisses – beispielsweise für das Betätigen einer Nebelkammer[1]) – erforderlich ist; bei der direkten Zählung kann man sie dagegen vielfach vermeiden, indem man gleichzeitig Koinzidenzen verschiedener Ordnung registriert. So kann man z. B. bei der Anordnung nach Abb. 10.9 die Anzahl der in X absorbierten Teilchen dadurch zählen, daß man eine Vierfach- und eine Dreifachkoinzidenzschaltung benutzt und die Differenz aus deren Anzeigen nimmt. Dabei ist zu beachten, daß man durch Aufzeichnung der Vierfachfolgen und der Dreifachfolgen zu *verschiedenen* Zeiten nicht die gleiche Genauigkeit erhalten würde, da dann die (eventuell kleine) Anzahl der Antikoinzidenzen mit den statistischen Schwankungen der großen Zahlen der beiden Koinzidenzfolgen belastet ist.

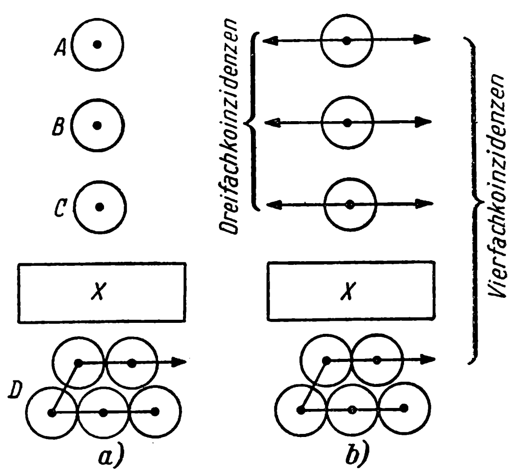


Abb. 10.9. a) Eine Antikoinzidenz-Anordnung; b) System zum Registrieren von Antikoinzidenzen durch Differenzzählung

Bei Antikoinzidenzversuchen ist es wichtig, einen hohen Wirkungsgrad des Antikoinzidenzzählers zu erzielen. Es ist deshalb allgemein üblich, eine doppelte Lage von parallelgeschalteten Zählrohren zu verwenden, wie die Abbildung zeigt.

Die Schaltungsanordnungen für Antikoinzidenzzählung werden im nächsten § 10.14 behandelt.

10.14 Elektronische Geräte für die Kernforschung

Für den Einsatz in der Kernforschung sind eine Anzahl von elektronischen Geräten entwickelt worden; über einige von ihnen, die beinahe „Normgeräte" geworden sind, soll hier ein Überblick gegeben werden. Die ihnen zugrunde liegenden allgemeinen Prinzipien sind im Kapitel VII behandelt worden. Viele Anordnungen für speziellere Zwecke sind in den Zeitschriften zu finden, insbesondere in der *Review of Scientific Instruments* von 1946 an. Seitens des „Amerikanischen Atomenergieprojektes" ist ein Buch über die elektronischen Geräte herausgegeben worden (Elmore und Sands 1949); ein Übersichtsaufsatz wurde von Scarrett (1950) geschrieben.

[1]) Zum Nachweis eines Teilchens, dessen Bahn in der Kammer endet. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Die Abb. 10.10 zeigt typische Zählsysteme und gibt die dafür erforderlichen elektronischen Elemente an.

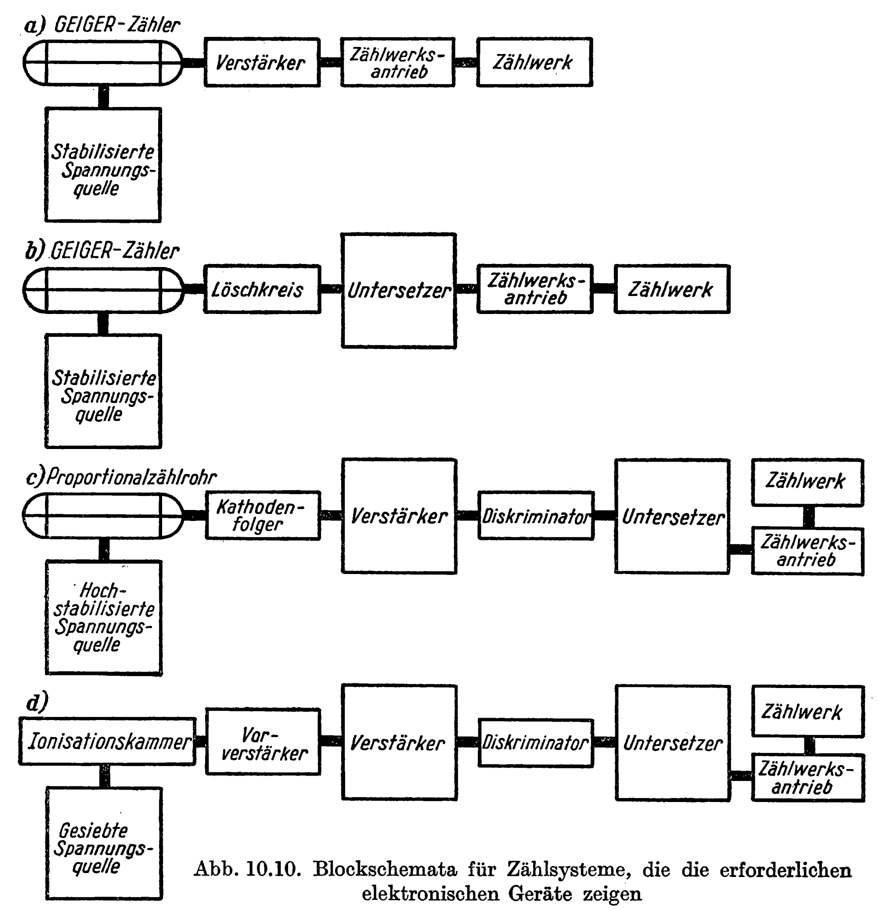


Abb. 10.10. Blockschemata für Zählsysteme, die die erforderlichen elektronischen Geräte zeigen

a) GEIGER-Zähler, einfachstes System; b) GEIGER-Zähler mit Löschschaltung und Untersetzer; c) Proportionalzählrohr; d) Ionisationskammer

1. *Verstärker*

Verstärker werden bei Ionisationskammern und Proportionalzählrohren gebraucht. Im ersten Falle wird der Eingangs-Spannungsimpuls in der Größenordnung von 10 bis 100 μV liegen, bei einer Anstiegszeit von etwa 1 μs (bei Elektronenauffang) bzw. 1 ms (bei Ionenauffang), während Proportionalzählrohre Impulse in der Größenordnung von 1 bis 10 mV bei einer Anstiegszeit von einigen Mikrosekunden liefern.

Der Verstärkerausgang speist gewöhnlich einen Diskriminatorkreis, der nur auf Impulse anspricht, die größer sind als ein einstellbarer Grenzwert. Praktisch ist es schwierig, für das Ansprechen der Diskriminatoren eine viel höhere Genauigkeit als etwa 0,5 V zu erreichen, so daß man am Verstärkerausgang einen Impuls von ungefähr 50 V braucht, wenn die Impulse mit einer Genauigkeit von 1% sortiert werden sollen.

Um einen gleichbleibenden Verstärkungsgrad zu erzielen, werden heute stets gegengekoppelte Verstärker für diesen Zweck eingesetzt (vgl. § 7.11ff.). Besonders geeignet ist der in vereinfachter Form in der Abb. 7.18 dargestellte über drei Stufen gegengekoppelte Vorverstärker. Typisch ist eine Anordnung, bei der ein solcher dreistufiger Vorverstärker in unmittelbarer Nähe der Ionisationskammer aufgestellt ist und der Ausgang des Kathodenverstärkers mit seiner relativ niedrigen Impedanz an einen Hauptverstärker geführt wird, der aus zwei als Kaskade geschalteten dreistufigen Verstärkern besteht. Jeder dieser Verstärker kann maximal eine etwa 100fache Spannungsverstärkung besitzen (= 40 dB), dann ist die Gesamtverstärkung mit 120 dB größer als erforderlich und erlaubt noch eine Regulierung.

Der Frequenzgang des Verstärkers muß der jeweiligen Aufgabe angepaßt werden: Wenn eine Ionisationskammer mit Elektronenauffang benutzt wird, ist es vorteilhaft, die Empfindlichkeit für tiefe Frequenzen streng zu begrenzen; Mikrophonie- und Brummstörungen werden so vermieden. Üblicherweise wird eine differenzierende Schaltung (Impulsbeschneidung, vgl. § 7.23), die die Niederfrequenzempfindlichkeit begrenzt, und eine integrierende Schaltung, die die Hochfrequenzempfindlichkeit begrenzt, vorgesehen, und das übrige System erhält ein Verstärkungsband, das sich weit über diese Grenzen hinaus erstreckt. Insbesondere soll die Empfindlichkeit für niedrige Frequenzen in den anderen Stufen viel tiefer reichen als die der differenzierenden Stufe, da sonst ein „Überschwingen" nach dem Impuls auftritt. Die frequenzbegrenzenden Kreise müssen im Verstärker einerseits früh genug angeordnet werden, daß eine Überlastung irgendeiner Stufe durch Komponenten des Signals vermieden wird, die sowieso herausgefiltert werden, und andererseits spät genug, um die Rauschkomponenten aller Röhren abzuschneiden, die noch merklich zum Endrauschen beitragen. In der Praxis ist es meist am bequemsten, die Begrenzung zwischen dem Vor- und dem Hauptverstärker anzuordnen.

Das Rauschen in solchen Verstärkern wurde im § 9.9 behandelt. Es ergab sich, daß der erste Gitterwiderstand, der die Ionisationskammer an den Verstärker anschließt, hoch sein soll, um das beste Signal-Rausch-Verhältnis zu erzielen, und daß man die Eingangskapazität niedrig halten soll, um das Signalniveau gegenüber dem Anodenrauschen der ersten Röhre zu verbessern. Bei höheren Frequenzen kann das Anoden-Schrotrauschen (und das Stromverteilungsrauschen) vorherrschend werden, bei tieferen Frequenzen dagegen das Schrotrauschen des Gitterstromes. Da niedriger Gitterstrom und geringes Anodenrauschen (große Steilheit S) nicht miteinander vereinbar sind, hängt die Wahl der ersten Röhre und ihrer Arbeitsbedingungen von der für das System geforderten Frequenzabhängigkeit ab.

Empfindlichkeit für hohe Frequenzen ist für die Auflösung bei schnellem Zählen erforderlich, sie soll aber nicht höher getrieben werden, als nötig ist. Die Abschneide-Zeitkonstante (durch den differenzierenden Kreis, der die Niederfrequenzempfindlichkeit bestimmt) soll dazu benutzt werden, die Mikrophonie und den Funkeleffekt zu beschränken.

Es ist gewöhnlich günstig, die $R \cdot C$-Produkte des beschneidenden und des integrierenden Kreises einander gleichzumachen; damit die Amplitudenempfindlichkeit nahezu unabhängig von Änderungen der Auffangdauer wird, muß die $R \cdot C$-Zeitkonstante zwei- oder dreimal so groß sein wie die längste Auffangdauer.

2. *Stabilisierte Spannungsquellen*

Die meisten Zählsysteme verlangen Speisung aus Quellen, deren Spannung mehr oder weniger genau stabilisiert ist. GEIGER-Zähler stellen keine hohen Ansprüche an die Stabilität der Spannung, so daß langdauernde Koin-

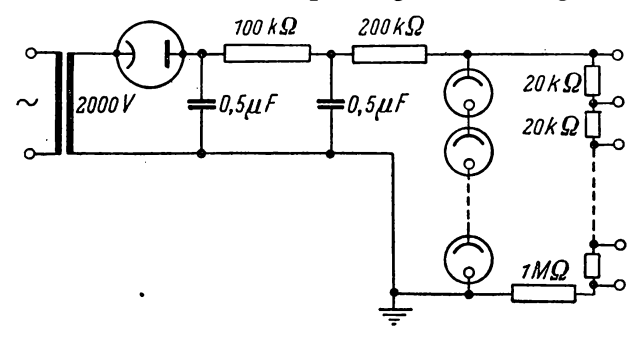


Abb. 10.11. Einfache glimmlampenstabilisierte Hochspannungsquelle für GEIGER-Zähler

zidenzversuche mit einfachen Glimmlampen-Spannungsstabilisatoren (nach Abb. 10.11) durchgeführt werden konnten.

Das Haupterfordernis für die an Ionisationskammern ohne Gasvervielfachung anzulegende Spannung ist weitgehende Freiheit von Welligkeit und insbesondere von plötzlichen Spannungssprüngen. Geräte zur Erzeugung von Hochspannung neigen etwas dazu, daß durch Entladungen über die Isolation kleine Spannungswellen entstehen. Diese muß man durch sorgfältigen Aufbau und Pflege des Gerätes möglichst verhindern, und man muß sie durch Kreise ausfiltern, die hochwertige Bauteile enthalten, welche nicht selbst wieder Störungen hervorbringen. Es hat sich ergeben, daß Gleichrichtersysteme mit Spannungsverdopplung (vgl. § 7.2) häufiger zufriedenstellend arbeiten als direkte Schaltungen, die einer hohen Spannung ausgesetzte Transformatoren verwenden.

Man kann die Hochspannung aber auch durch einen Hochfrequenztransformator erzeugen, der von einem kleinen Röhrenoszillator mit einer Frequenz von etwa 100 kHz gespeist wird. Die Isolation eines solchen Transo rmators kann sehr hochwertig ausgeführt werden, und man braucht nur

kleine Glättungselemente in der Schaltung. Die Spannungsstabilisierung von Hochfrequenz-Hochspannungsgeräten kann so durchgeführt werden, daß man einen Verstärker aufbaut, der einen Bruchteil der Ausgangsspannung mit

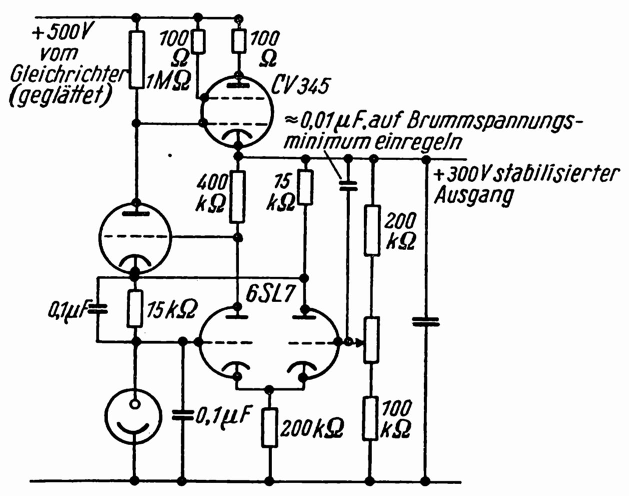


Abb. 10.12. Stabilisierte Spannungsquelle für 250 bis 300 V

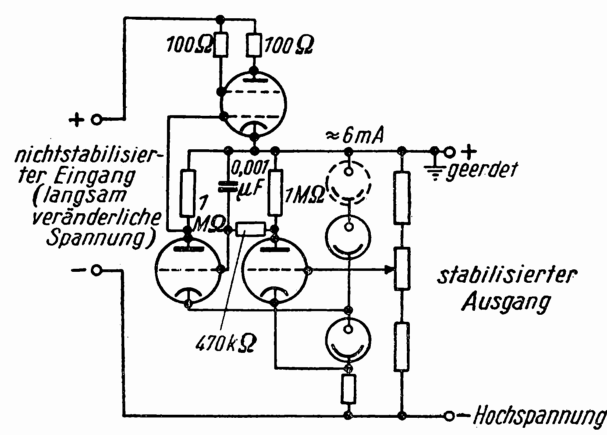


Abb. 10.13. Stabilisierte (negative) Spannungsquelle für 1 bis 2 kV. Verwendbar für GEIGER-Zähler und Proportionalzählrohre, für Ionisationskammern und Photovervielfacher

einem Normalwert vergleicht, wobei man den Ausgang dieses Verstärkers zur Regelung der Oszillatoramplitude benutzt (Abb. 10.12, 10.13 und 10.14).

Proportionalzählrohre sind ziemlich anspruchsvoll: Sie verlangen sowohl eine gute Spannungsstabilisierung als auch eine erhebliche Störungsfreiheit.

Gewöhnlich werden für diesen Zweck Netzanschlußgeräte benutzt – sowohl direkt röhrengeregelte als auch Hochfrequenzgeräte –, obwohl einige Autoren die Verwendung von Batterien vorziehen. Wir selbst haben die Erfahrung gemacht, daß es nicht so einfach ist, Batterien über lange Zeit in gutem Zustand zu halten.

3. *Untersetzerschaltungen*

Bei kernphysikalischen Versuchen kann Zählung von Teilchen mit sehr unterschiedlichen Folgegeschwindigkeiten vorkommen, und es bringt offensichtlich Vorteile, so schnell wie möglich zu zählen. Wenn das zum Schluß eingesetzte Zählelement ein mechanischer Zähler von der Art der Telephon-

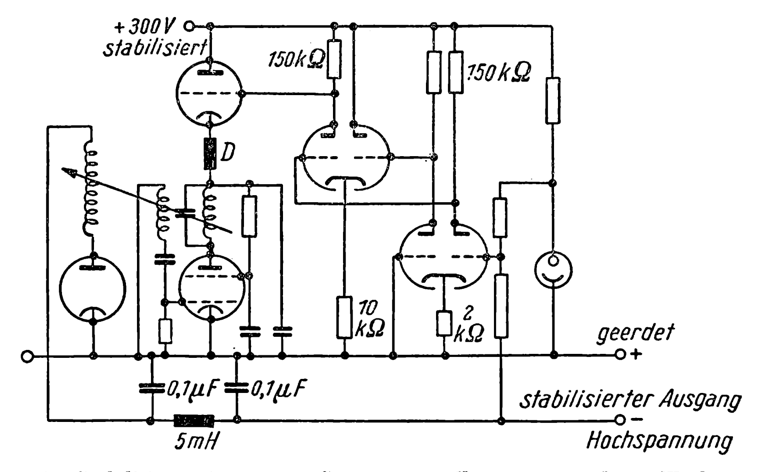


Abb. 10.14. Stabilisierte (negative) Spannungsquelle mit geregeltem Hochfrequenzoszillator. Verwendbar für Proportionalzähler und Photovervielfacher

gesprächszähler der Post ist, dann ist die maximale Zählfolgegeschwindigkeit sehr eng begrenzt, denn diese Zähler erholen sich nach einem Ansprechen nicht viel eher als nach 0,2 s, selbst wenn sie mit gut angepaßten Röhrenschaltungen betrieben werden. Im § 10.15 wird nachgewiesen werden, daß sie dadurch auf eine Anzeigegeschwindigkeit von 0,05 Impulsen je Sekunde für statistisch verteilte Ereignisse beschränkt werden, wenn 1% Genauigkeit gefordert ist. Im Laboratorium sind Registrierzähler mit höherer Leistungsfähigkeit als diese entwickelt worden und einige werden auch kommerziell hergestellt.[1])

Um schneller zu zählen, als es die mechanischen Zähler zulassen, benutzt man gewöhnlich eine elektronische Untersetzerschaltung. Es sind schon sehr viele derartige Schaltungen entwickelt worden. Die im § 7.22 besprochene

[1]) Es ist zweifelhaft, ob viel Entwicklungsarbeit in dieser Richtung gerechtfertigt wäre, aber eine für eine lange *Lebensdauer* ausgelegte Ausführung eines Telephongesprächszählers wäre erwünscht.

Zweifachuntersetzerschaltung ist jetzt schon beinahe ein genormtes Element in solchen Anordnungen geworden; das einfachste Hochgeschwindigkeitszählsystem stellt eine Kaskade derartiger Kreise dar, auf welche ein das Registriergerät betätigender Kreis und ein mechanisches Registriergerät folgen. Die Verwendung eines binären Zählers bringt keinen Nachteil, wenn man die Zeit bestimmen will, die erforderlich ist, um eine vorher festgelegte Anzahl von Zählungen zu erreichen; dieses Verfahren besitzt dabei noch den Vorteil, daß es eine bestimmte statistische Genauigkeit ergibt. Auf Kosten einer gewissen Komplizierung kann man auch einen dekadischen Zähler herstellen, indem man die Elemente eines vierteiligen Sechszehnfachuntersetzers z. B. in folgender Weise schaltet:[1])

Die Elemente zählen in üblicher Weise von Null bis Neun, der 10. Impuls wird jedoch direkt von der ersten Stufe auf die vierte gegeben. Man erhält dann folgendes Zählschema (wobei die duale Eins in üblicher Weise mit L bezeichnet wird):

Impuls Nr.	Stufe I	II	III	IV	Bemerkungen
0	0	0	0	0	
1	L	0	0	0	
2	0	L	0	0	
3	L	L	0	0	
4	0	0	L	0	
5	L	0	L	0	
6	0	L	L	0	
7	L	L	L	0	
8	0	0	0	L	Vorbereitung auf die Umschaltung
9	L	0	0	L	Herstellung einer Direktverbindung von der I. zur IV. Stufe
10	0	(0	0)	0	Abgabe eines Impulses an die nächste Dekade und Auflösen der Direktverbindung

Zur Zeit sind bei verschiedenen Firmen gasgefüllte dekadische Zählröhren in der Entwicklung, bei denen eine Entladung schrittweise einen Ring von Elektroden durchläuft, die in einer einzigen Röhre untergebracht sind.[2])

4. *Diskriminatoren*

Gewöhnlich darf man aus dem Verstärker in den Zählkreis nur solche Impulse eintreten lassen, die eine bestimmte, einstellbare Größe übersteigen.

[1]) Die folgende Darstellung wurde geändert, da sie im Original nicht ganz korrekt war. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[2]) Es soll in diesem Zusammenhang auch auf die inzwischen entwickelte Dekadische Zählröhre E 1 T der Firma VALVO hingewiesen werden; die Röhre stellt eine Miniatur-Kathodenstrahlröhre dar, bei der der Elektronenstrahl um definierte Schritte weitergelenkt wird. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

Auf diese Weise werden Verstärkerrauschen und geringe Störungen nicht mitgezählt, weiter kann man durch Änderung der Einstellung des Diskriminators die Größenverteilung der Impulse ermitteln. Unter der Voraussetzung eines streng linearen Verstärkers kann auf diesem Wege ein „integrales Ionisationsspektrum" der Teilchen in einer Ionisationskammer erhalten werden. Diskriminatorschaltungen sind gewöhnlich „Kippschaltungen", die aus dem Multivibrator mit Kathodenkopplung (vgl. § 7.22) entwickelt wurden. In der in der Abb. 10.15 angegebenen Schaltung ist die Röhre V_1 so lange gesperrt, bis ein positiver Impuls angelegt wird, der groß genug ist, die Vorspannung zu überwinden. Dann kippt die Schaltung in einen Betriebszustand um, bei dem V_1 Strom führt und V_2 gesperrt ist; in diesem Zustand bleibt sie, bis am Ende des Impulses die angelegte Spannung absinkt. Jeder Impuls, der größer ist als der eingestellte Wert, wird daher einen Ausgangsimpuls

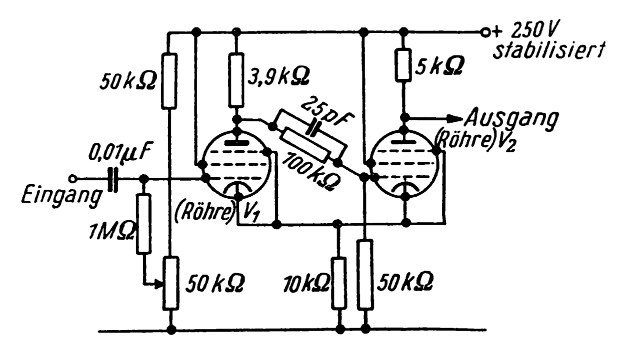


Abb. 10.15. Flip-Flop-Schaltung mit Ruhelage als Diskriminator (HIGGINBOTHAM 1947)

hervorrufen, der eine ganz bestimmte, ziemlich große Spannungsamplitude besitzt. Erforderlichenfalls kann dieser Impuls differenziert werden, so daß nur ein kurzer Impuls an die nächste Stufe gegeben wird. Es sind auch weiterentwickelte Diskriminatoren benutzt worden; beispielsweise kann die Wirkungsweise durch eine Abschneidediode verbessert werden, auf die man nach beträchtlicher Verstärkung ein nochmaliges Abschneiden folgen läßt.

Die Genauigkeit, mit der solche Systeme Impulse auswählen, ist praktisch auf etwa 0,25 bis 0,5 V beschränkt, so daß man große Eingangsimpulse braucht (beispielsweise 50 V), um eine hohe relative Genauigkeit zu erreichen.

5. *Schaltungen zum Betrieb von Zählwerken*

Man benötigt Spezialschaltungen für die Herstellung der ziemlich starken Stromimpulse zum Antrieb von Gesprächszählern. Die Aufgabe wird leichter, wenn man ein Relais zwischen der Röhrenschaltung und dem Zählwerk anordnet; in einigen kommerziellen Geräten wird ein Postrelais mit hohem Widerstand benutzt. Zum Betrieb des Zählwerkes ist eine Kraftverstärkerröhre erforderlich, davor kann ein gesteuerter Flip-Flop-Kreis liegen, der

einen hinreichend langen rechteckförmigen Impuls liefert, oder ein Kreis, der einen linearen Impuls formt. Es kann auch ein Impulsdehnungskreis verwendet werden, wenn der Eingang aus zu kurzen Impulsen besteht. Wenn vor dem Zählwerk eine Zweifachuntersetzerstufe liegt, kann man die Rechteckimpulse an einer der beiden Anoden durch einen Kreis mit passender Zeitkonstante „differenzieren", dann verstärken und dem Gitter der Kraftverstärkerröhre zuleiten. Die letztere wird dann bei jeder zweiten Umschaltung der Untersetzerstufe für eine kurze Zeit eingeschaltet.

6. *Koinzidenzschaltungen*

Der Einsatz von Koinzidenzschaltungen ist bereits im § 10.12 behandelt worden. Für die Auflösungszeiten bis hinunter zu einigen Zehntel Mikro-

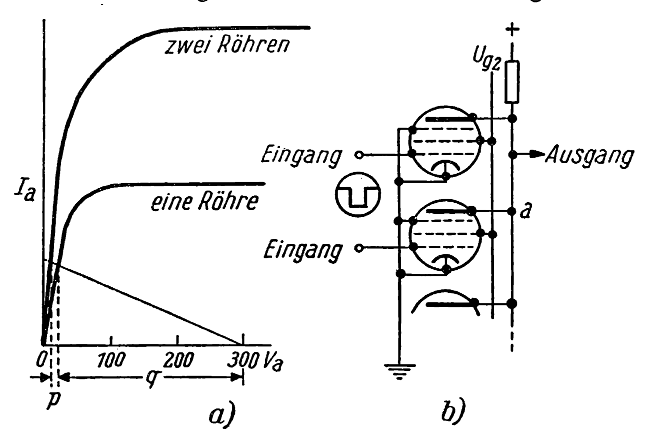


Abb. 10.16. Strom-Spannungs-Kennlinie mit Belastungsgerade für die Koinzidenzschaltung nach Rossi p gibt den Spannungsimpuls an der Anode an, wenn eine der beiden Röhren durch einen an ihr Gitter gelegten negativen Spannungsimpuls gesperrt wird. q gibt den Impuls an, der auftritt, wenn beide Röhren gesperrt werden. Diese Spannungen können sich nur dann vollständig ausbilden, wenn die Impulse im Vergleich zur Zeitkonstanten des Anodenkreises genügend lang sind

sekunden ist die Rossi-Schaltung einer Anzahl Röhren mit gemeinsamem Anodenbelastungswiderstand allgemein üblich (Abb. 10.16).

Wenn gleichzeitig allen Gittern starke negative Impulse zugeleitet werden, sind die Röhren gesperrt und das Potential am Punkte a erreicht einen sehr hohen positiven Wert. Wenn eine der Röhren keinen Impuls erhält, bleibt sie stromführend, und der Spannungsimpuls bei a ist viel geringer als im vorigen Falle. Selbstverständlich hängt der Unterschied zwischen dem Fall vollständiger Koinzidenz und dem Fall „Alle bis auf eine" vom Typ der einen stromführenden Röhre ab, die eine geringe, veränderliche Impedanz darstellt; denn die nacheinander erfolgende Sperrung von Röhren bewirkt ein Ansteigen des Anodenstromes in den übrigen Röhren bei ganz geringem

Potentialanstieg am Punkte a so lange, bis die letzte Röhre gesperrt wird und der Punkt a das Potential der Hochspannungsquelle annimmt.

Die Schaltung kann mit Trioden betrieben werden, wobei ungefähr 10000 Ω für die Anodenimpedanz gewählt werden; die besten Ergebnisse erhält man aber mit Pentoden, die im „Stromübernahmegebiet" arbeiten (siehe Abb. 10.16a). Wenn Pentoden im normalen (horizontalen) Bereich ihrer Anodencharakteristik benutzt werden, ergibt die aufeinanderfolgende Sperrung von Röhren gleich große Spannungsstufen am Punkte a (diese Eigenschaft kann man zum linearen Mischen von Signalen ausnutzen); wenn man aber einen hohen Anodenbelastungswiderstand verwendet (vgl. die in Abb. 10.16a eingezeichnete Belastungsgerade), läßt man die Röhren an einem Punkt ihrer Charakteristik arbeiten, wo der Anodenstrom sich sehr stark mit der Anodenspannung ändert. Ein typischer Wert für diese Impedanz ist 2000 Ω. Der Anodenstrom einer im Stromübernahmebereich arbeitenden Pentode ist von Gitterspannungen oberhalb von etwa —1 V nahezu unabhängig; man kann den Anodenstrom aber sperren, indem man das Gitter um mehrere Volt negativ macht, so daß derartige Röhren für den vorliegenden Zweck brauchbar sind.

An den Punkt a wird eine Röhre angeschlossen, die eine derartige Vorspannung erhält, daß sie nur auf die großen „Koinzidenzimpulse" anspricht, dagegen die „Teilkoinzidenzen" nicht beachtet.

Die Auflösungszeit der Anordnung ist definiert als die Mindestzeit, um die zwei Impulse getrennt sein müssen, die noch nicht als Koinzidenz gezählt werden. Bei der ROSSI-Schaltung hängt die Auflösung in erster Linie von der Form und Dauer der Impulse ab, die den Gittern zugeleitet werden. Die z. B. von einem GEIGER-Zähler kommenden Impulse können schärfer gemacht werden, indem man sie unter Einsatz von Schaltungen, wie sie für kurze Anstiegszeiten entwickelt wurden (siehe § 7.23), verstärkt und sie dann durch $R \cdot C$-Kreise mit kurzer Zeitkonstante differenziert. Es ist bereits (im § 10.12) darauf hingewiesen worden, daß die Anwendbarkeit dieses Verfahrens durch die Schwankungen in der Ansprechzeit der Zähler begrenzt ist.

Wenn die ROSSI-Schaltung für sehr kurze Impulse benutzt wird (z. B. in Verbindung mit Elektronenvervielfachern), wird der Anstieg der Anodenspannung durch die Ansprechgeschwindigkeit des Anodenkreises auf einen Wert beschränkt, der vielfach nicht höher liegt als die von einer Teilkoinzidenz hervorgerufene Spannung. Unter solchen Bedingungen kann die Schaltung keine Koinzidenzen feststellen; man kann ihr Verhalten aber durch eine Diodenschaltung verbessern, die in einen Hilfskreis zur Anodenspeisung eingeschaltet wird (GARWIN 1950; siehe Abb. 10.17). Die Diode hat keine Wirkung auf den Impuls, der sich ergibt, wenn alle Anoden gesperrt sind, bei einer Teilkoinzidenz wird jedoch der Anstieg der Anodenspannung viel geringer als ohne diese Zusatzeinrichtung. Man benutzt in dieser Anordnung Germanium-Kristallgleichrichter wegen der sehr geringen Kapazität, die sie in den Anodenkreis bringen. Es sind Koinzidenzschaltungen entworfen worden, die ganz auf der Nichtlinearität von Kristallgleichrichtern beruhen; für einige

solcher Schaltungen sind Auflösungszeiten von 10^{-9} s angegeben worden (BAY 1951).[1])

Der Einsatz von Antikoinzidenzzählern ist im § 10.13 behandelt worden. Als typisches Beispiel einer Mischschaltung zum Auffinden von Antikoinzidenzen ist eine ROSSI-Schaltung anzusehen, bei welcher die an die Antikoinzidenzzählrohre angeschlossene Röhre eine solche Vorspannung erhält, daß sie normalerweise nicht stromführend ist. Der von diesen Zählrohren kommende Impuls wird im Vorzeichen umgekehrt, so daß der Impuls auf das Gitter in positiver Richtung wirkt. Ein Grundzug einer wirksamen Antikoinzidenzschaltung ist es, daß der vom Antikoinzidenzzählrohr kommende Sperrimpuls so geformt sein muß, daß er zeitlich den Impuls von den Koinzidenzzähl-

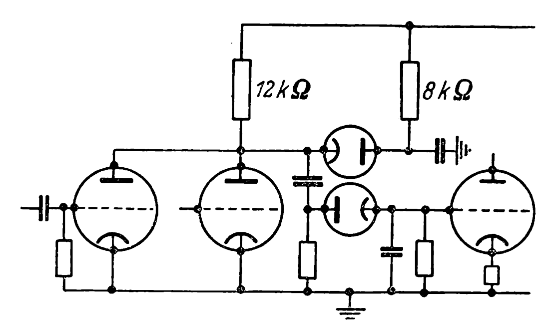


Abb. 10.17. ROSSI-Koinzidenzschaltung, abgewandelt für den Einsatz bei kurzen Impulsen. Die obere Diode ergibt eine schärfere Unterscheidung zwischen Koinzidenzen und Einzeleffekten, die untere Diode ist ein Teil einer Schaltung zur Verlängerung der Koinzidenzimpulse. In der Praxis verwendet man Germaniumkristalle anstelle der Dioden

rohren überdeckt. Bei langsam ansteigenden Impulsen in Schaltungen geringer Leistungsfähigkeit ist es nicht schwierig, eine genügende Überdeckung zu erzielen; wenn aber diese Forderung mit schnellem Zählen und hohem Auflösungsvermögen im Koinzidenzteil der Schaltung vereint werden soll, dann sind ziemlich ausgeklügelte Impulsformungsschaltungen erforderlich. Ein Beispiel ist bei CURRAN und CRAGGS (1949) zu finden.

10.15 Statistik und Fehler beim Zählen

Bekanntlich (vgl. § 2.12) beträgt bei einer Zählung von n Teilchen die Streuung des Ergebnisses $\sqrt{n}$, das ist also der Bruchteil $1/\sqrt{n}$ der Zählungen. Bei allen mit Zählungen verbundenen Versuchen ist es deshalb das erste Erfordernis, diesen Fehler auf einen tragbaren Wert zu verringern. Wenn die „beabsichtigten" Zählungen auf einem Untergrund von unbeabsichtigten

[1]) Kürzlich wurde eine neuartige „Tor-Röhre" eingeführt, der man eine hohe Leistungsfähigkeit nachsagt (FISCHER und MARSHALL 1952).

Zähleffekten liegen, kann man den von der endlichen Anzahl der Zählungen herrührenden Fehler folgendermaßen berechnen:

Angenommen, in einem ersten Versuch seien in der Zeit t Zählungen (beabsichtigte plus Untergrund) mit der Zählfolgegeschwindigkeit[1] r verzeichnet worden. In einem zweiten Versuch wurden dann unabhängig davon Untergrundseffekte in der Zeit t' mit der Zählfolgegeschwindigkeit r' aufgezeichnet. Die Streuung der kombinierten Zählungen (Versuch 1) ist dann gleich $\sqrt{r \cdot t}$ und die Streuung der Untergrundseffekte allein gleich $\sqrt{r' \cdot t'}$. Man errechnet nun näherungsweise den Untergrund bei Versuch 1, indem man die Anzahl der Effekte aus Versuch 2 mit dem Verhältnis der Meßzeiten t/t' multipliziert; die Streuung dieser Abschätzung beträgt

$$\frac{t}{t'} \cdot \sqrt{r' \cdot t'}\,.$$

Die Streuung der Differenz, die ja die beabsichtigten Zählungen darstellt, ist dann gleich

$$\sqrt{r \cdot t + \frac{t^2}{t'^2} \cdot r' \cdot t'}$$

und dies ist der Bruchteil

$$\frac{\sqrt{r \cdot t + \frac{t^2}{t'^2} \cdot r' \cdot t'}}{r \cdot t - r' \cdot t' \cdot \frac{t}{t'}} = \frac{\sqrt{\frac{r}{t} + \frac{r'}{t'}}}{r - r'}$$

der beabsichtigten Zählungen.

Bei manchen Versuchen hat man zu entscheiden, wie man eine Gesamtmeßzeit t am günstigsten auf das Zählen von „beabsichtigtem Effekt plus Untergrund" und „Untergrund allein" aufteilt. Man kann zeigen, daß der prozentuale Fehler des „Effektes" ein (gewöhnlich flaches) Minimum besitzt, wenn

$$\frac{f}{1-f} = \sqrt{\frac{r'}{r}}$$

oder

$$f = \frac{\sqrt{r'}}{\sqrt{r} + \sqrt{r'}}$$

ist, worin f den der Untergrundszählung zugewiesenen Bruchteil von t bedeutet.

Auf eine „Zählung" folgt gewöhnlich eine „Totzeit" in einem Teil des aus Zählrohr, Verstärker, Untersetzer und Zähler bestehenden Systems, woraus ein systematischer Fehler in den Zählergebnissen folgt. Offensichtlich wächst dieser Fehler mit der Zählgeschwindigkeit an. Wenn zufällig verteilte Zählungen mit der mittleren Folgegeschwindigkeit r vorliegen und die Auflösungszeit des Systems aus Zählrohr, Verstärker und erster Untersetzerstufe gleich σ

[1]) Manchmal auch in der deutschen Literatur „Zählrate" genannt. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

ist, dann ist der von einer Überlappung der Zählungen in diesen Stufen herrührende, für die eigentliche Messung ausfallende Bruchteil der Meßzeit gleich

$$1 - e^{-r \cdot \sigma};$$

für

$$r \cdot \sigma \ll 1$$

ist das annähernd gleich $r \cdot \sigma$.[1])

Diese Formel muß man gelegentlich anwenden, um die mit GEIGER-Zählern, die eine große Totzeit besitzen, erhaltenen Zählfolgegeschwindigkeiten zu berichtigen; es ist aber schwierig, genaue Totzeitwerte zu erhalten, und man soll die Korrektur so klein wie möglich halten. Die gleiche Formel gilt auch, wenn ein Zähler ohne Zwischenschalten eines Untersetzers benutzt wird; beim Einsatz eines Telephongesprächszählers, der eine Auflösungszeit von etwa 0,1 s besitzt, muß die Zählgeschwindigkeit sehr niedrig bleiben, damit keine schwerwiegende Einbuße an Zählungen auftritt.

Die Ausgangsimpulse einer Untersetzerschaltung sind in geringerem Maße zufällig verteilt als die Eingangsimpulse, d. h. sehr kurze und sehr lange Zwischenräume zwischen den Impulsen sind relativ weniger häufig. Die Berechnung der in der Zählanlage verlorengehenden Effekte ist hier ziemlich schwierig (BLACKMAN und MICHIELS 1948). Die von diesen Autoren stammende Tafel 10.2 gibt die größte Zählgeschwindigkeit an, die am Eingang zulässig ist, wenn der Verlust 0,1% nicht übersteigen soll. Die Auflösungszeit τ der Registriervorrichtung wurde zu 0,1 s angenommen; für andere Werte von τ kann die zulässige Zählgeschwindigkeit mit genügender Genauigkeit durch Multiplikation der Tabellenwerte mit

$$\frac{0,1}{\tau}$$

erhalten werden. Der Verlust steigt sehr schnell an, wenn die Zählfolgegeschwindigkeit über die in der Tafel 10.2 angegebenen Werte erhöht wird; die für 1% Verlust zulässigen Zählgeschwindigkeiten sind nur wenig höher als die hier für 0,1% Verlust angegebenen.

Tafel 10.2

Zählfolgegeschwindigkeit zufällig verteilter Effekte für 0,1% Verlust an Zählungen

Untersetzungsfaktor	2	4	8	10	16	32	64	100
Zählungen je Sekunde	0,5	4	20	30	64	172	420	710

GEIGER-Zähler besitzen häufig Totzeiten in der Größenordnung von 10^{-4} s, andere Zählgeräte und elektronische Untersetzerschaltungen haben Totzeiten von wenigen Mikrosekunden. Bei Hochgeschwindigkeitszähleinrichtungen

[1]) Bei einer genauen Berechnung muß man unterscheiden zwischen einem System, das durch einen Impuls, der während der auf einen Impuls folgenden inaktiven Periode einläuft, gar nicht beeinflußt wird, und einem System, bei dem in solchem Falle die Totzeit neu zu zählen beginnt. Der quantitative Unterschied ist in praktischen Fällen, wo der Verlust an Zählungen sowieso gering bleibt, zu vernachlässigen.

wird man daher die Feststellung machen, daß die Zählgeschwindigkeit durch die Registriervorrichtung begrenzt ist, wenn man nicht ungewöhnlich große Untersetzungsverhältnisse anwendet.

10.16 Die Nebelkammer

Die Nebelkammer, die die Beobachtung der Spuren von einzelnen ionisierenden Teilchen gestattet, bildet ein wichtiges und vielseitiges Werkzeug für die kernphysikalische und Höhenstrahlenforschung.[1]) Es kann unter anderem auf folgende Weisen benutzt werden:

a) Qualitative Beobachtung von Ereignissen, beispielsweise Streuung, Paarbildung.
b) Quantitative Beobachtung dieser Ereignisse durch Messung von Reichweiten und Streuwinkeln.
c) Messung des Impulses von Teilchen aus der Krümmung ihrer Spuren in einem Magnetfeld.
d) Abschätzungen der Ionendichte entlang einer Spur.

Diese Messungen lassen sich manchmal auch kombinieren. Sie stellen jeweils besondere Anforderungen an die Versuchstechnik, die später betrachtet werden sollen.

Die in der Spur eines ionisierenden Teilchens zurückgelassenen Ionen wirken als Kondensationskerne für Tröpfchen, wenn die Atmosphäre mit einem geeigneten Dampf übersättigt ist. Bei den meisten Nebelkammern wird die Übersättigung dadurch erreicht, daß ein Gas-Dampf-Gemisch durch plötzliche (nahezu adiabatische) Expansion abgekühlt wird.[2]) Das kleinste erforderliche Ausdehnungsverhältnis hängt von der Zusammensetzung von Gas und Dampf ab, einige Werte sind in der Tafel 10.3 angegeben. Bei einem merklich

Tafel 10.3

Näherungswerte für die zur Kondensation an der Ionengrenze erforderlichen Volumenausdehnungsverhältnisse in Gas-Dampf-Gemischen bei Zimmertemperatur

Flüssigkeit (Dampf)	Gas	
	Luft	Argon
Wasser	1,25	1,15
70% Äthylalkohol, 30% Wasser	1,10	1,07

größeren Ausdehnungsverhältnis tritt eine Kondensation des Nebels bereits ohne Ionen ein, so daß der nutzbare Bereich des Expansionsverhältnisses zwischen der „Ionengrenze“ und der „Nebelgrenze“ liegt.

Wenn eine mit gewöhnlichem, verunreinigtem Gas gefüllte Kammer expandiert wird, findet eine reichliche Tröpfchenablagerung an Staubkernen statt. Einige von diesen Staubteilchen werden durch die sinkenden Tröpf-

[1]) Eine moderne zusammenfassende Darstellung gibt Wilson (1951).

[2]) Bei Langsdorf (1939), Needels und Nielsen (1950) sowie bei Cowan (1950) sind dagegen dauernd empfindliche Nebelkammern beschrieben, die mit Diffusion arbeiten.

chen zum Boden der Kammer getragen. Die in diesem Stadium gebildeten Tröpfchen sind klein, da sich die kondensierte Flüssigkeit auf viele Kerne aufteilt; die Tröpfchen sinken langsam, und viele von ihnen verdampfen wieder, bevor sie eine feste Oberfläche erreichen. Durch wiederholte Expansion kann man die Kammer so von Staubteilchen säubern. Es hat sich als möglich erwiesen, die atmosphärische Luft (in Manchester!) dadurch, daß man sie durch mit Natronkalk gefüllte Rohre und lange, dicht gepackte Wattesäulen treten ließ, in so hohem Grade zu reinigen, daß eine damit gefüllte Nebelkammer bei der ersten Expansion nur eine unbedeutende Anzahl von Staubtröpfchen ergab.

Während der ganzen Zeit, in der die Kammer gereinigt wird und in der sie für eine Expansion in Bereitschaft steht, wird ein elektrisches Feld (üblicherweise in der Größenordnung 10 bis 15 V/cm) über die Kammer hinweg aufrechterhalten, um die Ionen zu beseitigen, die dauernd durch die kosmischen Strahlen und durch die Streustrahlung infolge radioaktiver Verseuchung verursacht werden. Gewöhnlich stellt man das elektrische Feld ab, wenn die aufzuzeichnenden Teilchen in die Kammer eintreten. Wenn man das nicht tut, können Verdoppelungen von Spuren auftreten, die davon herrühren, daß sich die positiven und die negativen Ionen in entgegengesetzten Richtungen bewegen, bevor sie durch die Kondensation festgehalten werden.

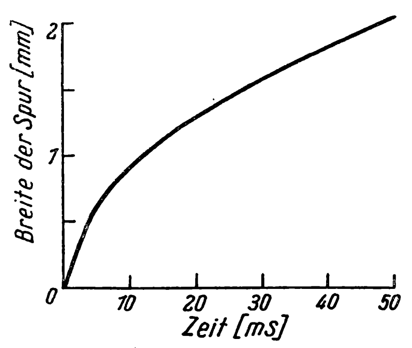


Abb. 10.18. Diffusion der Ionen in einer Nebelkammer vor der Kondensation: Breite des Bereiches, in dem 90 % der Ionen enthalten sind; von BLACKETT berechnet und experimentell bestätigt (Spuren in Sauerstoff bei Normalbedingungen)

Wenn eine Kammer „sauber" ist, dann gibt es einen ziemlich großen Bereich des Expansionsverhältnisses, innerhalb dessen die Dichte des „Tröpfchenuntergrundes" gering ist (in der Größenordnung 1 cm^{-3}) und nur langsam mit dem Ausdehnungsverhältnis wächst; manche Kammern halten sich viele Tage lang in diesem Zustand. In den meisten Fällen aber verschlechtert sich der Untergrund mit der Zeit aus noch ziemlich ungeklärten Gründen; es scheint, daß dabei die Vergiftung des Gases durch flüchtige Stoffe aus den Kammerwänden eine Rolle spielt. Die Kammer kann durch Ausspülen mit einem Gasstrom (üblicherweise Sauerstoff) gereinigt und dann wieder mit dem normalen Arbeitsgemisch aus Gas und Flüssigkeit gefüllt werden.

Wenn ein ionisierendes Teilchen durch das Gas hindurchtritt, beginnt die Ionenbahnspur sofort, sich durch Diffusion aufzulösen[1]) (Abb. 10.18). Sobald

[1]) Die Bedingungen sind in einer Nebelkammer immer so, daß Elektronenanlagerung mit kurzer freier Weglänge der Elektronen erfolgt. Für Sonderzwecke sind auch Kammern mit langer freier Weglänge der Elektronen entwickelt worden, bei denen nur die positiven Ionen dazu dienen, die Tröpfchenspur zu bilden.

sich Tröpfchen an den Ionen kondensieren, wird die Diffusionsgeschwindigkeit vernachlässigbar. Hieraus folgt, daß Spuren, die durch den Durchgang eines Teilchens *nach* der Expansion hervorgerufen werden, sehr dünn sind, während Spuren, die gerade vor der Expansion ausgelöst wurden, eine von der Diffusionsdauer abhängige Breite besitzen. Wenn sie sich einmal gebildet haben, wachsen die Tröpfchen in der in Abb. 10.19 dargestellten Weise an. Während dieser Zeit unterliegen sie der Erdschwere. Wichtiger ist jedoch, daß die Ionen vom Augenblick ihrer Entstehung an – und weiterhin dann auch die Tröpfchen – jeder im Gas auftretenden Bewegung folgen; dies ist die Hauptursache für eine Verzerrung der Spuren. Nach einer gewissen Zeitdauer, die die Tröpfchen so weit wachsen läßt, daß sie Licht streuen, werden sie beleuchtet und photographiert.

Nach einer Expansion zeigt die Nebelkammer bei einer zweiten Ausdehnung einen starken Untergrund von feinen Tröpfchen. Man muß deshalb die Kammer reinigen, indem man eine oder mehrere Expansionen mit verringertem Ausdehnungsverhältnis durchführt, die es den Tröpfchen erlauben, sich auf alle Fälle vor der erneuten Kompression abzulagern. Es ist ebenso wirkungsvoll und dabei technisch bequemer, diese Reinigungsexpansionen als langsame Ausdehnungen auf das volle Expansionsverhältnis auszuführen.

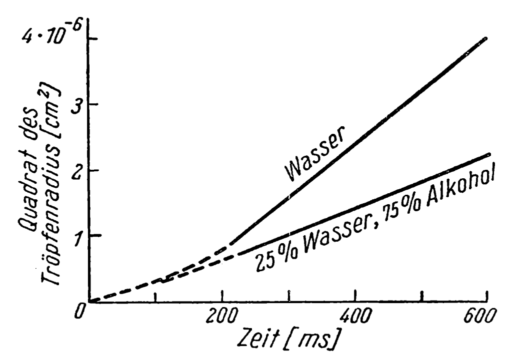


Abb. 10.19. Tropfenwachstum in einer Nebelkammer (Versuchsergebnisse von BARRETT und GERMAIN 1947)

Es sind schon eine Vielzahl von Konstruktionsentwürfen für Expansionskammern vorgeschlagen worden. Die „klassische" Nebelkammer, die sehr gut arbeitet, besitzt die Form eines flachen Zylinders. Die Zylinderwände sind aus Glas und haben geschliffene Enden; eine ebene Glasscheibe (vorzugsweise Sicherheitsglas, vgl. § 4.23) verschließt das eine Ende. Größere Kammern sind auch in Form eines Kastens mit Metallgestell und Glasfenstern ausgeführt worden. Die Expansion wird normalerweise durch die Bewegung einer Gummimembran bewirkt, die eventuell an einem starren Kolben befestigt sein kann.[1]) Die Membran wird durch eine Änderung des Luftdruckes hinter ihr bewegt. Die einfachste Anordnung ist es, das Gas in der Kammer selbst etwas oberhalb des Atmosphärendruckes (etwa bei 1,3 at) zu halten, komprimierte Luft (beispielsweise 1,6 at) hinter die Membran zu leiten und die Expansion dadurch auszulösen, daß man diese Luft in die Atmosphäre austreten läßt. Das Ausdehnungsverhältnis wird durch einstellbare Widerlager bestimmt, die die Bewegung des Kolbens

[1]) Die Original-WILSON-Kammern besaßen gleitende Kolben; diese Konstruktion wird jetzt aber nicht mehr verwendet.

begrenzen; wenn kein Kolben vorhanden ist, begrenzt man die Bewegung der Membran mit Hilfe von gelochten Platten, deren eine in ihrer Lage einstellbar ist. Die Form der Randbereiche der Membran wird dabei durch die Widerlager oder den Kolben noch nicht hinreichend festgelegt, so daß man ein reproduzierbares Verhalten durch Regelung des Luftdruckes hinter dem Kolben auf einen konstanten Wert sicherstellen muß.

Von diesem trivialen Punkt abgesehen, stellt die in der beschriebenen Weise konstruierte und betätigte Nebelkammer im wesentlichen ein Gerät mit konstantem Volumen dar. Es ist aber auch möglich, eine Kammer als Gerät für konstanten Druck mit einer dünnen, nicht gesteuerten Membran zu betreiben. Die Expansion wird dann dadurch bewirkt, daß der Luftdruck hinter dem Kolben plötzlich von einem bestimmten Wert auf einen anderen übergeht. Die früher erwähnte, mit gefilterter Luft gefüllte Kammer wird als Gerät für konstanten Druck betrieben, indem man einfach die Luft in die Atmosphäre austreten läßt.[1])

Bei beiden Betriebsarten werden viele der modernen Nebelkammern mit einer Trennwand aus Gaze versehen, die die Bauteile, die der Ausdehnung dienen, von dem Bereich scheidet, in welchem die Spuren gebildet werden. Die erste Aufgabe dieser Gaze ist es, die Ausbreitung von Turbulenzbewegungen von der Expansionsvorrichtung auf den Beobachtungsraum zu verhindern oder wenigstens zu verzögern. Es ist üblich, an die Gaze ein Stück schwarzen Samt anzunähen, um so einen dunklen Hintergrund zu schaffen, vor dem die Spuren photographiert werden. Die Beleuchtung zum Photographieren hat gewöhnlich die Form eines intensiven Blitzes, wobei die Kameras dauernd offenbleiben. Die geeignetste Lichtquelle ist zweifellos die xenongefüllte Blitzröhre (vgl. Tafel 8.3), die aus einer Kondensatorbatterie oder mit einem Hochspannungsimpulsgerät betrieben wird. Eine weniger aufwändige Anordnung ist ein Satz von Glühlampen, die kurzzeitig mit etwa dem doppelten der Netzspannung „geblitzt" werden. Wenn kein Kameraverschluß verwendet wird, müssen die Lampen dünne Glühfäden besitzen (beispielsweise Allgebrauchslampen 100 W, 110 V), damit sie einen kurzen Blitz geben können.[2]) Falls die Kameras synchronisierte Verschlüsse besitzen, kann man für zyklisch wiederholten Betrieb Niederspannungs-Projektorlampen verwenden, bei zählrohrgesteuerten Nebelkammern ist das jedoch nicht möglich. Das Licht wird auf den Arbeitsbereich der Kammer durch Kondensorlinsen konzentriert.[3]) Gewöhnlich benutzt man Zylinderlinsen und röhrenförmige Blitz-

---

[1]) In Frankreich hat man Nebelkammern konstruiert, bei denen die Membran einen sehr leichten Kolben mit Relaiskontakten trägt, die die Luftzufuhr hinter den Kolben regeln. Auf diese Weise wird die Stellung der Membran festgelegt, ohne daß starken Kräften ausgesetzte Widerlager verwendet werden. Das Verfahren dürfte es verdienen, für sehr große Kammern weiterentwickelt zu werden.

[2]) Bei dickeren Glühfäden ist die Wärmeträgheit zu groß. (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

[3]) Die Lichtstreuung durch die Tröpfchen ändert sich sehr stark mit dem Winkel zwischen dem beleuchtenden Strahl und der Beobachtungsrichtung. Gelegentlich kann man dies zur Verbesserung des Wirkungsgrades der Beleuchtung ausnutzen. Nähere Angaben bei Wilson (1951) sowie bei Lander und Nielsen (1953).

leuchten und formt so einen Lichtstreifen von etwas geringerer Breite als die Höhe der Kammer. Es ist sehr wichtig, daß das Licht nicht auf den Glasdeckel der Kammer oder auf den schwarzen Samt fallen darf, da in beiden Fällen so viel Licht gestreut würde, daß die Spuren nicht mehr genügend kontrastreich sind.

Wenn eine Kammer für quantitative Messungen der Winkel und der Krümmungen von Spuren eingesetzt werden soll, wird es besonders wichtig, die von der Kammer verursachten Verzerrungen soweit wie möglich zu verringern, systematische Anteile dieser Verzerrungen zu messen und eine obere Grenze für die zufällig verteilten Verzerrungen zu bestimmen. Dieses Problem wird gewöhnlich bei zählrohrgesteuerten Nebelkammern für Untersuchungen an kosmischen Strahlen besonders akut, es wird in § 10.17 behandelt werden.

Die Abb. 10.20 zeigt in Diagrammform den typischen Ablauf der Arbeitsvorgänge bei einer Nebelkammer. Es leuchtet ein, daß man es so einrichten kann, daß dieser Zyklus automatisch durch eine nockengesteuerte Ventilanordnung (als einfachste Lösung) oder durch ein System von Relais, Stufenschaltern und elektromagnetischen Ventilen betätigt wird, das in dem Sinne variabel ist, daß es eine Änderung der Parameter des Kreislaufes durch relativ einfache Umschaltungen gestattet.

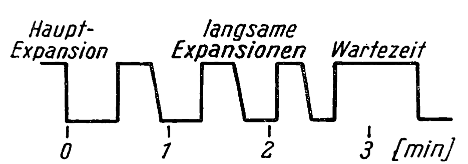


Abb. 10.20. Beispiel für den Arbeitszyklus einer Nebelkammer. Diese Bedingungen wurden erfolgreich bei einer 12-Zoll-Kammer mit horizontaler Achse benutzt

Von dem Augenblick vor der Expansion an bis einen Bruchteil einer Sekunde nach der Ausdehnung ist die Kammer „empfindlich“, d. h. sie gibt unterscheidbare Spuren. Wenn ein ionisierendes Teilchen zu zeitig durch die Kammer hindurchfliegt, dann wird die Spur durch Diffusion verbreitert (vgl. Abb. 10.18) und – falls das elektrische Feld angelegt ist – durch Trennung der positiven und der negativen Ionen verdoppelt. Die empfindliche Periode wird durch die Erwärmung der Kammer beendet, die teils von der latenten Wärme der Tröpfchen herrührt und teils vom Wärmeübergang von den Wänden her. In einer großen Nebelkammer, die „sauber“, d. h. von Untergrund-Tröpfchen frei ist, kann die Empfindlichkeitsdauer ein bis zwei Sekunden lang werden; die während des größten Teiles dieser Zeit gebildeten Spuren sind aber für genaue Messungen nicht brauchbar.

Während der Zeit zwischen der Tröpfchenbildung und der Beleuchtung wachsen die Tröpfchen und nehmen an Lichtstreuvermögen zu, bewegen sich während dieser Zeit aber auch mit dem Gas mit. Die Wahl des Intervalls zwischen der Expansion und der Beleuchtung stellt deshalb einen Kompromiß zwischen Tröpfchenhelligkeit und Verzerrung dar. Dieses Intervall soll deshalb genau einstellbar sein; es ist günstig, die Verzögerung des Lichtblitzes durch eine regelbare Relaisschaltung unabhängig vom Ablauf der Hauptarbeitsvorgänge zu bewirken.

Für manche Zwecke reicht eine Einzelaufnahme aus, gewöhnlich werden die Spuren aber stereoskopisch photographiert, wozu man zwei Kameras benutzt. Manchmal werden auch Spiegel so angeordnet, daß man ein stereoskopisches Bildpaar auf einer einzigen Platte aufnehmen kann. Die Raumlage der Spuren ergibt sich bei der Betrachtung in einem Stereoskop. Für quantitative Messungen, insbesondere der Winkel, kann man die Negative durch die Kameralinsen auf einen Schirm zurückprojizieren, der so lange bewegt wird, bis sich die beiden Bilder eines Bereiches der Spur decken. Dann besitzt das Bild auf dem Schirm die gleiche Stellung im Raum relativ zu den Linsen, wie sie die Spur bei der Aufnahme hatte.

Krümmungsmessungen an stark gekrümmten Spuren werden durchgeführt, indem man die Spur auf eine gezeichnete Schablone projiziert; bei schwach gekrümmten Spuren werden die Krümmungsmessungen rechnerisch vorgenommen, indem man die Koordinaten einer Anzahl Punkte unter einem Meßmikroskop ausmißt, oder nach dem von Blackett (1936/37) eingeführten Kompensationsverfahren durchgeführt.

10.17 Die zählrohrgesteuerte Nebelkammer

In der Kernforschung ist es im allgemeinen möglich, die Teilchen in dem innerhalb des Zyklus der Arbeitsvorgänge richtigen Augenblick in die Nebelkammer zu bringen. Bei der Höhenstrahlenforschung dagegen (und gelegentlich auch bei anderen Arbeiten) entziehen sich die zu betrachtenden Ereignisse jeglicher Regelung, so daß man das Ereignis bereits irgendwie feststellen muß, bevor man die Kammer expandiert und das Ergebnis photographiert. Die konstruktiven Überlegungen zu in dieser Weise gesteuerten Nebelkammern sind bei Blackett (1934) zu finden.

Aus der Abb. 10.18 geht hervor, daß es besonders wichtig ist, in der kürzestmöglichen Zeit nach dem auslösenden Ereignis das Expansionsventil zu öffnen und so die Kammer zu betätigen. Bei den ersten zählrohrgesteuerten Nebelkammern wurde dies durch ein ziemlich kompliziertes elektromagnetisches Schaltwerk bewirkt, heute ist es in der Praxis allgemein üblich geworden, das Expansionsventil gegen den Luftdruck durch eine Magnetspule geschlossen zu halten, die in den Anodenkreis einer Pentode eingeschaltet ist. Wenn die Nebelkammer ausgelöst werden soll, gibt die Zählrohrschaltung eine stark negative Vorspannung an die Pentode und hält diese Vorspannung lange genug aufrecht, daß das Ventil der Kammer arbeiten kann; 10 ms ist eine normale Zeit für vollständiges Öffnen. Die plötzliche Unterbrechung des Stromes ergibt in dem Kreis mit hoher Induktivität einen starken Spannungsstoß, so daß die Isolation der Spule sehr sorgfältig ausgeführt sein muß; praktisch kann man nun die Spule mit einem Widerstand überbrücken, der niedrig genug ist, den Spannungsanstieg auf größenordnungsmäßig 1000 V zu begrenzen, ohne die Zeit für den Zusammenbruch des Feldes um mehr als etwa 1 ms zu verlängern.

Mit der zählrohrgesteuerten Nebelkammer hat man die von der Kammer herrührenden Verzerrungen eingehend untersucht. Selbstverständlich wird eine vor der Expansion gebildete Spur durch die Bewegung des Gases während

der Ausdehnung verlagert. In einer symmetrisch aufgebauten Kammer, die keine Hindernisse enthält, ist die von dieser Ursache herrührende Verzerrung – gemessen in einer Ebene senkrecht zur Expansionsrichtung – ziemlich gering.[1] Für verfeinertes Arbeiten muß man die Verzerrung ermitteln, wozu Spuren verwendet werden, von denen man annimmt, daß sie geradlinig sind, beispielsweise die Spuren von einzelnen kosmischen Teilchen, die ohne magnetisches Feld bei besonderen Kontrollexpansionen aufgenommen werden.

Der größere Teil der in einer Nebelkammer beobachteten Verzerrung wird der Bewegung – zunächst der Ionen und dann der Tröpfchen – durch die zufälligen Konvektionsströmungen innerhalb der Kammer zugeschrieben. Die beste Vorsichtsmaßregel hiergegen ist eine sorgfältig ausgearbeitete Abschirmung der Kammer gegen Temperaturdifferenzen. Es ist erwünscht oder eigentlich sogar notwendig, einen „kalten Punkt" an der tiefsten Stelle der Nebelkammer zu haben, um sicherzustellen, daß die Flüssigkeit in der Kammer sich an einem Punkt kondensiert, wo das harmloser ist als an den Fenstern, und ein kalter Punkt am *Boden* der Kammer kann keine Konvektionsströmungen hervorrufen. Diese Betrachtungen über die Konvektion gelten selbstverständlich ebenso für ungesteuerte wie für zählrohrgesteuerte Nebelkammern.

Die zum Auslösen der Expansion verwendete Zählrohranordnung ist gewöhnlich ein normales Koinzidenzsystem; von einigen Autoren sind jedoch Anordnungen entwickelt worden, bei denen die Nebelkammer selbst (oder ein Teil von ihr) als Zählrohr benutzt wird (COHEN 1949, HODSON 1950). Mit diesen Geräten sind noch keine Erfahrungen gesammelt worden.

Beim Vergleich der zählrohrgesteuerten Nebelkammer mit einer, die zufällig verteilte Expansionen durchführt, muß man beachten, daß die Zählrohrsteuerung eine Auswahl aus den beobachteten Ereignissen trifft. Als triviales Beispiel: Ein System, bei dem ein Zählrohr unterhalb der Kammer angeordnet ist, kann niemals Ereignisse beobachten, bei denen ein einzelnes ionisierendes Teilchen in die Nebelkammer eintritt und hier absorbiert wird. Ganz allgemein wird jede statistische Aussage über die relative Häufigkeit von verschiedenen Erscheinungen durch die Wirkung der Zählrohrsteuerung schwerwiegend gestört.

Wenn eine Nebelkammer eine Expansion durchgeführt hat, ist sie nur für eine sehr kurze Zeitdauer empfindlich, auf die dann eine lange inaktive Periode folgt, während welcher die Kammer ihren Erholungs- und Reinigungszyklus durchläuft. Aus diesem Grunde ist der zeitliche Wirkungsgrad einer nichtgesteuerten Nebelkammer sehr niedrig (er kann in der Größenordnung $^1/_{5000}$ liegen), so daß es, wie man leicht zeigen kann, ganz unpraktisch wäre, ein solches Gerät zur Untersuchung beispielsweise von „seltenen" Höhenstrahlenereignissen einzusetzen. Wenn Ereignisse ganz bestimmter Art untersucht werden sollen, ist es stets vorteilhaft, ein hochselektives Steuerungssystem aufzubauen, da ja auf jede Expansion – gleichgültig, ob diese ein „erwünsch-

---

[1]) Die Verzerrung ist häufig in der Ausdehnungsrichtung besonders ausgeprägt, vor allem, wenn die Kammer Platten enthält.

tes“ Ereignis enthalten hat oder nicht – eine inaktive Periode folgt (siehe WILSON 1951). Dieser Vorteil wird immer dann deutlich, wenn die Erholungsdauer nicht mehr kurz ist im Vergleich zu der durch die Zählrohrsteuerung bestimmten Dauer des Wartens auf einen auslösenden Impuls.

10.18 Kernspuremulsionen

Es ist seit langem bekannt, daß α-Teilchen in photographischen Emulsionen erkennbare Spuren verursachen; eine Reihe österreichischer Autoren fanden und untersuchten nun etwa um 1936 Spuren, die von Teilchen der kosmischen Strahlung in photographischen Emulsionen hervorgerufen worden waren. In den letzten Jahren ist die Untersuchung von Spuren in Spezialemulsionen – vor allem in den Händen von C. F. POWELL – ein sehr wichtiges Werkzeug für die Forschung auf dem Gebiete der Kernphysik und besonders der Physik der kosmischen Strahlen geworden.

Die photographische Industrie hat Emulsionen entwickelt, die sehr weitgehend frei von zufällig entwickelbaren Körnern und sehr empfindlich gegen ionisierende Teilchen sind. Es sind jetzt Emulsionen erhältlich, die die Spuren schneller Teilchen im Minimum der Ionisation aufnehmen, die sogenannten elektronenempfindlichen Platten. Derartige Emulsionen erhalten nun, sobald sie der kosmischen Strahlung ausgesetzt werden, einen beträchtlichen Untergrund an entwickelbaren Körnern, und außerdem ist es schwierig, zwischen Spuren verschiedener Korndichte zu unterscheiden, wenn die Dichten weit oberhalb des Minimums liegen. Für viele Zwecke, bei denen stark ionisierende Teilchen registriert werden, ist deshalb die Verwendung der älteren Emulsionsarten vorzuziehen, die gegen Teilchen im Minimum der Ionisation unempfindlich sind.

Die Emulsionen stellen die Spuren und die Wechselwirkungen der Kernteilchen weitgehend in der gleichen Weise dar wie die Nebelkammer, sie besitzen aber die wichtigen Vorzüge dauernder Empfindlichkeit und extrem kleinen Raumbedarfes. Die Nachteile des Verfahrens im Vergleich zur Nebelkammer sind dagegen nicht so auffällig. Sie rühren – bei Höhenstrahlenuntersuchungen – teilweise von der Tatsache her, daß es zwar leicht ist, Wechselwirkungen von Kernen in einem kleinen Volumen des Mediums mit hoher Dichte festzustellen, daß aber die Wahrscheinlichkeit gering ist, den Zerfall von Teilchen mittlerer Lebensdauer nachzuweisen, es sei denn, daß sie in der Emulsion selbst und gerade mit solchen Geschwindigkeiten erzeugt werden, daß sie abgebremst werden, bevor sie die Emulsionsschicht verlassen oder vollständig zerfallen, wie es etwa beim π-Meson der Fall ist. Die dauernde Empfindlichkeit der Emulsion bringt den Nachteil mit sich, daß gleichzeitig an verschiedenen Stellen der Platte eintretende Ereignisse nicht als gleichzeitig erkannt werden können.

Die rein technischen Schwierigkeiten des Verfahrens ergeben sich hauptsächlich aus der Behandlung der dicken Emulsionsschichten (DILWORTH und Mitarbeiter 1950), die manchmal notwendig sind, um günstige Bedingungen für die Beobachtung und für das ermüdende Absuchen der entwickelten Platten zu bekommen, das zum Auffinden besonderer Ereignisse erforderlich

ist. In einigen Untersuchungszentren für kosmische Strahlung sind für diese Aufgabe Arbeitsgruppen von besonders ausgebildeten „Absuchern" (die keine Physiker sind) gebildet worden.

Ionisierende Teilchen verlieren eine bestimmte Energiemenge in der Emulsion auf einem viel kürzeren Wege als in Luft; das Verhältnis der Reichweite in der Schicht zur Reichweite in Luft unter Normalbedingungen liegt in der Größenordnung von 1 : 2000. Reichweitenmessungen wird man vorteilhaft an Spuren durchführen, die in der Emulsion beginnen und enden. Weiter kann man die Winkel zwischen den Spuren von Teilchen messen, die bei einer Wechselwirkung emittiert werden. Bei derartigen Messungen muß man den Umstand berücksichtigen, daß die Emulsion während der Verarbeitung in ihrer Dickenausdehnung schrumpft, so daß in dieser Richtung gemessene Entfernungen nur noch ungefähr ein Drittel der entsprechenden Entfernungen bei der Aufnahme betragen. Die Schrumpfung der Emulsion in den anderen Richtungen wird weitgehend durch die Glasplatte unterdrückt.

Die von vielfachen Ablenkungen um kleine Winkel in den elektrostatischen Feldern der Kerne herrührende Streuung der Teilchen kann man als Maß für deren Impuls benutzen. Man erhält einen statistischen Wert für die Streuung, indem man eine Spur in eine Anzahl von Abschnitten bestimmter Länge zerlegt und in jedem Abschnitt entweder die Winkelabweichung oder die Verschiebung dieses Teiles der Spur gegenüber einer Geraden mißt. Derartige Streuungsmessungen geben Aufschlüsse, vergleichbar mit jenen, die man aus der Krümmung der Spur im Magnetfeld in einer Nebelkammer erhält, mit dem Unterschied jedoch, daß es nicht möglich ist, aus den Streuungsmessungen auf das Vorzeichen der Teilchenladung zu schließen.[1])

Die Korndichte entlang einer Spur kann man abschätzen, um so ein Maß für Ionisationsstärke zu erhalten; in günstigen Fällen kann diese Feststellung so mit Streuungsmessungen kombiniert werden, daß die Masse des ionisierenden Teilchens daraus abgeleitet werden kann (siehe später).

Der Einsatzbereich des Emulsionsverfahrens kann am besten durch Angabe einiger Anwendungsbeispiele gezeigt werden:

Verbreitete Anwendung hat das Verfahren bei der Untersuchung der Wechselwirkungen von kosmischen Strahlen mit Kernen gefunden. Die Zerlegung von Kernen durch energiereiche Strahlen erscheint als „Sterne" von mehreren stark ionisierenden Teilchen; nach Einführung der elektronenempfindlichen Platten wurde bei einigen dieser Sterne festgestellt, daß sie auch sehr energiereiche, schwach ionisierende Teilchen enthalten. Diese letztgenannten Sterne konnten als die Erzeuger von Mesonen ermittelt und mit den „durchdringenden Schauern" der Nebelkammerversuche identifiziert werden.

---

[1]) Auch die Ablenkung von Emulsionsspuren in einem magnetischen Feld ist beobachtet worden. Die Ablenkung ist aber in den verfügbaren Feldern zu klein im Vergleich zur Streuung, um genaue Impulsmessungen zu erlauben; die Frage nach dem Vorzeichen der Ladung kann jedoch manchmal durch ein angelegtes Magnetfeld beantwortet werden.

Bevor die elektronenempfindlichen Platten zur Verfügung standen, hatte das Emulsionsverfahren bereits die Existenz des π-Mesons, eines neuen Elementarteilchens, bewiesen (Lattes, Occhialini und Powell 1947). Einige der in den „Sternen“ entstandenen Teilchen zeigten in der Emulsion ein Verhalten, das nur als Zerfall eines schwereren in ein leichteres Meson gedeutet werden konnte. Aus Einzelheiten dieses Zerfalles wurde die Masse des π-Mesons abgeschätzt. Später wurde diese Masse mit derjenigen des beim Zerfall entstehenden μ-Mesons verglichen, indem man die Ionisation (Korndichte) der Spuren von Teilchen mit bekannter Restreichweite untersuchte (Lattes und Mitarbeiter 1948). Auch im absoluten Maß konnte die Masse aus der Streuung von Spuren mit bekannter Reichweite abgeschätzt werden (Goldschmidt-Clermont 1948).

Die Erzeugung von Mesonen im Zyklotron durch den Aufprall von energiereichen (380 MeV) α-Teilchen auf verschiedene Auffänger wurde durch die in den Emulsionen zu beobachtenden charakteristischen Wechselwirkungen der Mesonen entdeckt.

Eine systematische Untersuchung der Massen der in den Sternen und Schauern erzeugten Teilchen ist durch Beobachtung der Korndichte und der Streuung der Spuren durchgeführt worden. Wenn man diese beiden Parameter gegeneinander aufträgt, liegen die Punkte jeweils auf einer für die betreffende Masse charakteristischen Kurve (Fowler 1950). Massenbestimmungen an kosmischen Teilchen sind durch Messung der Restreichweite der Teilchen sowie der Ablenkung in dem Raum zwischen zwei in einem magnetischen Feld exponierten Emulsionsschichten durchgeführt worden.

In großer Höhe hat man in der kosmischen Strahlung geladene Teilchen entdeckt, die schwerer sind als Protonen. Die von ihnen hervorgerufenen Spuren sind für Kornzählungen viel zu stark. Diese Spuren zeigen ein „behaartes“ Aussehen, das von δ-Strahlen herrührt. δ-Strahlen sind Elektronen, die mit so hohen Geschwindigkeiten freigesetzt werden, daß sie kurze Zweigspuren erzeugen können. Es ist nun in einigen Fällen möglich gewesen, aus einer Bestimmung der Anzahl dieser δ-Strahlen je Längeneinheit der Spur die Ladung des Hauptteilchens abzuschätzen und so die Kerne vieler der leichteren Elemente zu identifizieren.

Bei einer anderen Gruppe von Arbeiten wird die Winkelverteilung der aus einem Zyklotronstrahl herausgestreuten Teilchen untersucht, und man erhält aus der Reichweitenverteilung der Spuren die Energiespektren der unter den verschiedenen Winkeln gestreuten Teilchen. Ein ähnliches Verfahren kann zum Studium der Energieverteilung der durch das Bombardement erhaltenen Zerfallsprodukte angewendet werden. Bei diesen Anwendungen stellt die Fülle der Daten, die bei einem kurzen Betrieb des Zyklotrons oder sonstigen Beschleunigers gesammelt werden können, einen großen Vorteil dar.

Die Kernspuremulsion ist auch als Nachweissystem in einem α-Strahl-Spektrographen benutzt worden. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, daß die Teilchen, die den schwachen α-Strahlen-Strich ergeben, von einem Untergrund aus Streuteilchen durch die Richtung ihrer Spuren zu unterscheiden sind.

LITERATURVERZEICHNIS

ADAIR → BARSCHALL

AITKEN, A. C., 1939. *Proc. Roy. Soc. Edinb. 31,* 44. Lösung von Gleichungen 54

ALPERT → BAYARD

ALEXANDER, P., 1946. *J. Sci. Instr. 23,* 11. Theorie der Diffusionspumpen 150

ANGUS → CURRAN

BAKER → DIMITROV

BARLOW, P., 1930. *Tables of squares, cubes, roots and reciprocals.* (Spon, London.) Potenztafeln 42

BARNES, R. B., and S. SILVERMAN 1934. *Rev. Mod. Phys. 6,* 162. Zusammenfassende Arbeit über das Rauschen, mit Literaturangaben 303, 309

BARSCHALL, H. H., C. K. BOCKELMAN, R. E. PETERSON and R. K. ADAIR 1949. *Phys. Rev. 76,* 1146. Wirkungsquerschnitt von Neutronen 44

BARTELS → CHAPMAN

BAY, Z., 1951. *Rev. Sci. Instr. 22,* 397. Koinzidenzschaltungen 349

BAYARD, R. T., and D. ALPERT 1950. *Rev. Sci. Instr. 21,* 571. Ionisationsmanometer für niedrige Drucke 156

BEDFORD → KELL

BENNETT → COMPTON

BERG, W. F., 1948. *Rep. Progr. Phys. 11* (1946/7) 248. Theorie des photographischen Prozesses 279

BETHE → LIVINGSTONE

BIRGE → DEMING

BISHOP, P. O., and E. J. HARRIS 1950. *Rev. Sci. Instr. 21,* 366. Gleichspannungsverstärker 192, 225

BITTER, F., 1936; 1937; 1939. *Rev. Sci. Instr. 7,* 479 und 482; *8,* 318; *10,* 373. Entwurf von Magneten für hohe Feldstärken 142

BLACKETT, P. M. S., 1934. *Proc. Roy. Soc. London A 146,* 281. Die zählrohrgesteuerte Nebelkammer 357

—, 1936; 1937. *Proc. Roy. Soc. London A 154,* 564; *A 159,* 1. Bahnkrümmungsmessungen in der Nebelkammer 357

BLACKMAN, M., and J. L. MICHIELS 1948. *Proc. Phys. Soc. 60,* 549. Einbuße an Zählungen durch die endliche Auflösungszeit 351

BLEARS, J., 1944; 1947. *Nature 154,* 20; *Proc. Roy. Soc. London A 188,* 62. Einfluß des Aufzehreffektes auf die Anzeige von Ionisationsmanometern. Dampfdrucke von Pumpenölen 151

BLEARS, J., and J. H. LECK 1951. *J. Sci. Instr.,* Suppl. Nr. 1, 20. Lecksuche 166

BLOCH, F., 1946. *Phys. Rev. 70,* 460. Kernmagnetische Resonanz 195

BOCKELMAN → BARSCHALL

BODE, H. W., 1945. *Network Analysis and Feedback Amplifier Design.* (Van Nostrand, New York.) Analyse von Schaltungen und Entwurf von Rückkopplungsverstärkern 218

BOMKE, H., 1937. *Vakuumspektroskopie.* (Barth, Leipzig) 301

BOURNE, H. K., 1948. *Discharge Lamps for Photography and Projection.* (Chapman a. Hall, London.) Ausführliche Tabellenwerte über Lichtquellen, einschließlich Glühfäden und Bogenlampen 251

Boutry, G. A., 1946. *Optique Instrumentale.* (Masson, Paris.) Instrumentelle Optik 248

Bouwers, A., 1946. *Achievements in Optics.* (Elsevier, Amsterdam.) Enthält einen zusammenfassenden Bericht über einige optische Spiegelsysteme 277, 279

Boys, C. V., 1895. *Phil. Trans. A 186,* 1; *Dict. Appl. Phys. 3,* 279. Gerät zur Schwerkraftbestimmung 87, 88, 90

—, 1923. *Dict. Appl. Phys. 3,* 695. Herstellung und Verwendung von Quarzfäden 138

Bozorth, R. M., 1951. *Ferromagnetism.* (Van Nostrand, New York.) Zusammenfassende Abhandlung über magnetische Werkstoffe; Eigenschaften und Theorie 117

Brown, G. P., 1945. *Rev. Sci. Instr. 16,* 316. Verwendung von Silikonen in Diffusionspumpen 152

Brown → Kandiah

Burch, C. R., 1929. *Proc. Roy. Soc. London A 123,* 271. Verwendung von Ölen aus Erdöldestillaten in Diffusionspumpen 152

—, 1947. *Proc. Phys. Soc. 59,* 41. Spiegelmikroskope 277

Chapman, S., and J. Bartels 1940. *Geomagnetism.* (Clarendon Press, Oxford.) Erdmagnetismus 123

Chapman, S., and T. G. Cowling 1939. *The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases.* (Cambridge Univ. Press, London.) Mathematische Theorie der Gasgemische 145

Cherry → Espley

Chesterman, W., 1951. *The Photographic Study of Rapid Events.* (Clarendon Press, Oxford). Photographische Untersuchung schnell ablaufender Ereignisse 254

Cockroft → Curran

Cohen, B. S., 1947. *A Handbook of Telecommunication.* (Pitman, London.) Handbuch des Fernmeldewesens 237

Cohen, M. J., 1949. *Phys. Rev. 75,* 1329. Zählrohrgesteuerte Nebelkammer 358

Cohen → du Mond

Collar → Frazer

Compton, K. T., and I. Langmuir 1930. *Rev. Mod. Phys. 2,* 123. Angaben über Ionisation und Rekombination in Gasen 323

Compton, A. H., E. O. Wollan and R. D. Bennett 1934. *Rev. Sci. Instr. 5,* 415. Einzelheiten einer Ionisationskammer (Carnegie-Modell) 326

Conrady 1923. *Dict. Appl. Phys. 4,* 221. Lichtverteilung im optischen Bild 276

Constant, Faires and Lenander 1943. *Phys. Rev. 63,* 441. Behandlung von Kupfer, um es unmagnetisch zu machen 123

Copeland, K., A. C. Downing and A. V. Hill 1953. *J. Sci. Instr. 30,* 40. Drehspulgalvanometer 182

Copley, M. J., O. C. Simpson, H. M. Tenney and T. E. Phipps 1935. *Rev. Sci. Instr. 6,* 265. Vergleich divergenter Düsen für Diffusionspumpen 150

Cowan, E. W., 1950. *Rev. Sci. Instr. 21,* 991. Pausenlos empfindliche Nebelkammer 352

Cowling → Chapman

Cox, A., 1943. *Optics.* (Focal Press, London.) Optik; viele tabellierte Angaben über Linsentypen 273, 277

Cox and Grindley 1927. *J. Sci. Instr. 4,* 413. Ladungs- und Spannungsempfindlichkeit des Elektrometers 187

Cox, A., and H. W. Martin 1945. *J. Sci. Instr. 22,* 5. Kritischer Überblick über die Linsentypen 273

Cox → Habell

Craggs → Curran

Curran, S. C., A. L. Cockroft and J. Angus 1949. *Phil. Mag. 40,* 36; 53; 929. Proportionalzählrohre mit hoher Verstärkung 328

CURRAN, S. C., and J. D. CRAGGS 1949. *Counting Tubes.* (Butterworth, London.) Zählrohre 349
D'ANS, J., und E. LAX 1949. *Taschenbuch für Chemiker und Physiker.* (Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg.) Tabellenwerk 118, 323
DEMING, W. E., and R. T. BIRGE 1934. *Rev. Mod. Phys. 6,* 119. Statistische Fehlertheorie 37, 52
DILWORTH, OCCHIALINI et VERMAESEN 1950. *Bull. du Centre Phys. Nucl.* Nr. 13a (Univ. Libre de Bruxelles, Brüssel) Verarbeitung von Kernspuremulsionen 359
DIMITROFF, G. Z., and J. G. BAKER 1947. *Telescopes and Accessories.* (Churchill, London.) Fernrohre und Zubehör 264, 278
DOBSON, G. M. B., J. O. GRIFFITH and D. N. HARRISON 1926. *Photographic Photometry.* (Clarendon Press, Oxford.) Photographische Photometrie 288, 290, 291
DOUGHTY → WORCESTER
DOWNING, A. C., 1948. *J. Sci. Instr. 25,* 230. Drehspulgalvanometer 182
DOWNING → COPELAND
DU MOND, J. W. M., and E. R. COHEN 1948. *Rev. Mod. Phys. 20,* 82. (Berichtigung in *21* (1949), 651.) Die besten Werte der atomaren Konstanten 37
DUNCAN → FRAZER
DUNN, H. K., 1939. *Rev. Sci. Instr. 10,* 368. Theorie des Fluxmeters 193
DUSHMAN, S., 1949. *Scientific Foundations of Vacuum Technique.* (Wiley, New York; Chapman and Hall, London.) Vakuumtechnik 148, 166
DYSON, J., 1949. *Proc. Phys. Soc. 62 B,* 565. Mikroskopobjektive mit großem Objektabstand 267
EDWARDS, W. (W. Edwards Co. Ltd., London.) Katalogmaterial über Vakuumsysteme 165
EINSTEIN, A., 1906. *Ann. Phys. 19,* 371. Theorie der BROWNschen Bewegung 304
ELLET, A., and R. M. ZABEL 1931. *Phys. Rev. 37,* 1102. Präzisionsausführung eines PIRANI-Manometers 154
ELLIOT, H., 1949. *Proc. Phys. Soc. 62 A,* 369. Löschung von GEIGER-Zählern 47, 330
ELMORE, W. C., and M. SANDS 1949. *Nat. Nucl. Energy Ser.,* Teil V, Band 1, *Electronics.* (McGraw Hill, New York.) Elektronische Geräte für die Kernphysik 339
EMDE → JAHNKE
ENGSTROM, R. W., 1947. *J. Opt. Soc. Amer. 37,* 420. Einsatz von Photovervielfachern 295, 297
ESPE, W., und M. KNOLL 1936. Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik. (Springer, Berlin.)[1] 170, 171, 173
ESPLEY, CHERRY and LEVY 1946. *J. Inst. Electr. Engnrs. 93,* III A, 1176. Prüfung von Schaltungen mit Impulsen 206
EVANS, J. W., 1949. *J. Opt. Soc. Amer. 39,* 229. Interferenzlichtfilter vom LYOT-Typ 302
FAIRES → CONSTANT
FISCHER, J., and J. MARSHALL 1952. *Rev. Sci. Instr. 23,* 417. Sperr-Röhre für Koinzidenzschaltungen 349
FOWLER, P. H., 1950. *Phil. Mag. 41,* 169. Massenbestimmung an Teilchen aus Höhenstrahlenschauern in Kernspuremulsionen 361
FRANKENHAEUSER, B., and D. K. C. MACDONALD 1949. *J. Sci. Instr. 26,* 145. Galvanometerverstärker mit Rückkopplung 183
FRAZER, R. A., DUNCAN and COLLAR 1946. *Elementary Matrices.* (Cambridge Univ. Press, London.) Elementare Matrizenrechnung 54
FREDENDALL → KELL

[1] Im Original wird der 1944 in den USA (Edwards, Ann Arbor) hergestellte photomechanische Nachdruck zitiert. (D. Red. d. dtsch. Ausg.).

FURST → KALLMANN
GALLAGHER → HIGINBOTHAM
GARWIN, R. L., 1950. *Rev. Sci. Instr. 21,* 569. Eine Hochgeschwindigkeits-ROSSI-Schaltung 348
—, 1952. *Rev. Sci. Instr. 23,* 755. Flüssigkeits-Szintillationszähler 335
GEFFNER → WORTHING
GOLDSCHMIDT-CLERMONT, Y., D. T. KING, H. MUIRHEAD and D. M. RITSON 1948. *Proc. Phys. Soc. 61,* 183. Bestimmung von Teilchenmassen in Kernspuremulsionen 361
GORE, R. C., R. S. McDONALD, W. VAN ZANDT and J. U. WHITE 1947. *J. Opt. Soc. Amer. 37,* 23. Prismen für Infrarot 301
GRAY, A., 1921. *Absolute Measurements in Electricity and Magnetism.* (MacMillan, London.) Elektrische und magnetische Absolutmessungen 177
GRAY, L. H., 1944. *Proc. Cambr. Phil. Soc. 40,* 72. Mittlere Ionisationsenergie 322
GRIFFITH → DOBSON
GRINDLEY → COX
GUILD 1917. *Proc. Phys. Soc. 29,* 311; *Dict. Appl. Phys. 4,* 767. Die „chromatische Parallaxe" in der Spektroskopie 256
GURNEY → MOTT
HABELL, J. G., and A. COX 1948. *Engineering Optics.* (Pitman, London.) Technische Optik; technische Anwendungen optischer Instrumente 249
HAGUE, B., 1943. *Alternating Current Bridge Methods.* (Pitman, London.) Brückenmessungen mit Wechselstrom 184
HANSEN, W. W., 1936. *Rev. Sci. Instr. 7,* 182. Betrachtungen über Elektrometer 189
HARRIS → BISHOP
HARRISON 1929. *J. Opt. Soc. Amer. 19,* 267. Zusammenfassender Aufsatz über photographische Photometrie 290
HARRISON, G. R., 1938. *Rev. Sci. Instr. 9,* 15. Der Einsatz von vorgespannten Kugellagern in Verbindung mit Präzisionsschrauben 80
HARRISON → DOBSON
HAYAKAWA → TONGIORGI
HEAD → MORRIS
HEALEY, R. H., and J. W. READ 1941. *The Behaviour of Slow Electrons in Gases.* (Iliffe, London) Das Verhalten von langsamen Elektronen in Gasen 323
HECHT, S., and S. SHLAER 1938. *J. Opt. Soc. Amer. 28,* 269. Die Dunkeladaption des Auges 258
HERCOCK 1947. *The Photographic Recording of C. R. O. Traces.* (Ilford, London.) Photographische Aufzeichnung des Schirmbildes von Kathodenstrahlröhren 287
HEYL 1930. *Bur. Stand. J. Res. 5,* 1243. Fäden für Torsionsaufhängungen in einem Gerät zur Schwerkraftmessung 138
HICKEY → WHITE
HICKMAN, K. C. D., 1936. *J. Franklin Inst. 221,* 215; 383. Benutzung von Phthalatestern als Pumpenöle 152
—, 1940. *J. Appl. Phys. 11,* 303. Fraktionierend arbeitende Pumpen; allgemeine Pumpentheorie 151, 165
HIGINBOTHAM, W. A., J. GALLAGHER and M. SANDS 1947. *Rev. Sci. Instr. 18,* 706. Elektronische Geräte für die Kernphysik 232
HILL, A. V., 1948. *J. Sci. Instr. 25,* 225. Drehspulgalvanometer 181, 182
HILL → COPELAND
HILL → MARTIN
HIPPLE → THOMAS
HODSON, A. L., 1950. *Phil. Mag. 41,* 826. Nebelkammer mit innerer Zählrohrsteuerung 358

HUNT, L. B., 1946. *Electrical Contacts.* (Johnson and Matthey, London.) Elektrische Kontakte 189
HUNTOON → THOMAS
International Critical Tables of Numerical Data 1926 bis 1933. *1* bis *7.* (McGraw-Hill, New York.) Tabellenwerk 145, 323
ISING, G., 1931. *Ann. Phys. 8,* 905; 911. Galvanometerrauschen 308
JAFFÉ, G., 1913. *Ann. Phys. 42,* 303. Rekombination von Ionen (theoretische Behandlung) 322
JAHNKE, E., und F. EMDE 1952. *Tafeln höherer Funktionen.* (Teubner, Leipzig.) 42
JENTSCHKE → STETTER
JOHNSON, H. L., 1948. *Astrophys. J. 107,* 34. Theoretische Grenzen für den astronomischen Einsatz von Photozellen 318
JOHNSON, E. A., T. MURPHY and P. F. MICHELSEN 1949. *Rev. Sci. Instr. 20,* 429. Apparatur zur Messung der Magnetisierung von Gesteinen 319
JUDD, D. B., 1931. *Bur. Stand. J. Res. 6,* 465. Augenempfindlichkeitskurven 257
KALLMANN, H., and M. FURST 1950. *Phys. Rev. 79,* 857. Flüssige Phosphore für Szintillationszähler 335
KANDIAH, K., and D. E. BROWN 1952. *Proc. Inst. Electr. Engnrs. 99,* II, 314. Allgemeine Betrachtungen über Gleichspannungsverstärker mit hohem Verstärkungsgrad 193, 312
KELL, R. D., A. V. BEDFORD, G. L. FREDENDALL and H. N. KOZANOWSKI 1942. *Proc. Inst. Radio Eng. 30,* 440. Verstärkerprüfung mit Rechteckwellen 206
KENDALL, M. G., 1945/46. *Advanced Theory of Statistics. 1,* Kap. 1 bis 16; *2,* Kap. 16 bis 20. (Griffin, London) Höhere Theorie der Statistik 49, 50, 51, 52, 53
KEUFFEL, J. W., 1949. *Rev. Sci. Instr. 20,* 202. Parallelplattenzählrohre 337
KING → GOLDSCHMIDT-CLERMONT
KNOLL → ESPE
KOZANOWSKI → KELL
KURIE 1948. *Rev. Sci. Instr. 19,* 485. Rohranlagen für Vakuum 163
LANDAU, L., 1944. *J. Phys. USSR 8,* 201. Der Energieverlust schneller Teilchen durch Ionisation, insbesondere Behandlung der Schwankungen 320
LANDER, R. L., and C. E. NIELSEN 1953. *Rev. Sci. Instr. 24,* 20. Winkelverteilung von an Tröpfchen gestreutem Licht 355
LANGMUIR → COMPTON
LANGSDORF jr., A., 1939. *Rev. Sci. Instr. 10,* 91. Pausenlos empfindliche Nebelkammer 352
LATTES, C. M. G., G. P. S. OCCHIALINI and C. F. POWELL 1947. *Nature 160,* 453; 486. Das π-Meson 361
LATTES, C. M. G., G. P. S. OCCHIALINI and C. F. POWELL 1948. *Proc. Phys. Soc. 61 A,* 173. Durch Kernzählung bestimmte Mesonenmassen 361
LAX → D'ANS
LEANDER → CONSTANT
LECK → BLEARS
LEE, H. W., 1946. *Science Progr. 34,* 533. Neue optische Gläser 300
LEVY → ESPLEY
LEWIS, W. B., 1942. *Electrical Counting (with special reference to counting of α- and β-particles).* (Cambridge Univ. Press, London.) Elektrische Zählverfahren, insbesondere für α- und β-Teilchen. 324
LISTON, M. D., C. E. QUINN, W. E. SARGEANT and G. G. SCOTT 1946. *Rev. Sci. Instr. 17,* 194. Verstärker mit Unterbrechermodulation für geringe Gleichspannungen 192, 319
LIVINGSTONE, M. S., and H. A. BETHE 1937. *Rev. Mod. Phys. 9,* 245. Eigenschaften ionisierender Teilchen 321
LYOT, B., 1944. *Ann. Astrophys. 7,* 31. Interferenzfilter für Licht 302

MacDonald → Frankenhaeuser
Madansky, L., and R. W. Pidd 1950. *Rev. Sci. Instr. 21,* 407. Parallelplattenzählrohre 337
Maksutov, D. D., 1944. *J. Opt. Soc. Amer. 34,* 270. Ein optisches Spiegelsystem 279
Maresch → Stetter
Marshall → Fischer
Martin, L. C., 1930. *Introduction to Applied Optics.* (Pitman, London.) 2 Bände. Einführung in die angewandte Optik. Neue Ausgabe (1948) unter dem Titel *Technical Optics* 245
Martin, L. H., and R. D. Hill 1947. *Manual of Vacuum Practice.* (Cambridge Univ. Press, London.) Handbuch der Vakuumpraxis 169, 170
Martin → Cox
Mather, R. L., 1951. *Phys. Rev. 84,* 181. Moderne Literaturangaben über Tscherenkow-Strahlung 337
Maze, R., 1946. *J. de Phys. 7,* 165. Zählrohre mit äußerer Kathode 331
McDonald → Gore
Mees, C. E. K., 1944. *The Theory of the Photographic Process.* (MacMillan, New York.) Theorie des photographischen Prozesses 284
Metcalf, G. F., and B. J. Thompson 1930. *Phys. Rev. 36,* 1489. Untersuchung und Konstruktion von Elektrometerröhren 190
Metson, G. H., 1950. *Brit. J. Appl. Phys. 1,* 73. Experimentelle Werte über Gitterströme von Röhren 191
Michelsen → Johnson
Michiels → Blackman
Milne, W. E., 1950. *Numerical Calculus.* (Princeton Univ. Press.) Numerisches Rechnen 41, 50, 55, 56, 67, 68
Mitchell 1948. *Transact. Illum. Engin. Soc. 13* (Dez.) Blitzlampen für sehr hohe Geschwindigkeiten 254
Moffatt 1946. *J. Inst. Electr. Engnrs. 93,* III A, 1335. Die Diode als Hochfrequenzrauschquelle 309
Moll 1923. *Proc. Phys. Soc. 35,* 253. Galvanometeraufbau 182
Moll and Burger 1925. *Phil. Mag. 50,* 626. Thermisches Relais 183
Mond Nickel Company. *Magnetic Properties of Nickel Iron Alloys.* Die Druckschrift enthält Kurven usw. über die magnetischen Eigenschaften von Eisen-Nickel-Legierungen 119
Moody → Williams
Morris, J., and J. W. Head 1944. *Phil. Mag. 35,* 735. Auflösen von Gleichungen 54
Morris, J., 1946. *Phil. Mag. 37,* 106. Auflösen von Gleichungen 64
Mott, N. F., and R. W. Gurney 1948. *Electronic Processes in Ionic Crystals.* (Clarendon Press, Oxford.) Elektronenprozesse in Ionenkristallen 279
Moullin, E. B., 1938. *Spontaneous Fluctuations of Voltage.* (Clarendon Press, Oxford.) Spontane Spannungsschwankungen 309
Muirhead → Goldschmidt-Clermont
Murphy → Johnson
Needels, T. S., and C. E. Nielsen 1950. *Rev. Sci. Instr. 21,* 976. Pausenlos empfindliche Nebelkammer 352
Nelson, H., 1945. *Rev. Sci. Instr. 16,* 273. Ein Wasserstoff-Ionisationsmanometer als Lecksuchgerät
Nettleton, H. R., and S. Sugden 1939. *Proc. Roy. Soc. London A 173,* 313. Genaue Eichung von Magnetfeldern 194
Nielsen, C. E., 1947. *Rev. Sci. Instr. 18,* 18. Verwendung von gewöhnlichen Röhren als Elektrometerröhren (mit Hinweis auf Vorgangsarbeiten) 191

NIELSEN → LANDER
NIELSEN → NEEDELS
NOBLE → WILLIAMS
NÜRNBERG, A., 1954. *Agfa-Photo-Materialien für Wissenschaft und Technik.* (Knapp, Halle) 284
NYQUIST, H., 1928. *Phys. Rev. 32,* 110. Theorie des Widerstandsrauschens 305
OCCHIALINI → DILWORTH
OCCHIALINI → LATTES
OWEN, D., 1946. *Alternating Current Measurements at Audio and Radiofrequencies.* (Methuen, London.) Monographien über Wechselstrommessungen im Ton- und Hochfrequenzbereich 184
PACKARD, M. E., 1948. *Rev. Sci. Instr. 19,* 435. Ein durch Protonenresonanz gesteuerter Magnetfeldregler 195
PARTRIDGE, J. H., 1949. *Glass to Metal Seals.* (Emfield, Sheffield.) Glas-Metall-Verbindungen 166, 173
PENICK, D. B., 1935. *Rev. Sci. Instr. 6,* 115. Elektrometerröhrenschaltungen 192
PENNING, F. M., 1937. *Physica 4,* 71. Vakuummeter mit kalter Kathode 156
PETERSON → BARSCHALL
PHILLIPS → POLLARD
PHIPPS → COPLEY
PIDD → MADANSKY
POLLARD and PHILLIPS 1937. *Engineering* 143, 223; 281; 339; 398. Beanspruchung der Berührungsstellen zwischen Kugel und Ebene 73
POLLARD, A. F. C., 1929. *Kinematic Design of Couplings in Instrument Mechanisms.* (Hilger, London.) Kinematischer Aufbau von Verbindungen bei Mechanismen für Instrumente 77
PORTER, A., 1950. *Introduction to Servo Mechanisms.* (Methuen, London.) Einführung in die Technik der Servomechanismen 216
POWELL → LATTES
PRESTON, J. S., 1946. *J. Sci. Instr. 23,* 173. Galvanometerverstärker mit Gegenkopplung 183
PRINGLE, R. W., 1950. *Nature 166,* 11. Übersichtsaufsatz über Szintillationszählung 335
PUCKLE, O., 1951. *Time Bases.* (Chapman and Hall, London.) Zeitablenkungsschaltungen für Kathodenstrahloszillographen 235
QUINN → LISTON
R. C. A. J. 1949. *R. C. A. Review 10* (Dez.) Quantitative Angaben über die meisten zur Zeit in den USA und in England erhältlichen Photovervielfacher 293
READ → HEALEY
REEVES, P., 1918. *Astrophys. J. 47,* 141. Empfindlichkeit des Auges 258
RITSON → GOLDSCHMIDT-CLERMONT
ROBINSON → WHITTAKER
ROLT, F. H., 1929. *Gauges and Fine Measurements.* (MacMillan, London.) Eichungen und Feinmessungen 109
ROSSI, B. B., and H. H. STAUB 1949. *Nat. Nucl. Energy Ser.,* Teil V, Band 2, *Ionization Chambers and Counters.* (McGraw Hill, New York.) Ionisationskammer mit Gitter 325, 328
SANDS → ELMORE
SANDS → HIGINBOTHAM
SARGEANT → LISTON
SCARROTT, G. G., 1950. *Progress in Nuclear Physics 1* (Herausg. FRISCH; Butterworth-Springer, London.) Aufsatz über Elektronik 339

SCHACHINGER → STETTER
SCOTT, W. J., 1946. *J. Sci. Instr. 23,* 193. Konstruktion von Metall-Glas-Verbindungen 167
SCOTT → LISTON
Servo Mechanisms → WHITELEY
SHERWIN, C. W., 1948. *Rev. Sci. Instr. 19,* 111. Verzugszeiten in GEIGER-Zählern 338
SHLAER → HECHT
SILVERMAN → BARNES
SIMPSON → COPLEY
SOUTHWELL, R. V., 1941. *Relaxation Methods in Engineering Science.* (Univ. Press, Oxford.) Anwendung von Iterationsverfahren in der Technik 41, 57
SPILSBURY, R. S. J., and C. E. WEBB 1945. *J. Sci. Instr. 22,* 213. Vorsichtsmaßregeln bei der Benutzung eines Fluxmeters 193
STAUB → ROSSI
STETTER, G., W. JENTSCHKE, E. SCHACHINGER und E. MARESCH 1943. *Z. Phys. 120,* 639. Ionisation durch α-Teilchen 322
STILLE, U., 1955. *Messen und Rechnen in der Physik.* (Vieweg, Braunschweig.) Grundlagen der Größeneinführung und Einheitenfestlegung 241
STODOLA, A., 1927; 1945. *Steam and Gas Turbines.* (Übersetzung; McGraw Hill, New York 1927; P. Smith, New York 1945.) Dampf- und Gasturbinen[1]) 88
STRONG, J., 1938. *Modern Physical Laboratory Practice.* (Prentice-Hall, New York; Blackie, London.) Moderne physikalische Laboratoriumspraxis 87, 118, 140, 144, 189, 302
SUGDEN → NETTLETON
SULLIVAN, H. M., 1948. *Rev. Sci. Instr. 19,* 1. Übersicht über Vakuumpumpen, vor allem amerikanische Typen 151, 152, 163
SURUGUE, J., 1947. *Techniques générales du Laboratoire de Physique. 1* (C. N. R. S., Paris.) Allgemeine Verfahren für das Physiklaboratorium 144, 296
TENNEY → COPLEY
TERMAN, F. E., 1943. *Radio Engineers Handbook.* (McGraw Hill, New York.) Handbuch für den Radioingenieur 204
THOMAS, H. A., T. W. WILLIAMS and J. A. HIPPLE 1946. *Rev. Sci. Instr. 17,* 368. Verwendung des Massenspektrometers zur Lecksuche 166
THOMAS, H. A., and R. D. HUNTOON 1949. *Rev. Sci. Instr. 20,* 516. Brückenschaltungen für kernmagnetische Resonanzmessungen 195
THOMPSON → METCALF
TONGIORGI, V. C., S. HAYAKAWA and M. WIDGOFF 1951. *Rev. Sci. Instr. 22,* 899. Mit BF_3 gefüllte Zählrohre 336
TSCHERENKOW, P. A., 1934. *Doklady Akad. nauk SSSR 2,* 451. TSCHERENKOW-Strahlung 337
TWYMAN, F., 1942. *Prism and Lens Making.* (Hilger and Watts, London.) Herstellung von Prismen und Linsen 298
TYRRELL 1950. *J. Brit. Inst. Radio Engnrs.* (Mai.) Leistungsfähigkeit und Stabilität von Permanentmagneten 122
VALLEY, G. E., and H. WALLMAN 1948. *Radiation Laboratory Series,* Band 18, *Vacuum Tube Amplifiers.* (McGraw Hill, New York.) Röhrenverstärker 191, 213, 225, 311
VAN ZANDT → GORE
VERMAESEN → DILWORTH
WALDEN, L., 1939. *J. Sci. Instr. 16,* 1. Laboratoriumsöfen 144

[1]) Deutsche Originalausgabe 1924 (5. Aufl.; Springer, Berlin). (D. Red. d. dtsch. Ausg.)

WALLMAN → VALLEY

WEBB → SPILSBURY

WENZEL, F., 1957. *AGFA-Lichtfilter.* (Fotokino, Halle.) 301

WHITE, W. C., and J. J. HICKEY 1948. *Electronics 21,* (März.) 100. Mit Halogenverbindungen arbeitender Lecksucher 166

WHITE → GORE

WHITELEY, A. L., 1947. *J. Inst. Electr. Engnrs. 94,* II A, 17. Servomechanismen 216

WHITTAKER, E. T., and G. ROBINSON 1944. *The Calculus of Observations.* (Blackie, London.) Rechnerische Auswertung von Beobachtungen 41, 67, 68

WIDGOFF → TONGIORGI

WILLIAMS, F. C., 1946. *J. Inst. Electr. Engnrs. 93,* III A, 289. Einführung in die Schalttechnik für Radargeräte 219, 233, 234

WILLIAMS, F. C., and N. F. MOODY 1946. *J. Inst. Electr. Engnrs. 93,* III A, 1188. Schaltungen für die Zeitablenkung bei Kathodenstrahloszillographen 235, 236

WILLIAMS, F. C., and S. W. NOBLE 1950. *Proc. Inst. Electr. Engnrs. 97,* II, 445. Mit der zweiten Harmonischen arbeitende magnetische Modulatoren 195

WILLIAMS → THOMAS

WILSON, J. G., 1951. *The Principles of Cloud-Chamber Technique.* (Cambridge Univ. Press, London.) Grundlagen der Nebelkammertechnik 352, 355, 359

WOLLAN → COMPTON

WORCESTER and DOUGHTY 1946. *Transact. Amer. Inst. Electr. Engnrs. 65,* 946. Verwendung des Massenspektrometers zur Lecksuche 166

WORTHING, A. G., and J. GEFFNER 1943. *Treatment of Experimental Data.* (Chapman and Hall, London.) Mathematische Auswertung von Versuchsergebnissen 37

ZABEL → ELLETT

ZERNICKE, F., 1922. *Proc. Acad. Sci. Amsterdam 24,* 239. Aufbau von Galvanometern 182

—, 1932. *Z. Phys. 79,* 516. Einfluß von Schwankungserscheinungen auf Galvanometerablesungen 308

SACHVERZEICHNIS

(Bei Eigennamen vgl. man auch das Literaturverzeichnis)

TAFELVERZEICHNIS